

УДК 622.647.2:681.5

**Кирия Р. В.**, канд. техн. наук, ст. научн. сотр.,  
**Смирнов А. Н.**, канд. техн. наук  
(ИГТМ НАН Украины)

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИНАМИЧНОСТИ  
ПРИ ДВИЖЕНИИ ЛЕНТЫ С КУСКАМИ ГРУЗА ПО РОЛИКООПОРАМ  
ТРУБЧАТОГО КОНВЕЙЕРА**

**Кірія Р. В.**, канд. техн. наук, ст. научн. сотр.,  
**Смірнов А. М.**, канд. техн. наук  
(ІГТМ НАН України)

**ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ДИНАМІЧНОСТІ  
ПРИ РУСІ СТРІЧКИ ІЗ ШМАТКАМИ ВАНТАЖУ ПО РОЛІКООПОРАХ  
ТРУБЧАТОГО КОНВЕЄРА**

**Kiriya R. V.**, Ph.D. (Tech.), Senior Researcher,  
**Smirnov A. N.**, Ph.D. (Tech.)  
(IGTM NAS of Ukraine)

**DETERMINATION OF DYNAMIC FACTOR FOR THE BELT  
WITH LUMP LOADS MOVING BY THE TUBULAR  
CONVEYER ROLLER SUPPORTS**

**Аннотация.** В статье рассмотрена важная задача конвейерного транспорта: определение динамических усилий на роlikоопорах при движении ленты с грузом по ставу трубчатого конвейера.

В данной работе основными причинами возникновения динамических усилий на роlikоопорах трубчатого конвейера являются силы инерции, возникающие от прогиба трубчатой ленты при движении ленты с грузом.

В представленной статье поставлена и решена задача колебаний ленты трубчатого конвейера при ее движении с грузом по роlikоопорам. В результате решения этой задачи определены динамические нагрузки на роlikоопоры при движении по ним трубчатой ленты с грузом, а также определен коэффициент динамичности. Кроме того, определена критическая скорость, при которой в ставе трубчатого конвейера возникает динамическая неустойчивость.

При анализе полученных результатов исследований установлено, что коэффициент динамичности с увеличением скорости ленты трубчатого конвейера увеличивается, а с увеличением натяжения и изгибной жесткости трубчатой ленты - уменьшается. При этом коэффициент динамичности мало зависит от изгибной жесткости ленты трубчатого конвейера в диапазоне реальных значений изгибной жесткости трубчатой ленты. Это позволяет для расчета коэффициентов динамичности трубчатых конвейеров использовать модель гибкой растянутой нити.

**Ключевые слова:** роlikоопоры, трубчатый конвейер, лента, груз, коэффициент динамичности.

Одной из важных задач при эксплуатации трубчатых конвейеров на угольных шахтах является задача определения показателей надежности опорных конструкций, в частности роlikоопор и ролик в зависимости от нагрузок, возникающих при транспортировании горной массы.

Поэтому весьма важно определить динамические усилия, возникающие при взаимодействии груза с роlikоопорами трубчатого конвейера, что даст возможность определить срок службы роликoв и прогнозировать систему обслуживания конвейерного става. Для решения задачи определения нагрузок на роликoопоры необходимо определить коэффициент динамичности при взаимодействии движущихся кусков груза с опорными элементами трубчатого конвейера.

Предположим сначала, что вместе с лентой конвейера с постоянной скоростью  $v_n$  движется груз с распределенной нагрузкой  $q_z = \text{const}$  (рис. 1).

При этом лента представляет собой стержень, который имеет изгибную жесткость  $D$  ( $\text{Н}\cdot\text{м}^2$ ), нагруженный распределенным весом  $q$  ( $\text{Н}/\text{м}$ ), растянутый силами натяжения  $S_n$  ( $\text{Н}$ ) и движущийся по роликoпорам со скоростью  $v_n$  ( $\text{м}/\text{с}$ ).

