УДК 622.648.01 – 9:621.643.29

Семененко Е.В., д-р техн. наук, ст. науч. сотр.
Киричко С.Н.
(ИГТМ НАН Украины)

ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ГИДРАВЛИЧЕСКОГО УКЛОНА ПРИ ТЕЧЕНИИ ПУЛЬПЫ С КОНЦЕНТРАЦИЕЙ ПАСТЫ

Семененко Є.В., д-р техн. наук, ст. наук. співр.
Киричко С.М.
(ІГТМ НАН України)

ОБГРУНТУВАННЯ МЕТОДИКИ РОЗРАХУНКУ ГІДРАВЛІЧНОГО УХИЛУ ПРИ ТЕЧІЇ ПУЛЬПИ З КОНЦЕНТРАЦІЄЮ ПАСТИ

Semenenko E.V., D. Sc. (Tech.), Senior Researcher
Kirichko S.N.
(IGTM NAS of Ukraine)

METHOD OF HYDRAULIC SLOPE CALCULATION FOR STREAM OF PULP WITH PASTE CONCENTRATION

Аннотация. Статья посвящена исследованию поведения решения полного уравнения Букингама в различных интервалах входящих в него величин и определению его адекватной аппроксимации для условий проектировочного и поверочного расчетов гидротранспортных комплексов, перекачивающих пульпы с концентрацией пасты. Целью статьи является обоснование научных основ проектировочного и поверочного расчетов гидротранспортных комплексов, перекачивающих пульпы с концентрацией пасты, с учетом особенностей поведения решения полного уравнения Букингама в различных интервалах входящих в него величин. С использованием методов теории размерности, основных теорем алгебры, решения Кардано, а также свойств корней полиномов третьей и четвертой степени получено аналитическое решение полного уравнения Букингама в универсальных безразмерных величинах, учитывающих характеристики суспензии, течения и трубопровода. Исследованы особенности поведения этого решения в различных интервалах входящих в него величин. Это позволило выделить наиболее вероятный диапазон изменения параметров при расчетах расходно-напорных характеристик гидротранспортных систем и обосновать для него линейную зависимость между действующим перепадом давлений, начальным касательным напряжением и объемным расходом суспензии, коэффициенты которой не зависят от свойств твердой фазы, диаметра или материала трубопровода. Предложена оценка интервалов безразмерного расхода суспензии, в которых вклад в величину гидравлического уклона вязкости пульпы с концентрацией пасты или начального касательного напряжения будет преобладающим. Полученные результаты позволяют научно обоснованно определять величину гидравлического уклона в зависимости от расхода пульпы с концентрацией пасты, начального касательного напряжения и вязкости суспензии, а также диаметра трубопровода и адекватно проводить проектировочный и поверочный расчеты гидротранспортных комплексов, перекачивающих пульпы с концентрацией пасты.

Ключевые слова: гидротранспорт, пульпа с концентрацией пасты, начальное напряжение сдвига, гидравлический уклон, уравнение Букингама.

Введение. Дальнейшая работа горно-обогатительных комбинатов (ГОК) Украины сдерживается многими экологическими и экономическими факторами, преодоление которых возможно исключительно за счет внедрения новых перспективных технологий. Одной из них является технология пастового сгущения отходов обогащения, внедрение которой позволяет значительно сократить объемы хранилищ, объемы перемещаемой оборотной воды и затраты электроэнергии, но требует кардинального и дорогостоящего переоснащения систем оборотного водоснабжения и складирования отходов [1 – 8]. Опыт внедрения этой технологии на ГОКах стран СНГ, а также на обогатительных фабриках Финляндии, Канады и США свидетельствует, что реологические характеристики пульп из отходов обогащения медных, никелевых и железных руд, сгущаемых до концентрации пасты, наиболее точно описываются законом Бингама-Шведова [4, 5, 9, 10]. Использование этой закономерности для расчетов расходно-напорных характеристик (РНХ) гидротранспортных систем предполагает решение нелинейного уравнения Букингама [7 – 10]

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta L}\left[1 - \frac{4}{3}\frac{2\tau_0 L}{R\Delta P} + \frac{1}{3}\left(\frac{2\tau_0 L}{R\Delta P}\right)^4\right], \qquad (1)$$

где Q – объемный расход пульпы с концентрацией пасты (ПКП); π – константа, равная 3,14; R – внутренний радиус трубы; ΔP – действующий перепад давлений; η – эффективная вязкость ПКП; L – длина трубопровода; τ_0 – начальное касательное напряжение суспензии (НКН).

Формула (1) не позволяет получить аналитическое решение ни в случае проектировочного расчета, когда определяют диаметр трубопровода и РНХ насосов, ни в случае поверочного расчета, когда рассчитывают подачу установки и развиваемый напор. В обоих случаях требуется решение нелинейного уравнения четвертой степени, однако большое количество варьируемых величин затрудняет использование численных методов.

В сложившихся условиях большинство авторов предлагают рассматривать упрощенное уравнение Букингама, которое предполагает линейную зависимость между действующим перепадом давлений и объемным расходом ПКП [7, 10]

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta L}\left(a - b\frac{2\tau_0 L}{R\Delta P}\right), \qquad (2)$$

где a, b – опытные коэффициенты, определяемые по экспериментальным данным для суспензий того или иного типа [7].

На практике определение опытных коэффициентов a и b вызывает значительные затруднения, поскольку неизвестны факторы, влияющие на их величины. Таким образом, задача исследования поведения решения уравнения (1) в различных интервалах входящих в него величин и определения адекватной ее аппроксимации для условий проектировочного и поверочного расчетов гидротранспортных комплексов, перекачивающих ПКП, является важной и актуальной.

Целью статьи является обоснование научных основ проектировочного и поверочного расчетов гидротранспортных комплексов, перекачивающих ПКП, с учетом особенностей поведения решения полного уравнения Букингама в различных интервалах входящих в него величин.

