УДК 621.888.6:678.067.5-762

А.И. Волошин, чл.-корр. НАН Украины, д-р техн. наук, профессор,
Т.Е. Твердохлеб, инженер, научн. сотр.
(ИГТМ НАН Украины),
А.В. Толстенко, канд. техн. наук, доцент,
А.А. Черний, инженер, ст. преподаватель,
В.А. Колбасин, канд. техн. наук, доцент,
И.Н. Цаниди, инженер, ассистент
(ДГАУ)

ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ РЕЗИНОВЫХ ВИБРОИЗОЛЯТОРОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН

Аннотация. В настоящей работе излагается методика расчёта жесткостных и диссипативных параметров, а также долговечности резиновых элементов, используемых для виброизоляции технологических машин и горного оборудования.

Ключевые слова: виброизоляторы технологических машин, жесткостные параметры виброизоляторов, одномассные вибромашины, алгоритм расчёта долговечности

A.I. Voloshin, Corresponding Member NASU, D. Sc. (Tech.), Professor,
T.Ye. Tverdokhleb, Engineer, Researcher
(IGTM NAS of Ukraine),
A.V. Tolstenko, Ph. D. (Tech.), Associate Professor,
A.A. Cherniy, Engineer, Senior Teacher,
V.A. Kolbasin, Ph. D. (Tech.), Associate Professor,
I.N. Tsanidy, Engineer, Doctoral Student
(DSAU)

PARAMETER SELECTION FOR RUBBER VIBRATION ISOLATORS OF TECHNOLOGICAL MACHINES

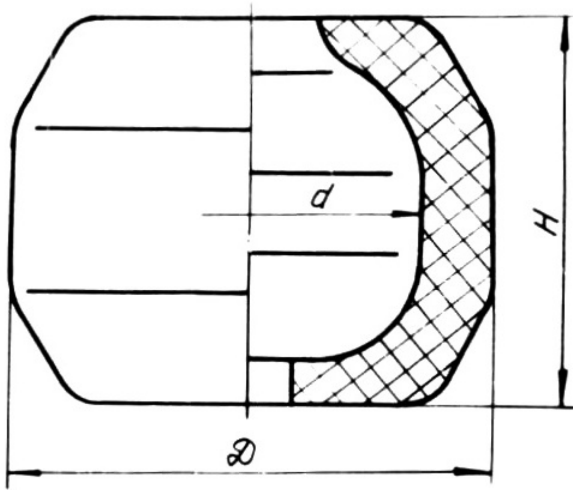
Abstract. In this paper we present a method for calculating the stiffness and dissipative parameters, as well as the durability of rubber components used for vibration isolation of technological machinery and mining equipment.

Keywords: vibration isolators of technological machines, vibration isolators stiffness parameters, one-mass vibration machines, durability calculation algorithm

ВВЕДЕНИЕ

Жёсткость упругих элементов в большинстве случаев определяет динамический режим всей работы машины. Помимо этого, в ряде вибрационных машин, например, в конусных вибрационных вибропитателях, дробилках, грохотах и т.п., упругие связи являются одним из основных элементов, влияющих как на конструктивные особенности машины, так и на её технологический режим. Применение резиновых виброизоляторов позволяет повысить долговечность и надёжность машин, уменьшить динамические нагрузки при переходе через резонанс и выбеге машины, уменьшить уровень шума на 5-15 дБ, снизить металлоёмкость в 1,1-1,2 раза. Указанные эффекты достигаются при правильном выборе параметров виброизоляторов.

Целью работы является исследование основных параметров резиновых элементов, используемых для виброизоляции рабочих органов машин различного технологического назначения. Эти элементы представляют собой тела вращения



H – высота, *Д* – наружный диаметр, *d* – внутренний диаметр

Рис. 1

со сложной формой свободной поверхности. На рис. 1 показано осевое сечение виброизолятора типа ВР. Основные размеры приведены в табл. 1.