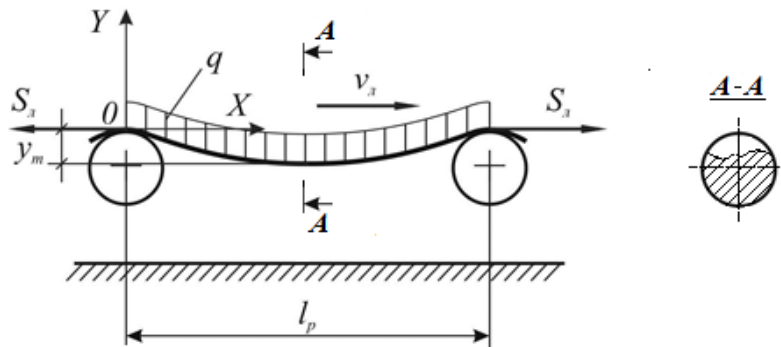


Рисунок 1 – Расчетная схема движения ленты с распределенной нагрузкой по жестким роликoпорам трубчатого конвейера

Уравнение поперечных колебаний растянутого стержня имеет вид [1, 2, 3]:

$$D \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho_c \frac{d^2 y}{dt^2} - S_n \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -q, \quad (1)$$

где  $x$  – продольная координата, м;  $y$  – прогиб, м;  $h$  – толщина ленты, м;  $q$  – сумма распределенного веса ленты и груза ( $q = q_n + q_z$ ),  $\text{Н}/\text{м}$ ;  $q_z$  – распределенный вес груза,  $\text{Н}/\text{м}$ ;  $q_n$  – распределенный вес ленты,  $\text{Н}/\text{м}$ ;  $\rho_c$  – приведенная распределенная плотность  $\rho_c = q/g$ ,  $\text{кг}/\text{м}$ .

Так как движение стержня стационарное, то есть  $q = \text{const}$  и  $v_n = \text{const}$ , то имеет место равенство

$$\frac{dy}{dt} = 0; \quad \frac{dx}{dt} = v_n.$$

Откуда согласно правилам дифференцирования сложной функции  $y = \varphi(x(t), t)$  с учетом предыдущих равенств имеем:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial y}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial y}{\partial x} v_n + \frac{\partial y}{\partial t}.$$

Дифференцируя последнее равенство еще раз по времени  $t$ , получим

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} v_l^2 + 2v_l \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), учитывая малость второго слагаемого в уравнении (2), после преобразования получим:

$$D \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho_c \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + (\rho_c v_l^2 - S_n) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -q. \quad (3)$$

При этом выполняются:

– начальные условия

$$\text{при } t = 0 \quad y = 0;$$

– граничные условия:

$$\text{при } x = 0 \quad y = 0; \quad \frac{dy}{dx} = 0; \quad (4)$$

$$\text{при } x = l_p \quad y = 0; \quad \frac{dy}{dx} = 0.$$

Так как мы рассматриваем стационарное состояние, то есть  $y = y(x)$ , то уравнение (3) запишется в виде

$$D \frac{d^4 y}{dx^4} + (\rho_c v_l^2 - S_n) \frac{d^2 y}{dx^2} = -q. \quad (5)$$

Для того, чтобы найти решение уравнения (5), сделаем замену

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = u(x); \quad \frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{d^2 u}{dx^2}. \quad (6)$$

Тогда уравнение (5) с учетом (6) примет вид

$$D \frac{d^2 u}{dx^2} + (\rho_c v_l^2 - S_n) u = -q \quad (7)$$

или

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{(\rho_c v_l^2 - S_n) u}{D} = -\frac{q}{D}. \quad (8)$$

Решение уравнения (7) с учетом граничных условий (4) имеет вид:

$$y = \frac{ql_p}{2r(S_l - \rho_c v_l^2)} \left[ \frac{(2 + 2l_p)(e^{-2(l_p-x)} + e^{-2(l_p+x)}) - (2 - rl_p)(e^{2(l_p-x)} + e^{2(l_p+x)}) - 2rl_p}{(2 - rl_p)e^{rl_p} + (2 - rl_p)e^{-2l_p} - 4} - \frac{q(l_p - x)x}{2(S_l - \rho_c v_l^2)} \right] \quad (9)$$

Определим распределенную динамическую нагрузку, действующую на ленту трубчатого конвейера:

$$q_\partial = q + \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad (10)$$

где  $\rho_c \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$  – распределенная сила инерции, которая действует на ленту и обусловлена прогибом ленты.