Результаты исследований. Выражение (1) с учетом возможных безразмерных величин рационально преобразовать к следующему алгебраическому уравнению четвертой степени [9, 10]:

$$A^4 - 4(1+3\theta)A + 3 = 0; \tag{3}$$

$$A = \frac{2\tau_0 L}{R\Delta P}; \qquad \theta = \frac{\eta Q}{\pi R^3 \tau_0}, \tag{4}$$

действительными корнями которого являются точки пересечения параболы четвертой степени с поднятыми вверх ветками, вершиной в начале координат и прямой линии пересекающей оси ординат и абсцисс соответственно в точках

$$(0;-3) \text{ и } \left(\frac{3}{4(1+3\theta)};0\right).$$

Графики этих функций пересекаются только в первом квадранте координатной плоскости, при этом могут быть одна или две точки пересечения в зависимости от величины θ. На основании этого можно сделать вывод, что уравнение (1) имеет два действительных и два комплексных корня, и может быть представлено в следующем виде:

$$(A-e-f)(A-e+f)(A-c-id)(A-c+id)=0, \tag{5}$$

где e, f, c, d – действительные числа; i – мнимая единица.

Раскрывая скобки в выражении (4), приводя подобные и приравнивая выражения для коэффициентов при соответствующих степенях аргумента коэффициентам в уравнении (3), получим систему нелинейных алгебраических уравнений для определения величин e, f, c, d

$$c+e=0; \qquad c^2+d^2+4ec+e^2-f^2=0;$$

$$ec^2+ef^2+ce^2-cf^2=2(1+3\theta); \; \left(e^2-f^2\right)\left(c^2+d^2\right)=3,$$

решение которой сводится к нахождению действительных корней следующего кубического уравнения:

$$x^3-\frac{4}{3}x-\left(\frac{1+3\theta}{2}\right)^2=0; \qquad x=c^2;$$

$$e=-c; \; d=\sqrt{c^2-\frac{1+3\theta}{2c}}; \quad f=\sqrt{-c^2-\frac{1+3\theta}{2c}}.$$

Нетрудно показать, что рассматриваемое уравнение имеет единственный действительный корень, так как его дискриминант всегда больше нуля:

$$c=\pm\frac{\sqrt[3]{1+3\theta}}{\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt[3]{1+\sqrt{1-\frac{1}{(1+3\theta)^4}}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{1-\frac{1}{(1+3\theta)^4}}}}.$$

С учетом этого необходимое нам аналитическое решение уравнения (3) можно представить так (см. рис. 1, 2):

$$A=\sqrt[3]{1+3\theta}\sqrt{\frac{z}{2}}\left[1-\sqrt{\left(\frac{2}{z}\right)^{\frac{3}{2}}-1}\right]; \tag{6}$$

$$z=\sqrt[3]{1+\sqrt{1-\frac{1}{(1+3\theta)^4}}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{1-\frac{1}{(1+3\theta)^4}}}. \tag{7}$$

Из рис. 1 и 2 видно, что диапазон изменения величины θ, определяемый интервалом изменения параметра A от 0 до 1, составляет $0\le\theta\le 25$. При этом наибольшее изменение величины θ имеет место в интервале $0{,}0\le A\le 0{,}1$, а минимальное – в интервале $0{,}8\le A\le 1{,}0$. Интервал $0{,}1\le A\le 0{,}8$, в котором величина θ изменяется от 0,0218 до 2,1688 (рис. 1 б), рассматривается как наиболее вероятный диапазон изменения при расчетах РНХ гидротранспортных систем.

Для анализа поведения решения в рассматриваемых интервалах решение (6) удобно переписать в следующем виде (рис. 3):

$$A=\gamma(\theta)[1-\mu(\theta)]; \tag{8}$$

$$\gamma=\sqrt[3]{1+3\theta}\sqrt{\frac{z}{2}};$$

$$\mu=\sqrt{\left(\frac{2}{z}\right)^{\frac{3}{2}}-1}. \tag{9}$$

Из рис. 3 видно, что величина γ плавно возрастает от 1 до 3,3505 при увеличении θ от 0 до 25. А величина μ резко увеличивается от 0 до 0,9 в интервале изменения θ от 0 до 2,4, а затем, при изменении θ от 2,4 до 25, значение μ увеличивается только до 1 (рис. 4). Отметим, что интервал значений θ, соответствующий резкому изменению величины μ (рис. 4), совпадает с интервалом изменения относительного гидравлического уклона $0{,}1<A<0{,}8$ (рис. 1 б).

Как при поверочном, так и при проектировочном расчетах гидротранспортных комплексов при определении РНХ магистрали требуется знание зависимости гидравлического уклона от расхода ПКП. Гидравлический уклон выражается через параметр A, радиус трубопровода и величину НКН по следующей формуле:

$$i=\frac{1}{A}\frac{2\tau_0}{\rho_0 gR}, \tag{10}$$

где i – гидравлический уклон; ρ_0 – плотность воды; g – ускорение свободного падения.

Комбинируя формулы (8) – (10) можно предложить для расчета гидравлического уклона при течении ПКП на выбор два выражения

$$i=\frac{1}{\gamma(\theta)[1-\mu(\theta)]}\frac{2\tau_0}{\rho_0 gR};$$

$$i=\frac{1}{\theta\gamma(\theta)[1-\mu(\theta)]}\frac{2\eta Q}{\rho_0 g\pi R^4}, \tag{11}$$

однако использование любого из них затрудняется тем, что параметр θ учитывает как величину расхода суспензии, так и НКН.

