

литологического строения углевмещающей толщи имела главное значение в формировании зон однопластовых малоамплитудных разрывов. Зоны таких разрывов контролируются границами между разнопрочными литологическими типами вмещающих пород. При этом выделяются зоны, которые связаны с выклиниванием аргиллита и алевролита в непосредственной кровле пласта  $I_3$  и зоны, которые связаны с выклиниванием вышележающего песчаника  $I_3S_4$ . Литологическое строение углевмещающей толщи, без сомнения, является одним из факторов, контролирующих интенсивность развития зон однопластовых малоамплитудных разрывов угольных пластов, которые способны накапливать метан в свободном состоянии.

Таким образом, для прогноза локальных скоплений свободного метана в угольных пластах необходимо детальное изучение литологического состава и строения углевмещающей толщи в двух аспектах – как фактора, непосредственно влияющего на миграцию газов, и как фактора влияющего на формирование нарушенных зон, важнейшей составляющей в распределении газов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кравцов А.И. Геология и геохимия природных газов угольных месторождений / А.И. Кравцов // Геология угольных месторождений. - М.: Наука, 1969. - Т.1. - С. 124 - 128.
2. Забигаило В.Е. Проблемы геологии газов угольных месторождений / В.Е. Забигаило, А.З. Широков.-К.: Наук. думка, 1972. – 172 с.
3. Токарева Э.Г. Красноармейский угленосный район / Э.Г. Токарева, Н.Ф. Лысенко, Г.Б. Яновская, Г.В. Титова // Газоносность угольных бассейнов и месторождений СССР / Под ред. А.И. Кравцова. - М.: Недра, 1979. - Т.1. – С. 72 - 83.
4. Брижанев А.М. Закономерности образования и накопления углеводородных газов в угольных бассейнах и перспективы их освоения: Дис. на соискание науч. степени докт. геол.-мин. наук: спец. 040016 / А.М. Брижанев. - Донецк, 1987. – 366 с.

УДК [622.74:621.928.235:532.5].001.572

Канд. техн. наук В.Л. Морус  
(ИГТМ НАН Украины)

канд. техн. наук П.Е. Филимонов  
(ПАО «Шахта им. А.Ф. Засядько»)

### **РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЦИРКУЛЯЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛА В ПОЛЕ ВИБРАЦИОННЫХ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ**

Розроблено математичну модель циркуляційного руху матеріалу в полі вібраційних і гідродинамічних сил. Розроблено алгоритм і програма чисельного рішення рівнянь циркуляційного руху частки; наведений приклад розрахунку.

### **DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF CIRCULATORY MOTION OF THE MATERIAL IN THE FIELD OF VIBRATION AND HYDRODYNAMIC FORCES.**

A mathematical model of the circulatory motion of the material in the field of vibration and hydrodynamic forces. The algorithm and program of the numerical solution of the equations of

motion of the particle circulation, is an example of the calculation.

Добыча и переработка угля, руд черных и цветных металлов нерудных материалов были и остаются основой промышленного потенциала Украины. Практически весь объем добытых минеральных и техногенных материалов подвергается переработке на кондиционные по крупности сорта или рудоподготовке с целью раскрытия минералов с помощью дробления, измельчения и классификации перед обогащением. Эти процессы являются наиболее капиталоемкими, энергоемкими, материалоемкими и трудоемкими. Развитие и совершенствование техники и технологии переработки минерального и техногенного сырья, в том числе классификации по крупности, является одной из центральных проблем горного производства. Вместе с тем научная база проектирования оптимальных процессов и машин для классификации остается пока на сравнительно низком уровне. Эвристика и эмпирический подход являются основным методом решения задач создания новой техники и технологии классификации, сдерживая переход на уровень научного осмысления протекающих физических процессов и создания современных методов автоматизированного проектирования. Поэтому разработка математической модели описывающей циркуляционное движение материала в поле вибрационных и гидродинамических сил и алгоритма численного решения уравнений циркуляционного движения частицы является актуальной научной задачей имеющей важное значение для расчета и проектирования элементов рабочих поверхностей высокоэффективных вибрационных грохотов и процессов циркуляционного перемещения по ним сыпучих материалов при объемном приложении вибрационных сил [1, 2].