В случае стационарного движения, то есть  $v_l = \text{const}$ , согласно (2) равенство (10) примет вид:

$$q_\partial = q + \rho_c v_l^2 \frac{d^2 y}{dx^2}. \quad (11)$$

Для определения динамической составляющей, то есть второго члена равенства (11), продифференцируем (9) два раза и после преобразования получим:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{q}{(S_l - \rho_c v_l^2)} \left\{ 1 + \frac{rl_p(2 + rl_p)(e^{-r(l_p-x)} + e^{-rx}) - (2 - rl_p)(e^{r(l_p-x)} + e^{rx})}{2[(2 - rl_p)e^{rl_p} + (2 + rl_p)e^{-rl_p} - 4]} \right\}. \quad (12)$$

Подставляя (12) в (11), после преобразования окончательно имеем

$$q_\partial = q \left( 1 + \frac{\rho_c v_l^2}{(S_l - \rho_c v_l^2)} \left\{ 1 + \frac{rl_p(2 + rl_p)(e^{-r(l_p-x)} + e^{-rx}) - (2 - rl_p)(e^{r(l_p-x)} + e^{rx})}{2[(2 - rl_p)e^{rl_p} + (2 + rl_p)e^{-rl_p} - 4]} \right\} \right). \quad (13)$$

Коэффициент динамичности при  $x = \frac{l_p}{2}$  в нашем случае определяется по формуле

$$k_\partial = \frac{q_\partial}{q} = 1 + \frac{\rho_c v_l^2}{(S_l - \rho_c v_l^2)} \left\{ 1 - \frac{rl_p \left[ (2 - rl_p)e^{\frac{rl_p}{2}} - (2 + rl_p)e^{-\frac{rl_p}{2}} \right]}{(2 - rl_p)e^{rl} + (2 + rl_p)e^{-rl} - 4} \right\} \quad (14)$$

Подставив в (14) значение  $\rho_c = \frac{q}{g}$ , получим

$$k_{\partial} = 1 + \frac{qv_l^2}{g(S_l - \frac{qv_l^2}{g})} \left[ 1 - \frac{rl_{\rho} \left( 2sh \frac{rl_{\rho}}{2} - rl_{\rho} ch \frac{rl_{\rho}}{2} \right)}{2ch(rl_{\rho}) - rl_{\rho} sh(rl_{\rho}) - 2} \right], \quad (15)$$

$$\text{где } r = \sqrt{\frac{(S_l - \frac{q}{g}v_l^2)}{D}}.$$

Устремляя в формуле (2.36)  $D \rightarrow 0$  или  $r \rightarrow \infty$ , получим значение коэффициента динамичности в случае движения груза по гибкой растянутой нити, равное [3]

$$k_{\partial} = 1 + \frac{qv_l^2}{g(S_l - \frac{q}{g}v_l^2)}. \quad (16)$$

Устремим в (14)  $r \rightarrow 0$ , то есть при  $v_l \rightarrow v_{кр}$  имеем  $k_{\partial} \rightarrow \infty$ , при этом

$$v_{кр} = \sqrt{\frac{S_l g}{q}}. \quad (17)$$

Следовательно, при приближении скорости ленты с грузом к критическому значению, то есть при  $v_l \rightarrow v_{кр}$ , динамические усилия на ролики при движении ленты с грузом по роликоопорам трубчатого конвейера резко увеличиваются, то есть возникает динамическая неустойчивость.

На рисунках 2 и 3 показаны графики зависимости коэффициента динамичности  $k_{\partial}$  от натяжения ленты  $S_l$  (см. рис. 2) и скорости ленты  $v_l$  (см. рис. 3), рассчитанные по формуле (15) при различных изгибных жесткостях ленты  $D = 16 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$  (кривая 1),  $D = 160 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$  (кривая 2),  $D = 1600 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$  (кривая 3), а также коэффициенты динамичности  $k_{\partial}$  в случае ленты, представленной в виде гибкой нити ( $D = 0$ , кривая 4), рассчитанные по формуле (16).

Из рисунков 2 и 3 видно, что с увеличением натяжения ленты коэффициент динамичности  $k_{\partial}$  уменьшается, а с увеличением скорости ленты — увеличивается. При этом коэффициент динамичности мало зависит от изгибной жесткости  $D$  ленты трубчатого конвейера, которая находится в диапазоне  $0 < D < 300 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$ . Это связано с тем, что при больших натяжениях ленты (стержня) составляющие силы, действующей на элемент стержня от натяжения ленты, гораздо выше, чем составляющие, действующие на элемент стержня от изгиба ленты (стержня).