Алгоритм расчёта

При математическом описании термомеханического поведения эластомерных конструкций и решении соответствующих краевых задач возникают трудности, связанные с необходимостью исследования нелинейных систем дифференциальных уравнений в частных производных. Этим объясняется отсутствие точных аналитических методов решения задач термовязкоупругости для тел сложной формы.

В определённой степени указанные трудности преодолеваются путём использования метода конечных элементов (МКЭ), уже нашедшего широкое применение при решении различных задач механики сплошной среды.

Рассматривается осесимметричная динамическая задача термовязкоупругости для тела вращения произвольного меридионального сечения, находящегося в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой. Предполагается, что на части поверхности тела Σ_σ приложена осесимметричная циклическая нагрузка $\vec{t}_n\left(t_{rn}, t_{zn}\right)$, а на остальной части поверхности заданы циклические перемещения $\vec{u}\left(u, w\right)$. Для гармонического деформирования в случае пренебрежения быстрозатухающими переходными процессами данная задача сводится к решению системы дифференциальных уравнений.

$$\begin{gathered}
\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r}+\frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z}+\frac{\sigma_{rr}-\sigma_{\varphi\varphi}}{r}+\omega^2 \rho u=0, \\
\frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r}+\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}+\frac{\sigma_{zr}}{r}+\omega^2 \rho u=0, \\
\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}\right)=\frac{\lambda}{a}\frac{\partial T}{\partial t}+D
\end{gathered} \tag{1}$$

при начальном и граничных условиях

$$T=T_0\left(r,z\right),\ \left(t=t_0\right),$$

$$t_{rn}=\sigma_{rr}\ell_r+\sigma_{zr}\ell_z,\ t_{zn}=\sigma_{zr}\ell_r+\sigma_{zz}\ell_z \text{ на поверхности } \Sigma_\sigma,$$

$$\lambda\frac{\partial T}{\partial r}=-\alpha\left(T-T_0\right) \text{на поверхности } \Sigma,$$

где *u*, *w* – радиальная и осевая комплексные амплитуды вектора перемещений;

$\sigma_{rr}, \sigma_{zr}, \sigma_{zz}, \sigma_{\varphi\varphi}$ – комплексные компоненты тензора напряжений;

ω – круговая частота;

ρ – плотность материала;

T – осреднённая за цикл нагружения температура;

λ, a, α – соответственно коэффициенты теплопроводности, температуропроводности и теплоотдачи;

D – осреднённая за цикл диссипативная функция;

T_0 – температура окружающей среды;

ℓ_r, ℓ_z – направляющие косинусы внешней нормали $\vec{n}$ к поверхности тела Σ_σ.

Диссипативная функция D определяется по формуле

$$D=\frac{\omega}{2}\left[2G''\left(\left|\varepsilon_{rr}\right|^2+\left|\varepsilon_{zz}\right|^2+\left|\varepsilon_{\varphi\varphi}\right|^2+2\left|\varepsilon_{zr}\right|^2\right)+\frac{K''-2G''}{3}\left(\left|\varepsilon_{rr}+\varepsilon_{zz}+\varepsilon_{\varphi\varphi}\right|\right)^2\right], \qquad (2)$$

где $\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{zr}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{\varphi\varphi}$ – комплексные амплитуды компонент тензора деформаций;

G'' и K'' – мнимые части комплексных модулей сдвига

$$G(\omega,T)=G'(\omega,T)+iG''(\omega,T)$$

и объёмного расширения

$$K(\omega,T)=K'(\omega,T)+iK''(\omega,T).$$

Разрешающая система уравнений (1) представляет собой сложную нелинейную систему дифференциальных уравнений. Для решения её используем МКЭ в сочетании с методом пошагового интегрирования по времени. Такой подход к решению задачи позволяет исследовать термомеханическое поведение конструкции сложной формы в рамках неупрощённой постановки задачи о циклическом нагружении.

Систему (1) с соответствующими граничными условиями можно заменить эквивалентными им вариационными условиями. Для решения полученной вариационной задачи область меридионального сечения тела делится на треугольные элементы. Делая ряд предположений и реализуя технику конечных элементов, получаем две системы линейных алгебраических уравнений для определения комплексных амплитуд компонент вектора перемещений и температуры в узловых точках.