Наиболее адекватное описание движения материала в поле вибрационных и гидродинамических сил возможно на основании развития одномерной модели, исследованной в работе [3]. Рабочая, поверхность, наклоненная под углом  $\alpha$  к горизонту и покрытая слоем жидкости, совершает прямолинейные поступательные колебания по закону  $a = A \sin(\omega t)$  под углом  $\beta$  к рабочей поверхности, где  $A$  - амплитуда колебаний,  $\omega$  - частота колебаний. Слой материала моделируется материальной частицей конечных размеров привязанной к неподвижной системе координат  $XOY$  и жестко связанной с вибрирующей плоскостью системы координат  $X_0OY_0$ . На частицу действуют следующие силы:  $\bar{J}$  - вектор сил инерционной природы, действующих на частицу;  $\bar{G}$  - вектор силы тяжести частицы;  $\bar{A}$  - вектор выталкивающей силы (сила Архимеда);  $\bar{F}$  - вектор силы трения между частицей и рабочей поверхностью;  $\bar{N}$  - вектор силы нормальной реакции от взаимодействия частицы с рабочей поверхностью;  $\bar{\Phi}$  - вектор поверхностных сил сопротивления движению частицы.

Используя принцип Даламбера, векторное уравнение движения частицы в жидкости запишем в виде

$$\bar{J} = \bar{G} + \bar{A} + \bar{F} + \bar{N} + \bar{\Phi}. \quad (1)$$

Рассмотрим в отдельности проекции каждого вектора уравнения (1) на оси неподвижной системы координат.

При виброперемещении частицы в идеальной несжимаемой жидкости, помимо силы инерции самой частицы необходимо учитывать и гидродинамические силы инерционного происхождения. Если рассматривать неравномерное движение частицы, то силы  $J'_x$  и  $J'_y$  инерционной природы, приложенные к частице со стороны жидкости, будут определяться выражениями [3]:

$$J'_x = -m_0^x \frac{dx'}{dt} = -m_0 \ddot{x}; \quad J'_y = -m_0^y \frac{dy'}{dt} = -m_0 \ddot{y}; \quad (2)$$

где  $m_0^y$  и  $m_0^x$  - присоединенные массы частицы.

Помимо этой силы на частицу при ее неустановившемся движении в ускоренном потоке жидкости, обусловленном колебаниями жидкости, действует дополнительная сила, проекции которой равны

$$J''_x = 0; \quad J''_y = m + m_0^y \frac{d\eta}{dt} = m + m_0^y \ddot{\eta}, \quad (3)$$

где  $m$  - масса жидкости в объеме, равном объему частицы;  $\eta$  - проекция перемещения частиц жидкости в объеме, вытесненном частицей (закон колебания жидкости).

С учетом выражений (2), (3) проекции вектора сил инерционной природы действующих на частицу, запишем в виде

$$J_x = -M + m_0^x \ddot{x}; \quad J_y = -M + m_0^y \ddot{y} + m + m_0^y \ddot{\eta}; \quad (4)$$

где  $M$  - масса частицы.

К массовым силам, действующим на частицу в жидкости, следует отнести силу тяжести и выталкивающую силу. Проекции результирующей этих сил имеют вид

$$G_x = -M - m g \sin \alpha; \quad G_y = -M - m g \cos \alpha; \quad (5)$$

где  $g$  - ускорение свободного падения.

К поверхностным силам сопротивления движению частицы относятся сила поверхностного сопротивления, обусловленная колебаниями жидкости и, в общем случае, сила поверхностного давления на частицу со стороны набегающего потока жидкости.