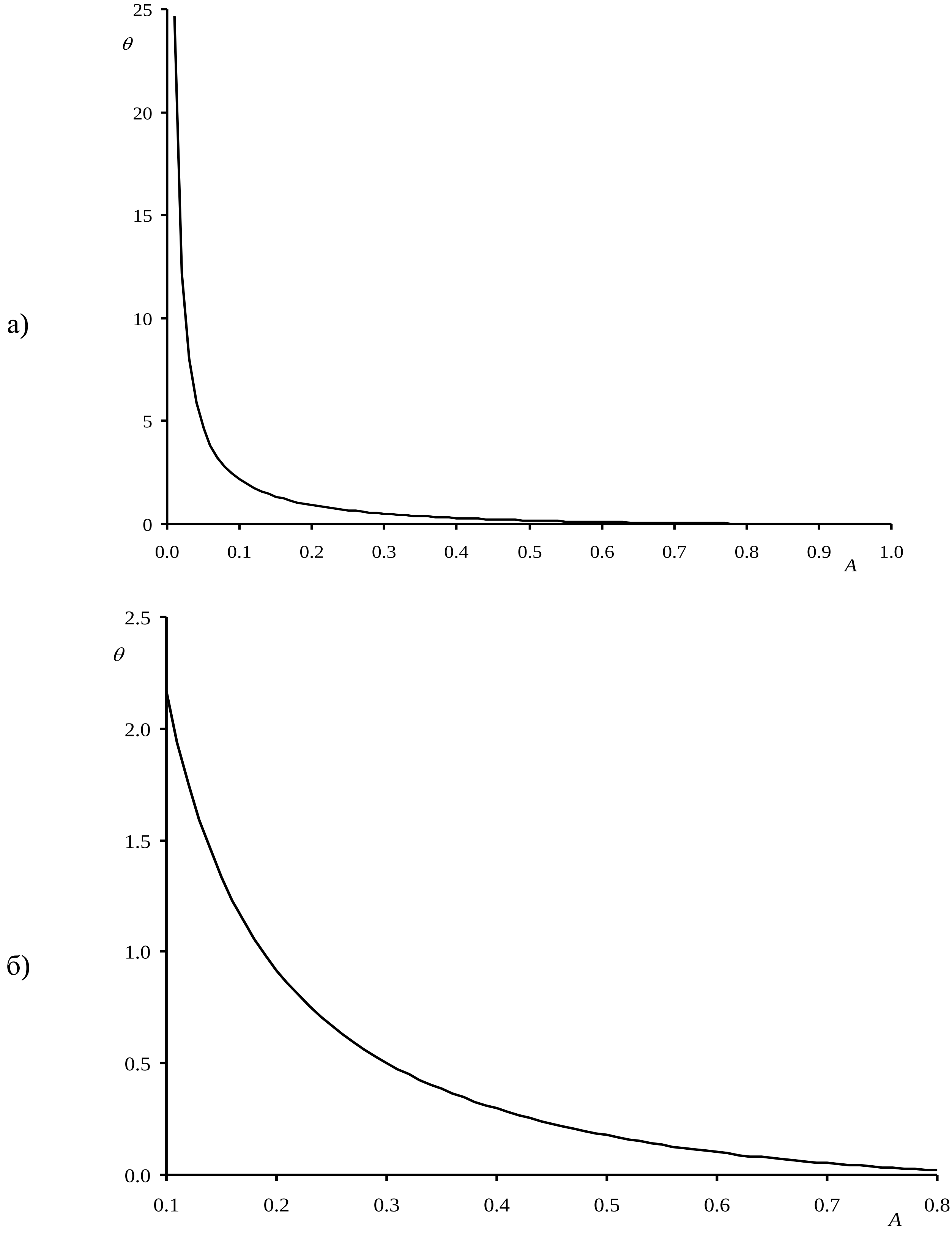
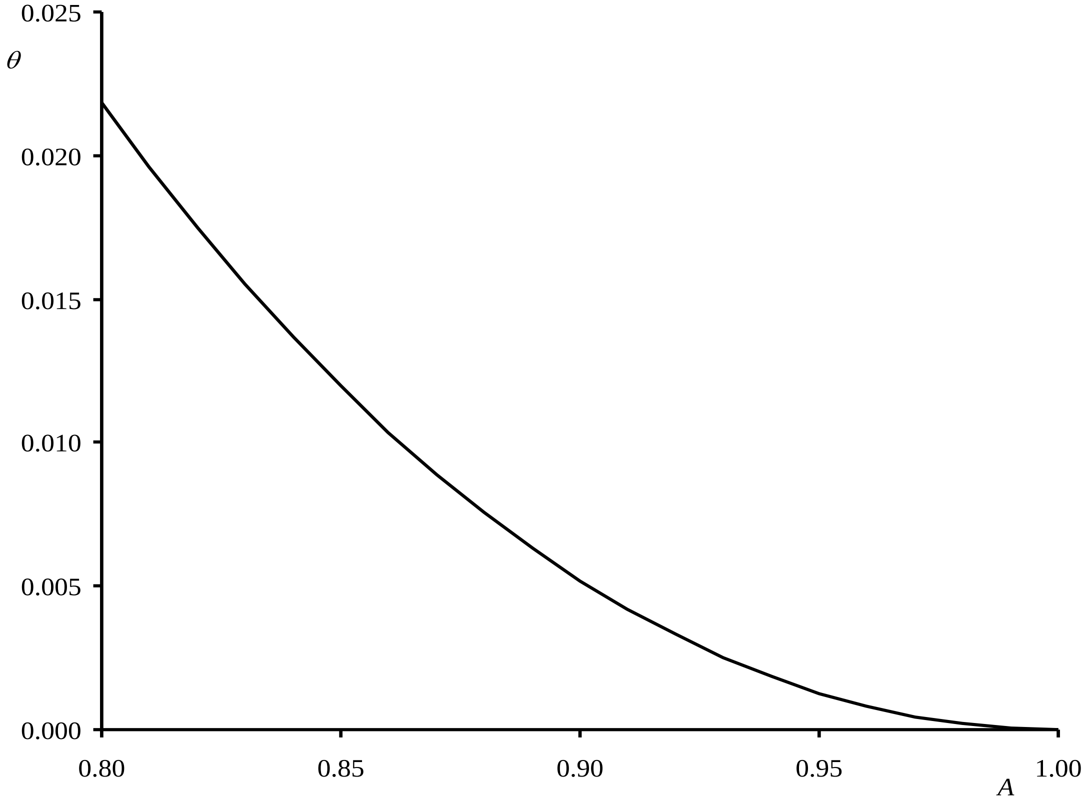


Рис. 1 – Зависимость величины безразмерного расхода суспензии от безразмерного радиуса ядра потока в различных интервалах изменения: А) – $0{,}01 \le A \le 1$; Б) – $0{,}1 < A < 0{,}8$.