Расчёт жесткостных параметров

Изложенный ранее алгоритм расчёта [1] позволяет найти температуру диссипативного разогрева, диссипативную функцию согласно (2) и коэффициент жёсткости β, определяемый напряжённо-деформированным состоянием, по формуле

$$\beta=\frac{2\int\limits_{r_0}^{R_0} r\sigma_z(r,H)\,dr}{\left(R_0^2-r_0^2\right)(w/H)},$$

где R_0 и r_0 – наружный и внутренний радиусы сечения виброизолятора, принятого за отсчётное (площадь приложения нагрузки, среднее сечение или произвольное другое);

w_0 – заданное смещение торца виброизолятора;

H – высота виброизолятора;

r, z – радиальная и осевая координаты;

σ_z – нормальное напряжение.

Расчётные значения параметра β при малых деформациях сжатия (до 10 %) являются постоянными величинами. В табл. 1 приведены отнесённые к среднему сечению значения коэффициента жёсткости β и значения жёсткости c_i для каждого из исследуемых элементов, определённые по формуле

$$c_i = \beta \frac{\left|E^*\right| F}{H}, \quad i = 1,2, \tag{3}$$

где $\left|E^*\right|$ – абсолютное значение комплексного модуля Юнга;

F – площадь среднего сечения, $F = \pi\left(R_0^2 - r_0^2\right)$.

Значения c_1 соответствуют слабонаполненной резине на основе синтетического каучука СКИ-3 типа 51-1562 ($\left|E^*\right| = 1{,}5\,\text{МПа}$); c_2 – средненаполненной резине на основе натурального каучука типа 2959 ($\left|E^*\right| = 3{,}6\,\text{МПа}$).

Таблица 1 – Значения жёсткостных параметров

Тип ВР	R_0, м	r_0, м	H, м	β	c_1, кН/м	c_2, кН/м
ВР-201	0,050	0,038	0,080	0,47	29,2	79,1
ВР-203	0,100	0,065	0,180	0,91	137,5	330,0
ВР-204	0,115	0,076	0,200	0,86	150,9	362,1
ВР-205	0,080	0,055	0,150	0,83	88,0	211,0
ВР-101	0,060	0,036	0,148	0,87	63,8	153,2

Расчёт максимальной температуры диссипативного разогрева

Исследование распределения полей температур диссипативного разогрева в виброизоляторах показывает, что максимальные значения устанавливаются в центральных областях и могут быть аппроксимированы следующей формулой

$$T = \theta + k'G'\psi\omega w_0^2, \tag{4}$$

где θ – температура окружающей среды;

ω – частота циклического нагружения;

G' – действительная часть комплексного модуля сдвига $\left|G^*\right| = G' + iG''$; для исследуемых резин $\left|G^*\right| \approx G'$;

ψ – коэффициент диссипации энергии;

k' – коэффициент, значения которого для перечисленных выше элементов из рассмотренных резин приведены в табл. 2.

Таблица 2 – Значения коэффициента k'

Тип ВР	Тип резины	k', $\dfrac{°\text{C}}{\text{Па}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^{-1}}$
ВР-201	51-1562 2959	0,02670 0,02160
ВР-203	51-1562 2959	0,04818 0,03614
ВР-204	51-1562 2959	0,04510 0,03350
ВР-205	51-1562 2959	0,03880 0,03014
ВР-101	51-1562 2959	0,03670 0,02860

В табл. 3 приводятся значения максимальных температур, установившихся в виброизоляторах, при следующем режиме эксплуатации: частота нагружения

ω = 94 с$^{-1}$, амплитуда нагружения w_0 = 0,003 м; температура окружающей среды 20 °С.

Значения T^*_{max} получены по формуле (4), значения T^{**}_{max} рассчитаны методом конечных элементов.