Проекция силы поверхностного сопротивления, обусловленные колебаниями жидкости» запишем в виде

$$\Phi_1^x = -0,5C_x S_x \rho W_x |W_x|; \Phi_1^y = -0,5C_y S_y \rho W_y |W_y|; \quad (6)$$

где  $C_x, C_y$  - коэффициенты лобового сопротивления;  $S_x, S_y$  - площади миделевого сечения частицы;  $\rho$  - плотность жидкости;

$$W_x = \dot{x}; W_y = \dot{y} - \dot{\eta}.$$

Проекция силы давления со стороны набегающего потока жидкости могут быть записаны в виде

$$\Phi_2^x = 0,5C_x S_x \rho V_x |V_x|; \Phi_2^y = 0,5C_y S_y \rho V_y |V_y|; \quad (7)$$

где  $V_x, V_y$  рассчитываются по формулам

$$V_x = V \cos \gamma; V_y = -V \sin \gamma;$$

где  $V$  - положительное число, равное скорости набегающего потока жидкости;  $\gamma$  - угол между вектором скорости  $\vec{V}$  и осью  $OX$ , отсчитываемый по часовой стрелке от оси  $OX$ .

Так как в окрестности частицы в нормальном к плоскости направлении поле скоростей и ускорений жидкости, обусловленное колебаниями жидкости, является функцией координаты  $y_0$  [4]

$$\begin{aligned} \eta_{0,t} &\equiv A \sin \beta e^{-\delta y_0} \sin \omega t; \\ \dot{\eta}_{0,t} &\equiv A \omega \sin \beta e^{-\delta y_0} \cos \omega t; \\ \ddot{\eta}_{0,t} &\equiv A \omega^2 \sin \beta e^{-\delta y_0} \sin \omega t. \end{aligned} \quad (8)$$

Для учета влияния градиента скорости и ускорения жидкости, усредним их по размеру частицы, после чего получаем

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_{cp} &= -A \omega D \sin \beta e^{-\delta y_0} \cos \omega t; \\ \ddot{\eta}_{cp} &= A \omega^2 \sin \beta e^{-\delta y_0} \sin \omega t; \end{aligned} \quad (9)$$

где  $D = \frac{e^{-\delta d} - 1}{\delta d}$ ;  $\delta$  - коэффициент затухания;  $d$  - характерный размер частицы.

С учетом (1)-(7) уравнение движения частиц по вибрирующей в жидкости

плоскости в проекциях на оси координат, запишутся в виде

$$M \ddot{x} + g \sin \alpha = mg \sin \alpha - m_0^x \ddot{x} + 0,5C_x S_x \rho \left( |V_x| - W_x |W_x| \right) + F_x ;$$

$$M \left( \ddot{y} + g \cos \alpha \right) = m \left( \ddot{\eta}_{cp} + g \cos \alpha \right) - m_0^y \left( \ddot{y} - \ddot{\eta}_{cp} \right) + 0,5C_y S_y \rho \left( |V_y| - W_y |W_y| \right) + N. \quad (10)$$

Переходя к относительным координатам и учитывая (8) и (9), получаем

$$\ddot{x}_0 = A\omega^2 \cos \beta \sin \omega t - \frac{M - m}{M + m_0^x} g \sin \alpha + \frac{0,5C_x S_x \rho}{M + m_0^x} \left( |V_x| - W_x |W_x| \right) + \frac{F_x}{M + m_0^x} ;$$

$$\ddot{y}_0 = A\omega^2 \sin \beta \sin \omega t + \frac{M - m_0^y}{M + m_0^y} A\omega D \sin \beta e^{-\delta y_0} \sin \omega t - \frac{M - m_0^y}{M + m_0^y} g \cos \alpha +$$

$$+ \frac{0,5C_y S_y \rho}{M + m_0^y} \left( |V_y| - W_y |W_y| \right) + \frac{N}{M + m_0^y} \quad (11)$$

где

$$W_x = \dot{x}_0 + A\omega \cos \beta \cos \omega t ;$$

$$W_y = \dot{y}_0 + A\omega \sin \beta \cos \omega t + A\omega D \sin \beta e^{-\delta y_0} \cos \omega t ; \quad (12)$$

Решение системы (11) может быть выполнено методом припасовывания с учетом дополнительных логических условий, определяющих моменты перехода от одного этапа движения частицы к другому.