а)



б)

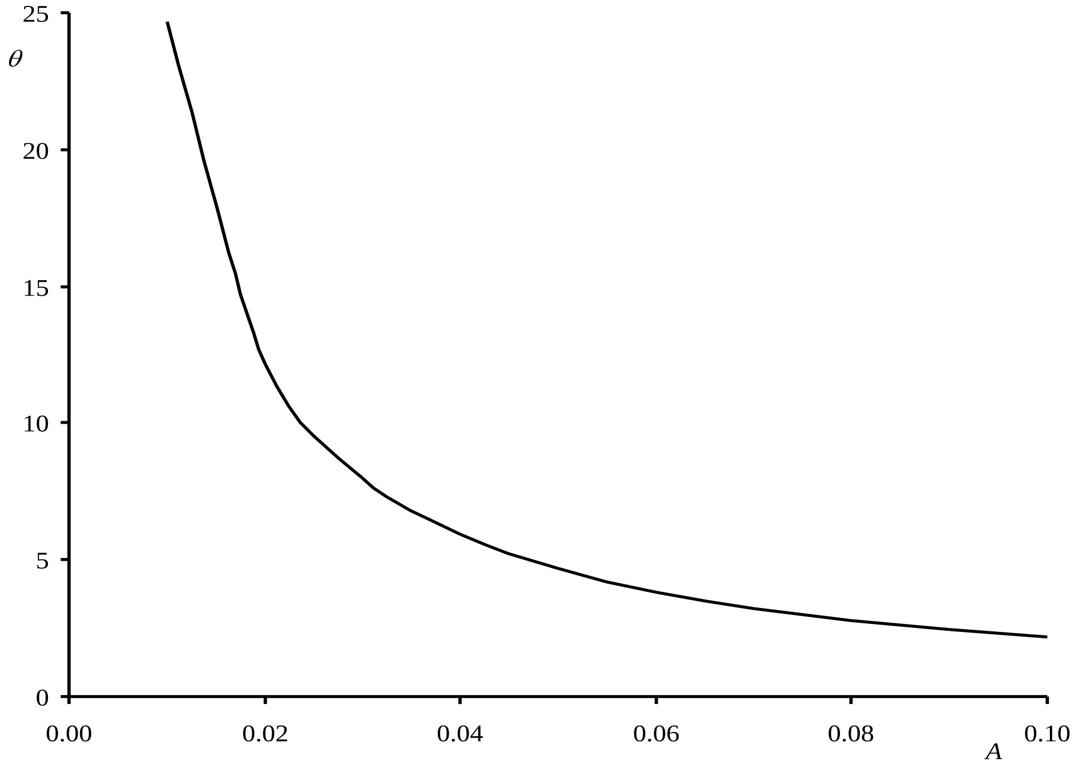
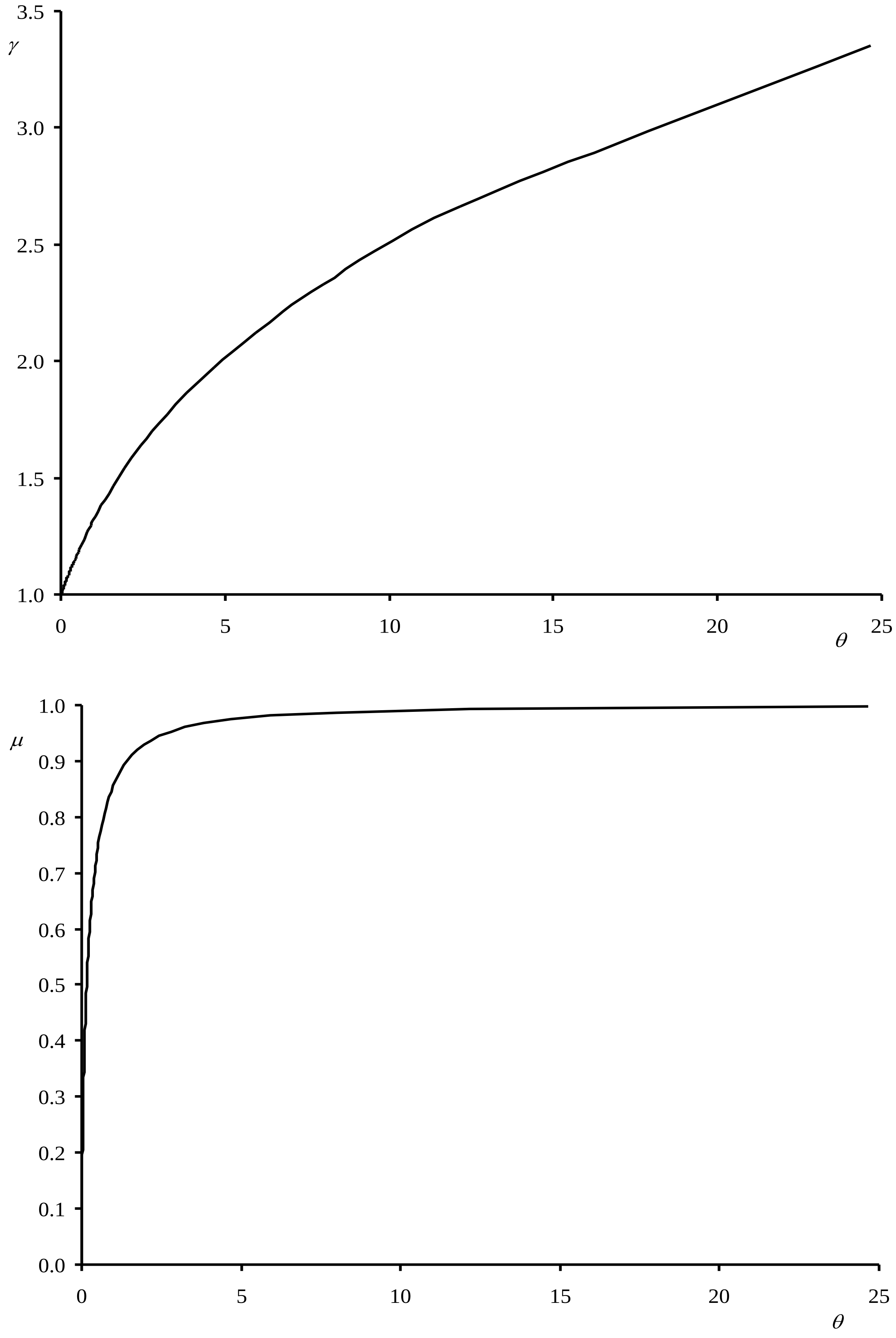


Рис. 2 – Зависимость величины безразмерного расхода суспензии от безразмерного радиуса ядра потока в различных интервалах изменения: а) – $0{,}8 < A < 1{,}0$; б) – $0{,}0 \le A \le 0{,}1$.