Таблица 3 – Значения максимальных температур

Тип ВР	Тип резины	T^*_{max}, °С	T^{**}_{max}, °С
ВР-201	51-1562 2959	22,8 29,0	22,846 29,035
ВР-203	51-1562 2959	25,1 35,1	25,142 35,110
ВР-204	51-1562 2959	24,8 34,0	24,814 34,023
ВР-205	51-1562 2959	24,1 32,6	24,144 32,603

Расчёт долговечности резиновых элементов

При оценке локальной долговечности резиновых виброизоляторов используется энергетический ψ-критерий диссипативного типа, согласно которому разрушение системы происходит в тот момент, когда плотность энергии разрушения достигает некоторой критической величины, являющейся постоянной характеристикой материала.

Время для разрушения любого локального объёма резинового массива t^* определяется из выражения [2]

$$t^* = \frac{\Delta U_g^*}{D}, \tag{5}$$

где ΔU_g^* – критическое значение плотности энергии;

D – значение функции диссипации, рассчитанное по формуле (2).

В результате экспериментальных исследований для резин 2959 и 51-1562 получены [3] значения для ΔU_g^*: соответственно 1,15·10^{12} и 4,48·10^{12} Дж/м^3

Критерий (5) справедлив для температур в диапазоне 20-70 °С, амплитуд деформаций 2-10 % и частот 5-20 Гц.

Формулы (2), (5) позволяют пересчитать значение долговечности t^* для любых условий нагружения и марок резин:

$$t_1^* = t_2^* k'', \quad k'' = \frac{\Delta U_1^* \psi_2 G_2 \omega_2 \xi_2^2}{\Delta U_2^* \psi_1 G_1 \omega_1 \xi_1^2}, \tag{6}$$

где t_1^* – искомая долговечность виброизолятора, выполненного из резины с известными $G_1, \psi_1, \Delta U_1$ при заданных ω_1 и ξ_1;

$t_2^*, \Delta U_2^*, \psi_2, G_2, \omega_2, \xi_2^2$ – параметры, соответствующие расчётному варианту.

В табл. 4 представлены значения t^*, полученные по формуле (5) при W_0 = 0,003 м. В этой же таблице даны результаты расчёта значений долговечности элементов по формуле (6) при $\xi_0 = w_0 / H = 0,05$ (для резины 2959 $\psi = 0,31; G = 1,59$ МПа; для резины 51-1562 $\psi = 0,17; G = 0,74$ МПа).

В случае зависимости критериальной величины ΔU_g^* от температуры выражение (5) принимает вид

$$t^* = \frac{\Delta U_g^*}{D}\varphi_T, \qquad (7)$$

где φ_T определяется согласно [3], [4];

$\varphi_T = \exp(K_1/T - K_2); K_1 = 1894\,K; K_2 = 6,47;$

T – максимальная температура диссипативного разогрева, К.

Результаты экспериментов и расчёты на ЭВМ показывают, что наибольшая температура диссипативного разогрева устанавливается в центре цилиндрической части. Практикой подтверждено, что зарождение разрушающих магистральных трещин происходит на поверхности цилиндрической части виброизолятора. Таким образом, не нарушая общности рассуждений, долговечность резиновых элементов типа ВР можно определить в точках с максимальной температурой диссипативного разогрева, предварительно вычислив в этих же точках значения диссипативной функции.

В табл. 5 приведены значения долговечности виброизоляторов типа ВР с учётом значений максимальных установившихся температур $T_{\max}$ при режиме нагружения: w_0 = 0,003 м; ω = 94 с$^{-1}$.

Таблица 4 – Значения t^* для виброизоляторов типа ВР

Тип ВР	Тип резины	$\xi_0 = \frac{w_0}{H}$	D, Дж/(м^3·с)	t^*, ч	$\xi_0 = \frac{w_0}{H}$	D, Дж/(м^3·с)	t^*, ч
ВР-201	2959	0,0375	10928	29232	0,05	19428	16443
	51-1562		2789	478154		4957	268979
ВР-204	2959	0,015	3446	92700	0,05	38289	8343
	51-1562		879	1516870		9767	136514
ВР-205	2959	0,02	5276	60547	0,05	32975	9687
	51-1562		1344	992063		8400	158730

Таблица 5 – Значения t^* виброизоляторов типа ВР с учётом температуры

Тип ВР	D, Дж/(м^3·с)	$T_{\max}$, °С	t^*, ч
ВР-201	13859	29,035	19722
ВР-204	4120	34,023	59872
ВР-205	6281	32,603	40415

Заключение

Зависимости (3)-(7), приведенные в работе, позволяют определить значения жёсткости, максимальной температуры диссипативного разогрева и долговечности резиновых виброизоляторов сложной формы.