Разработаны алгоритм и программа численного решения уравнений циркуляционного движения частицы.

Разобьем движение частицы по наклонной плоскости на два вида движения, исходя на полученных в экспериментальных исследованиях представлениях о циркуляционном движении материала по поверхности грохота (рис. 1).

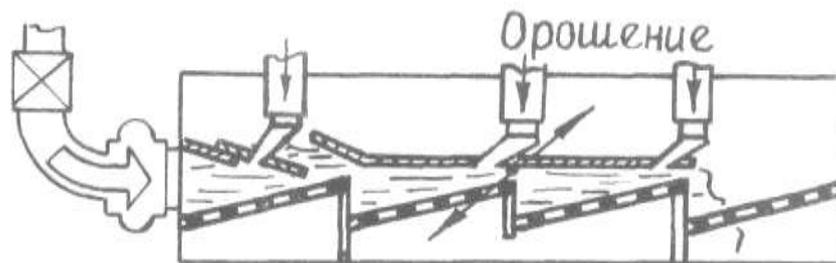


Рис. 1 – Схема движения материала по поверхности поперечно-лоткового грохота

Будем считать, что в движении участвует два слоя материала, каждый из которых состоит из отдельных частиц конечного размера. Движение нижнего слоя описывается системой уравнений (11), причем  $V = 0$ . На верхний слой при его движении действуют струи жидкости, исходящие из брызгал под углом

$\frac{\pi}{2} < \gamma < \pi$  со скоростью  $V \neq 0$ . Движение слоя описывается той же системой уравнений.

Движение каждого слоя будем рассматривать отдельно, независимо друг от друга.

Рассмотрим движение, нижнего слоя, когда  $V = 0$ . В начальный момент времени  $y_0 \equiv 0$ ,  $\dot{x}_0 = 0$ . Из (11) получаем выражения для сил, действующих на частицу

$$F_x^0 = -M - m_0^x A\omega^2 \cos \beta \sin \omega t + M - m g \sin \alpha + 0,5C_x S_x \rho W_x |W_x|; \quad (13)$$

$$N = -\left[ M - m_0^y + m + m_0^y D \right] A\omega^2 \sin \beta \sin \omega t + M - m g \cos \alpha + 0,5C_y S_y \rho W_y |W_y|; \quad (14)$$

где  $F_x^0$  - тангенциальная сила, удерживающая частицу в состоянии относительного покоя.

Формула (13) справедлива при выполнении условия

$$F_x^0 < f_1 N, \quad (15)$$

где  $f_1$  - коэффициент трения покоя.

При  $N > 0$  и  $F_x^0 > f_1 N$  частица начинает скользить по плоскости. Справедлива формула (14) и условие  $y_0 \equiv 0$ ,  $\dot{x}_0 = 0$ . Скольжение частицы по плоскости описывается первым уравнением системы (11), при этом  $F_x^0 = -fN$ , где  $f$  - коэффициент трения скольжения. При  $N \leq 0$  частица переходит в состояние полета над плоскостью. Справедливы уравнения (11) при  $F_x^0 = 0$ ,  $N = 0$ . Полет прекращается при выполнении условия  $y_0 \leq 0$ .

При падении частицы на плоскость происходит удар, который в данной постановке будет считать неупругим. Проекции скорости частицы после падения определяются формулами  $\dot{y}_0^+ = 0$ .

Если  $\dot{x}_0^- > f|\dot{y}_0^-|$ , то  $\dot{x}_0^+ = \dot{x}_0^- + f\dot{y}_0^-$  иначе  $\dot{x}_0^+ = \lambda \dot{x}_0^-$ .

где  $\lambda$  - коэффициент мгновенной передачи скорости при ударе [5].

Далее цикл повторяется. При достижении частицей определенной координаты  $x_0$  на плоскости она попадает под действие струй жидкости, исходящих из брызгал. Под действием струй жидкости и подпоре со стороны слоя материала частица переходит на верхний уровень.