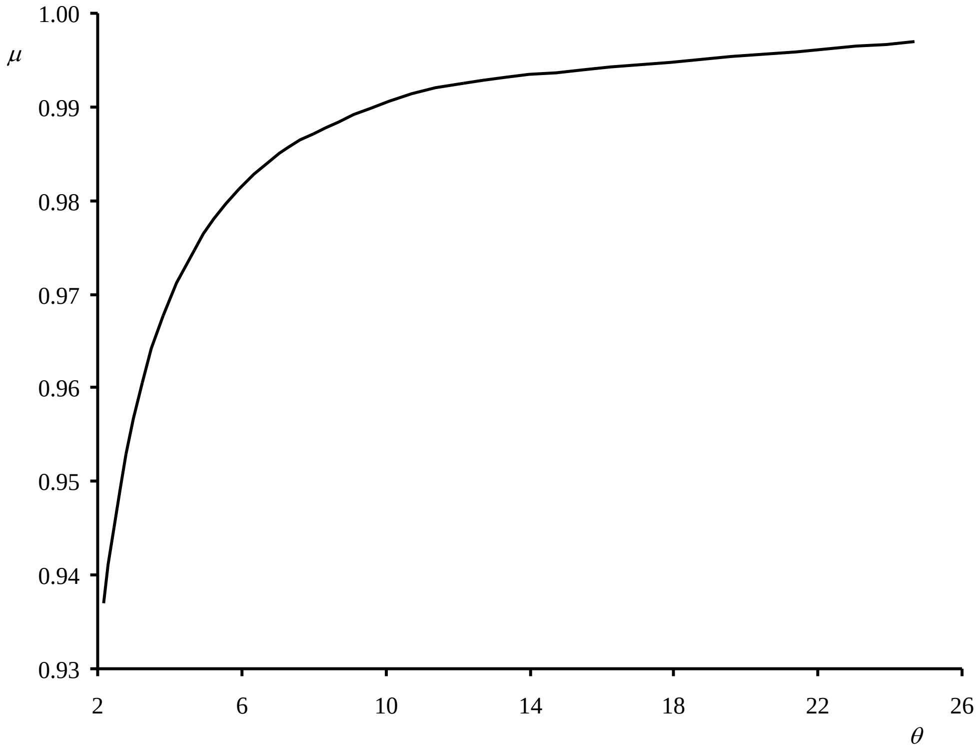


а)

б)

Рис. 3 – Зависимость величин γ и μ от безразмерного расхода суспензии

а)



б)

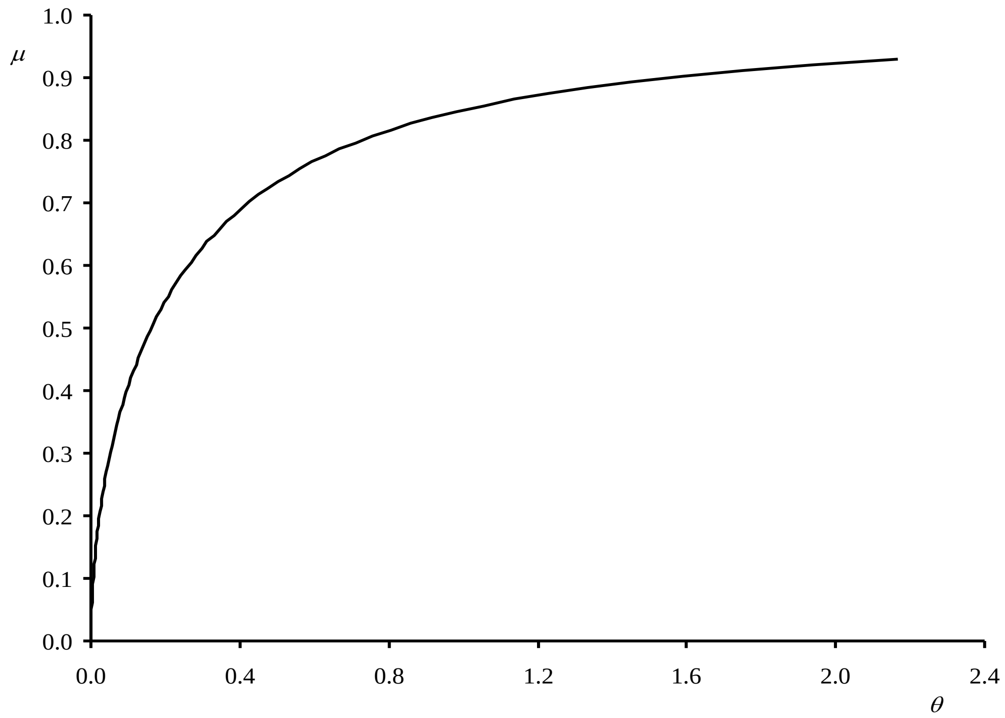


Рис. 4 – Зависимость величины μ от безразмерного расхода суспензии в различных интервалах изменения: а) – $2{,}4 < \theta < 25{,}0$; б) – $0{,}0 < \theta < 2{,}4$.