Анализ результатов, полученных по инженерным формулам (3), (4) и их сравнение с экспериментальными данными показывает хорошее совпадение.

Справедливость оценок (5), (7) подтверждена длительной эксплуатацией резиновых элементов типа ВР-203, ВР-204, ВР-205 в вибоизолирующих системах различных технологических машин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прикладная механика упруго-наследственных сред. В 3-х томах / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, В.Г. Карнаухов, Е.Л. Звягильский, А.С. Кобец. – Киев: Наук. думка, 2013. – Т. 3. Термомеханическая теория вязкоупругих тел. – 2013. – 428с.

2. Мазнецова А.В. Использование температурного критерия при оценке долговечности резиновых деталей / АН УССР. Ин-т геотехн. механики. – Днепропетровск, 1978. – 10 с. – Библиогр. 8 назв. – Деп. в ВИНИТИ 14.05.78, № 389-78.
3. Дырда В.И. Прочность и разрушение эластомерных конструкций в экстремальных условиях. – Киев: Наук. думка, 1988.- 232 с.
4. Губанов В.В. Прогнозирование срока службы резинотехнических изделий, работающих при циклических деформациях // Вопр. динамики и прочности. – Рига: Зинатне, 1982. – Вып. 40. – С. 21-33.

REFERENCES

1. Bulat, A.F., Dyrda, V.I., Zvyagilskiy, Ye.L., Kobets, A.S. (2013), *Prikladnaya mekhanika uprugo-nasledstvennykh sred. Tom 3.* Termomekhanicheskaya teoriya vyazkouprugikh tel [Applied mechanics of elastic-hereditary media. Vol. 3. Thermomechanical theory of viscoelastic bodies], Naukova dumka, Kiev, Ukraine.
2. Maznetsova, A.V. (1978), *Ispolzovaniye temperaturnogo kriteriya pri otsenke dolgovechnosti rezinovykh detaley* [Using the temperature criterion for evaluation the durability of rubber parts], Dnepropetrovsk, USSR, Dep. v VINITI 14.05.78,no. 389-78.
3. Dyrda, V.I. (1988), Prochnost i razrusheniye elastomernykh konstruktsiy v ekstremalnykh usloviyakh [Strength and fracture of elastomeric constructions under extreme conditions], Naukova dumka, Kiev, USSR.
4. Gubanov, V.V. (1982), "Predicting the life of rubber products, operating under cyclic deformations", *Vopr. dinamiki i prochnosti*, no. 40, pp. 21-33.

Об авторах

Волошин Алексей Иванович, член-корреспондент НАН Украины, доктор технических наук, профессор, заместитель директора по научной работе, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины, Днепропетровск, Украина

Твердохлеб Татьяна Емельяновна, инженер, научный сотрудник отдела механики эластомерных конструкций горных машин, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины, Днепропетровск, Украина

Толстенко Александр Васильевич, кандидат технических наук, доцент кафедры «Надёжность и ремонт машин», Днепропетровский государственный аграрный университет (ДГАУ), Днепропетровск, Украина

Черний Александр Анатольевич, инженер, старший преподаватель, кандидат технических наук, доцент, Днепропетровский государственный аграрный университет (ДГАУ), Днепропетровск, Украина

Колбасин Евгений Васильевич, кандидат технических наук, доцент, Днепропетровский государственный аграрный университет (ДГАУ), Днепропетровск, Украина

Цаниди Иван Николаевич, инженер, ассистент, Днепропетровский государственный аграрный университет (ДГАУ), Днепропетровск, Украина