Рассмотрим движение верхнего слоя,  $V \neq 0$ . Алгоритм расчета движения верхнего слоя при этом ничем не отличается от приведенного выше. Блок-схемы алгоритма расчета приведена на рис. 2.



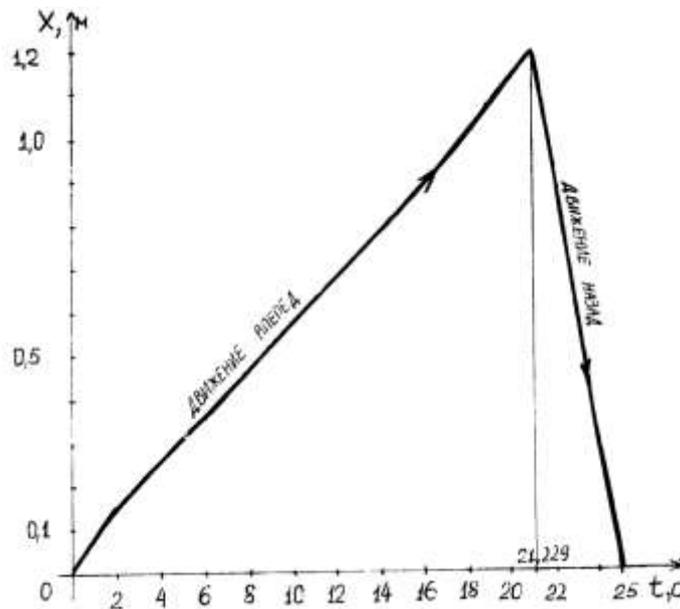


Рис. 3 - Результаты расчета

2. Разработаны алгоритм и программа численного решения уравнений циркуляционного движения частицы, приведен пример расчета. Принято считать, что в движении участвует два слоя материала, каждый из которых состоит из отдельных частиц конечного размера. Движение каждого слоя рассматривается отдельно, независимо друг от друга. Алгоритм позволяет моделировать полет, падение и скольжение частиц по плоскости.

3. Полученные результаты использованы при проведении исследований технологических параметров процесса тонкослоевого грохочения при вращательном движении цилиндрической просеивающей поверхности и обосновании рациональных технологических и конструктивных параметров грохотов барабанного типа.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Червоненко А.Г. Износостойкие динамически активные просеивающие поверхности из эластомеров для разделения сыпучих материалов и пульп / Червоненко А.Г., Морус В.Л. // Труды II Международного симпозиума по механике эластомеров, июнь, 1997, г. Днепропетровск. - 1997. - Т. 1. - С. 296-309.
2. Морус В.Л. Новые износостойкие резиновые рабочие поверхности для грохотов барабанного типа, закономерности перемещения материала внутри цилиндров с многозаходной транспортирующей спиралью / Морус В.Л., Никутов А.В. // Геотехническая механика. - Днепропетровск. - 1998. - Вып. 7. - С. 125-132.
3. Исследование динамики рабочего органа вибромашины и технологической нагрузки в жидкости / Потураев В.Н., Борохович Д.Е., Шевченко Г.А., Лысенко Г.М. // Вибрационные эффекты и процессах добычи и переработки минерального сырья: Сб. науч. тр. - Киев: Наук. думка, 1989. - с. 123 - 132.
4. Костоков А.А. Взаимодействие тел, движущихся в жидкости / Костоков А.А. - Л.: Судостроение, 1972. - 309 с.
5. Конторович Л.В. Функциональный анализ в нормированных пространствах / Конторович Л.В., Анилов Г.Р. - К. Физматгиз, 1959. - 684 с.

УДК 553.94.551.735 (477.82/84)

канд. геол. наук, с.н.с. І. В. Бучинська

**ЛІТОЛОГО-ФАЦІАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ПІСКОВИКІВ  
ЛЮБЕЛЬСЬКОГО ТА ТЯГЛІВСЬКОГО РОДОВИЩ ЛЬВІВСЬКО-  
ВОЛИНСЬКОГО БАСЕЙНУ ТА АНАЛІЗ ЇХНЬОЇ ГАЗОНОСНОСТІ**