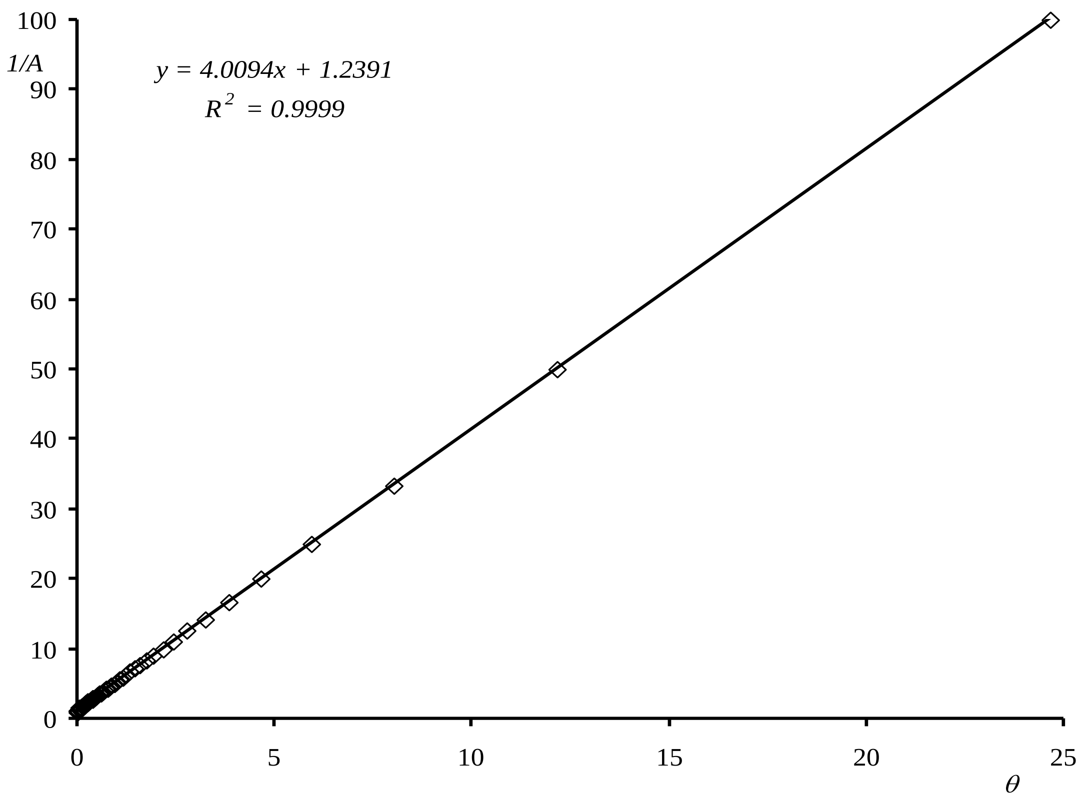


Рис. 5 – Зависимость величины безразмерного гидравлического уклона от безразмерного расхода суспензии

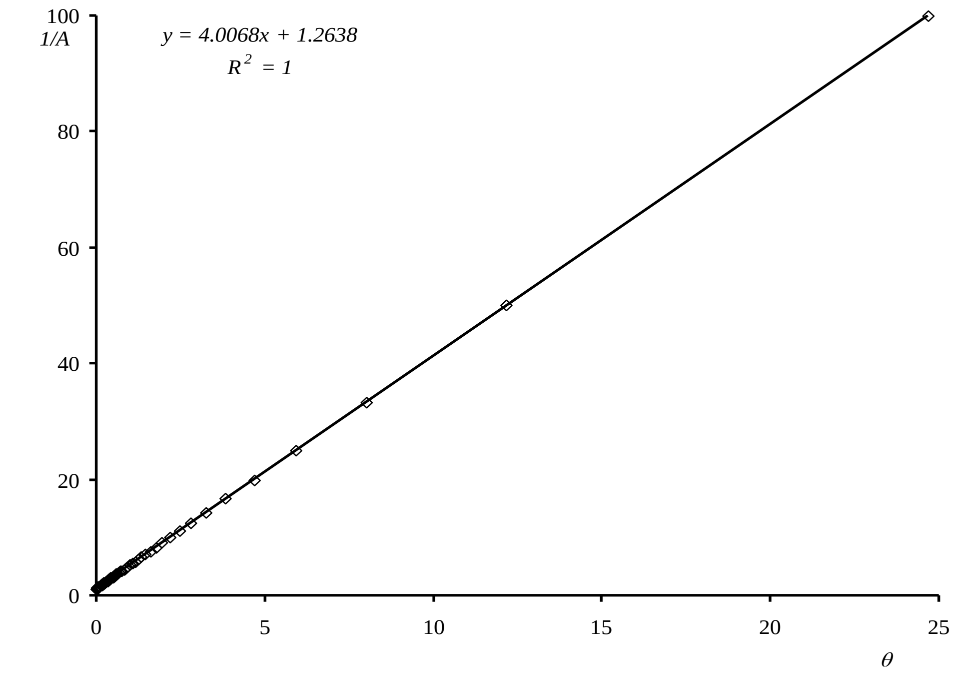
Результаты анализа зависимости величины, обратной параметру A, от θ показывают, что ее можно аппроксимировать линейной функцией (рис. 5). При этом отклонения исходной зависимости от аппроксимирующей ее функции наблюдаются при значениях θ менее 0,006, когда величина параметра A изменяется от 0,97 до 0,0 (рис. 6). Таким образом, рационально предложить разбить диапазон изменения параметра θ на два интервала, в каждом из которых исходную зависимость можно аппроксимировать линейной функцией (рис. 6, табл. 1)

$$\frac{1}{A} = \alpha + \frac{\beta}{2}\theta, \tag{12}$$

где α, β – коэффициенты аппроксимации.

Отметим, что полученные значения коэффициентов α и β являются универсальными, они отражают свойства решения уравнения (1) как математического объекта и не зависят от вида суспензии, диаметра или материала трубопровода, так как получены при аппроксимации безразмерной зависимости, в которой свойства ПКП и гидравлические характеристики течения учитываются универсальными критериями.