About the authors

Voloshin Alexey Ivanovich, Corresponding Member of the National Academy of Science of Ukraine, Doctor of Technical Sciences (D. Sc.), Professor, Vice Director for Science, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine, igtm-nanu@yandex.ru

Tverdokhleb Tatyana Yemelyanovna, Engineer, Researcher of Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine

Tolstenko Alexandr Vasilyevich, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Associate Professor of Department «Reliability and repair of machinery», Dnepropetrovsk State Agrarian University (DSAU), Dnepropetrovsk, Ukraine

Cherniy Alexandr Anatolyevich, Engineer, Senior Teacher, Dnepropetrovsk State Agrarian University (DSAU), Dnepropetrovsk, Ukraine

Kolbasin Alexandr Vladimirovich, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Associate Professor, Dnepropetrovsk State Agrarian University (DSAU), Dnepropetrovsk, Ukraine

Tsanidy Ivan Nikolaevich, Engineer, Doctoral Student, Dnepropetrovsk State Agrarian University (DSAU), Dnepropetrovsk, Ukraine

УДК 621.926.54:678.026

Е.В. Калганков, аспирант,
А.В. Новикова, магистр, мл. научн. сотр.
(ИГТМ НАН Украины)

К ЗАДАЧЕ ОБ УДАРЕ ШАРА О ВЯЗКО-УПРУГУЮ ПЛОСКОСТЬ

Аннотация. Для определения напряжённо-деформированного состояния вязко-упругой плоскости при взаимодействии с металлическим шаром использовалась модель Герца – Динника. Контактная задача решалась с помощью МКЭ; алгоритм решения сводился к последующему выполнению шагов согласно программе МИРЕЛА+. Результаты расчётов сравнивались с экспериментальными данными.

Ключевые слова: удар, резиновая футеровка, метод конечных элементов

Ye.V. Kalgankov, Ph. D. Student,
A.V. Novikova, M. S. (Tech.), Junior Researcher
(IGTM NAS of Ukraine)

THE PROBLEM OF BALL KICK ON VISCOELASTIC PLANE

Abstract. We use the model by Gertz – Dinnik for stress-strain state determination of viscoelastic plane while interacting with metallic ball. Contact problem is solved by finite elements method; algorithm for solving the problem is reduced to subsequent fulfillment of steps according to the program MIRELA+. The calculation results are compared with experimental data.

Keywords: kick, rubber lining, finite elements method

Известно [1-5], что в шаровых рудоизмельчительных мельницах основным фактором разрушения защитных футеровок является абразивный или абразивно-усталостный износ, обусловленный в том числе и ударами соприкасаемых тел. Для резиновой футеровки превалирующим является абразивно-усталостный износ, для металлических – абразивный износ; удар и вдавливание при оптимальных параметрах элементов защитных футеровок играют второстепенную роль. Тем не менее, и ударные нагрузки, и вдавливание соприкасаемых тел вносят определённый вклад в общий механизм разрушения футеровок. Поэтому на первом этапе применения резиновых футеровок в горном машиностроении многие авторы уделяли этим исследованиям большое внимание и получили весьма важные результаты. Эти результаты были использованы для выбора параметров элементов резиновой футеровки, например, выбора толщины футеровочных плит, и для определения допускаемых напряжений в материале футеровки.

Ниже рассмотрим процессы удара и вдавливания при взаимодействии футеровки с загрузкой с акцентацией внимания на результатах сравнения поведения резиновой и металлической футеровок.

Взаимодействие отдельных элементов (шары, куски руды) внутримельничной загрузки будем моделировать системой «шар-плоскость». Рассмотрим три основных модели, наиболее полно характеризующих эту систему.

Модель Герца – Динника для удара шара о плоскость.

История этой модели восходит к временам Ньютона, Сен-Венана и Герца; позже она была развита в работах А.Н. Динника и С.П. Тимошенко.

Применительно к рассматриваемому случаю наиболее удобно исследовать прямой центральный удар двух упругих тел, т.е. удар шара о тело бесконечно большой массы, ограниченное плоскостью. Такая задача обычно сводится к рас-