а)



б)

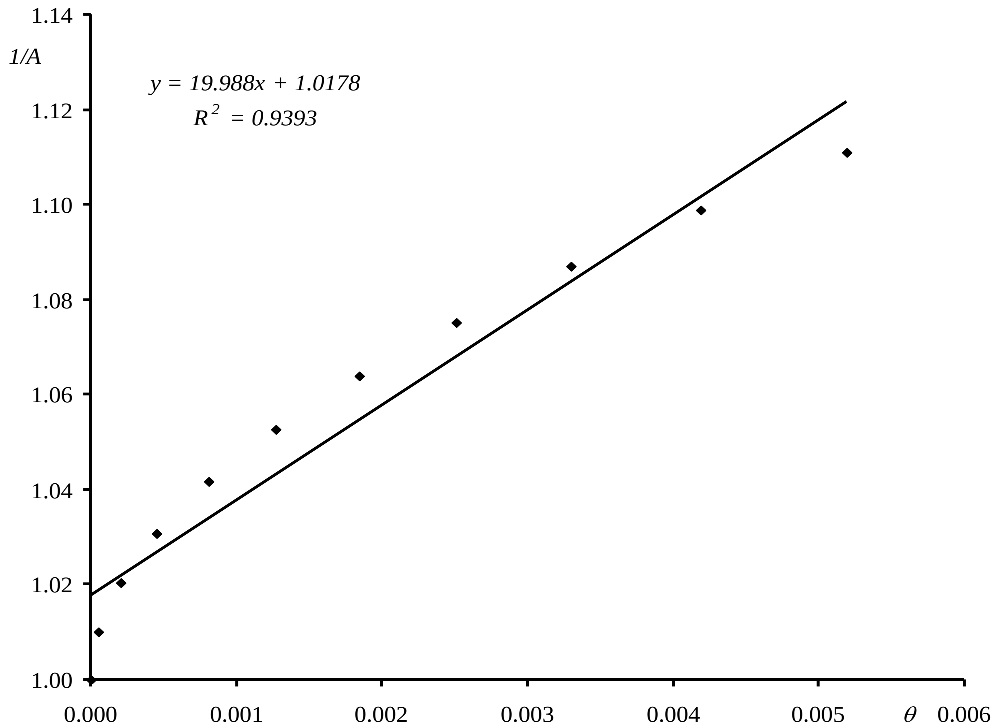


Рис. 6 – Зависимость величины безразмерного гидравлического уклона от безразмерного расхода суспензии в различных интервалах изменения: а) – $0{,}006 < \theta < 25{,}0$; б) – $0{,}0 < \theta < 0{,}006$

Таблица 1 – Значения коэффициентов аппроксимации уравнения (12)

Интервалы изменения величин	Значения коэффициентов аппроксимации		Точность аппроксимации (R^2)
	α	β	
$0{,}006 < \theta < 25{,}0$ $0{,}0 < A < 0{,}9$	1,2638	8,0136	1,0000
$0{,}0 < \theta < 0{,}006$ $0{,}9 < A < 1{,}0$	1,0178	39,976	0,9393

С использованием выражений (11) и (12) можно легко получить формулу для определения гидравлического уклона, аналогичную решению упрощенного уравнения Букингама, коэффициенты которой не зависят от типа суспензии, а определяются режимом течения,

$$i = \frac{\alpha \tau_0}{\rho_0 g R} + \frac{\beta \eta Q}{\rho_0 g \pi R^4}. \quad (13)$$

Соотношение коэффициентов α и β определяет значение критерия θ, при котором слагаемые в формуле (13) будут равны между собой, при этом вклад вязкости ПКП и НКН в гидравлический уклон будут одинаковыми (табл. 2):

$$\theta = \frac{\alpha}{\beta}.$$

Соотношением α и β определяются также интервалы, в которых вклад вязкости ПКП или НКН в гидравлический уклон будут преобладающими:

$$i = \begin{cases} 1{,}1\dfrac{\alpha \tau_0}{\rho_0 g R}, & \theta < \dfrac{\alpha}{10\beta}; \\ \dfrac{\alpha \tau_0}{\rho_0 g R} + \dfrac{\beta \eta Q}{\rho_0 g \pi R^4}, & \dfrac{\alpha}{10\beta} < \theta < \dfrac{10\alpha}{\beta}; \\ 1{,}1\dfrac{\beta \eta Q}{\rho_0 g \pi R^4}, & \theta > \dfrac{10\alpha}{\beta}. \end{cases}$$

Таблица 2 – Величины, определяющие интервалы влияния вязкости ПКП или НКНна значение гидравлического уклона

Интервалы изменения величин	$\frac{\alpha}{\beta}$	$\frac{\alpha}{10\beta}$	$\frac{10\alpha}{\beta}$
$0{,}006 < \theta < 25{,}0$ $0{,}0 < A < 0{,}9$	0,1577	0,016	1,577
$0{,}0 < \theta < 0{,}006$ $0{,}9 < A < 1{,}0$	0,0258	0,0026	0,258

Выводы. Таким образом, в работе получено аналитическое решение полного уравнения Букингама в универсальных безразмерных величинах, учитывающих характеристики суспензии, течения, трубопровода, и исследованы особенности поведения этого решения в различных интервалах входящих в него величин. Это позволило выделить интервалы максимального и минимального изменения абсолютного значения рассматриваемой величины, а также указать наиболее вероятный диапазон изменения при расчетах РНХ гидротранспортных систем. Для этого диапазона обоснована линейная зависимость между действующим перепадом давлений, НКН и объемным расходом суспензии, коэффициенты которой не зависят от свойств твердой фазы, диаметра или материала трубопровода. Получена оценка интервалов безразмерного расхода суспензии, в которых вклад вязкости ПКП или НКН в величину гидравлического уклона будут преобладающими.

Полученные результаты позволяют научно обоснованно определять величину гидравлического уклона в зависимости от расхода ПКП, НКН и вязкости суспензии, а также диаметра трубопровода и адекватно проводить проектировочный и поверочный расчеты гидротранспортных комплексов, перекачивающих ПКП.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Семененко, Е.В. Научные основы технологий гидромеханизации открытой разработки титан-цирконовых россыпей / Е.В. Семененко. – К.: Наукова думка, 2011. – 231 с.

2. Обоснование параметров и режимов работы систем гидротранспорта горных предприятий / Ю.Д. Баранов, Б.А. Блюсс, Е.В. Семененко [и др.]. – Д.: Новая идеология, 2006. – 416 с.

3. Силин, Н.А. Гидротранспорт угля по трубам / Н.А. Силин, Ю.К. Витошкин. – К.: Наукова думка, 1964. – 88 с.

4. Дмитриев, Г.П. Напорные гидротранспортные системы / Г.П. Дмитриев, Л.И. Махарадзе, Т.Ш. Гочиташвили. – М.: Недра, 1991. – 304 с.

5. Нурок, Г.А. Процессы и технологии гидромеханизации открытых горных работ / Н.А. Нурок. – М.: Недра, 1985. – 583 с.

6. Смолдырев, А.Е. Расчет рудничного трубопроводного транспорта / А.Е. Смолдырев. – М.: Изд. литературы по горному делу, 1961. – 154 с.

7. Смолдырев, А.Е. Трубопроводный транспорт / А.Е, Смолдырев. – М.: Недра, 1980. – 390 с.

8. Карасик, В.М. Интенсификация гидротранспорта продуктов и отходов обогащения горно-обогатительных комбинатов / В.М. Карасик, И.А. Асауленко, Ю.К. Витошкин. – К.: Наук. думка, 1976. – 156 с.

9. Круть, О.А. Водовугільне паливо / О.А. Круть. – К.: Наукова думка, 2002. – 172 с.

10. Buckingham, A.C. Interactions in multidimensional two fluid computations in turbulent flow / A.C. Buckingham, W.J. Siekhaus // AIAA Pap. – 1981. – № 346. – P. 15.

REFERENCES

1. Semenenko, E.V. (2011), *Scientific foundation of hydromechanization technologies of quarry operation of titanium-zirconium placers*, Naukova dumka, Kiev, Ukraine.

2. Baranov, Y.D., Blyuss, B.A., Semenenko, E.V. and Shurigin, V.D. (2006), *Substantiation of parameters and operating regimes of hydrotransport systems of delfts*, Novaya ideologia, Dnepropetrovsk, Ukraine.

3. Silin, N.A. and Vitoshkin, Y.K. (1964), *The coal hydrotransport by pipes*, Naukova dumka, Kiev, Ukraine.

4. Dmitriev, G.P., Maharadze, L.I. and Gochitashvili, T.S. (1991), *The pressurized hydrotransport systems*, Nedra, Moscow, Russia.

5. Nurok, G.A. (1985), *Processes and technologies of hydromechanization of open pit mining*, Nedra, Moscow, Russia.

6. Smoldyrev, A.E. (1961), *Calculation of mine pipeline transport*, Ed. Literature on Mining, Moscow, Russia.

7. Smoldyrev, A.E. (1980), *Pipeline transport*, Nedra, Moscow, Russia.

8. Karasik, V.M., Asaulenko, I.A. and Vitoshkin, J.K.(1976), *The intensification of hydrotransport of products and cleaning rejects of ore mining and processing enterprises*, Naukova dumka, Kiev, Ukraine.

9. Krut, O.A. (2002), *Coal-water fuel*, Naukova dumka, Kiev, Ukraine.

10. Buckingham, A.C. and Siekhaus, W.J. I*nteractions in multidimensional two fluid computations in*

turbulent flow // AIAA Pap. – 1981. – № 346. – P. 15.

Об авторах

Семененко Евгений Владимирович, доктор технических наук, старший научный сотрудник, старший научный сотрудник Института геотехнической механики им. Н.С. Полякова, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина, igtmnanu@yandex.ru

Киричко Сергей Николаевич, аспирант Института геотехнической механики им. Н.С. Полякова, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина, igtmnanu@yandex.ru

About the authors

Semenenko Eugeniy Vladimirovich, Doctor of Technical Sciences (D.Sc), Senior Researcher, Senior Researcher at the Institute of Geotechnical Mechanics, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Sciences of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine, igtmnanu@yandex.ru

Kirichko Sergey Nikolayevich, Post-Graduate Student at the Institute of Geotechnical Mechanics, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Sciences of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine, igtmnanu@yandex.ru

---

Анотація. The paper is devoted to study of behaviour of complete Buckingham equation solution with different intervals of values and to determination of its adequate approximation to values of projecting and checking calculations of hydrotransport complexes which transport pulps with paste concentration (or paste-type pulps). Purpose of this paper is to validate scientific basis for projecting and checking calculations of hydrotransport complexes transporting pulps with paste concentration with taking into account peculiarities of behaviour of complete Buckingham equation solution with different intervals of values. Basing on dimension theory methods, fundamental theorems of algebra, Cardano solution and behaviour of cubic and quartic roots of polynomials an analytical solution of complete Buckingham equation in universal dimensionless values was received. This solution takes into account properties of the suspension and characteristics of the pulp stream and pipeline. Peculiarities of the solution behaviour are investigated in different intervals of values. The findings allowed to specify the most probable range of varied parameter for calculation of discharge-head values for hydrotransport systems and to explain linear dependence between operational pressure difference, initial tangential stress and suspension volumetric discharge with coefficients, which don't depend on solid phase properties, or pipeline diameter, or pipeline material. An evaluation of intervals of dimensionless suspension discharge is offered; in these intervals, contribution of paste-type pulp viscosity or initial tangential stress into hydraulic slope value is predominant. The obtained results allow to scientifically specify hydraulic slope value depending on discharge of paste-type pulp, initial tangential stress, suspension viscosity and pipeline diameter and to make proper projecting and checking calculations for the hydrotransport complexes which transport pulps with paste concentration.

Keywords: hydrotransport, pulp with paste concentration, initial shear stress, hydraulic gradient, Buckingham equation

Статья поступила в редакцию 24.09.2013
Рекомендовано к публикации д.т.н., проф. Б.А. Блюссом