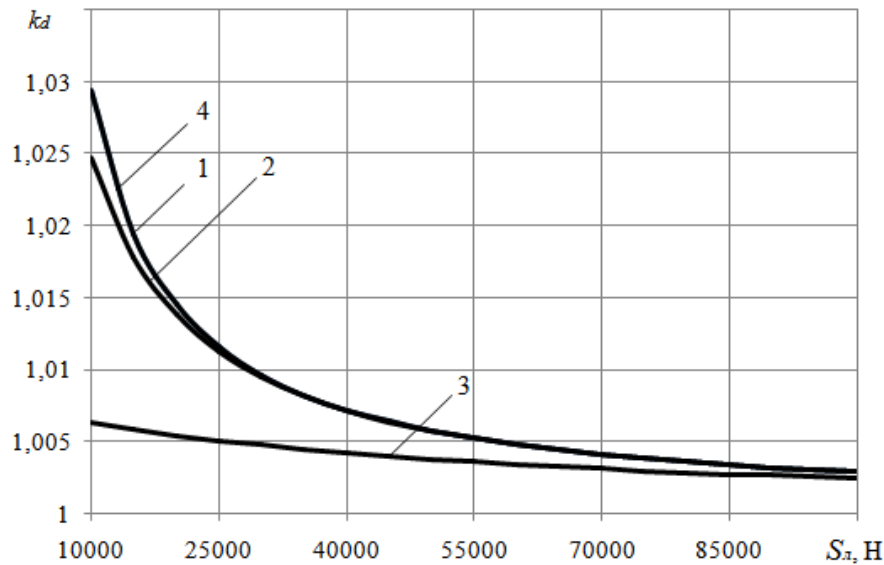


Рисунок 2 – Графики зависимости коэффициента динамичности  $k_D$  от натяжения ленты  $S_l$

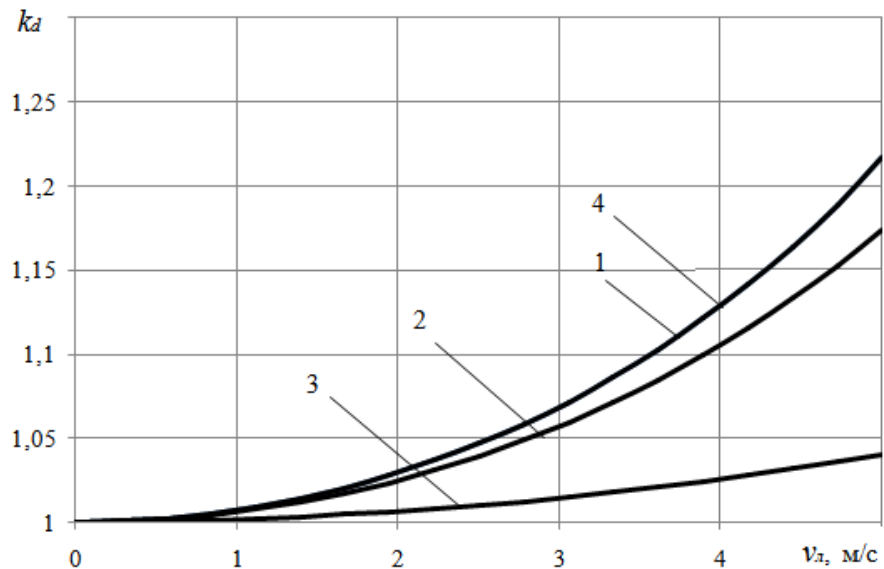


Рисунок 3 – Графики зависимости коэффициента динамичности  $k_D$  от скорости ленты  $v_l$

Следовательно, для расчета коэффициента динамичности трубчатых конвейеров можно использовать вместо модели стержня модель гибкой нити.

Кроме того, расчеты показали, что для малых скоростей ленты (1–2 м/с) динамическая составляющая отличается от статической всего на 1–2 %, а при скоростях 5 м/с разница достигает 9–10 %.

При этом с увеличением изгибной жесткости ленты коэффициент динамичности уменьшается. Кроме того, при изменении изгибной жесткости ленты трубчатого конвейера в пределах  $0 < D < 160 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$  коэффициент динамичности совпадает с коэффициентом динамичности в случае движения гибкой нити с тем же грузом по роликоопорам.

Поэтому при движении ленты трубчатого конвейера с крупными кусками груза при  $D \leq 160 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$  коэффициент динамичности согласно [1] можно определить по формуле

$$k_{01} = 1 + \frac{2v_n^2}{gl_p} \cdot \frac{\left( P_k + \frac{2ql_p}{\pi} \right)}{\left( S_n - \frac{v_n^2}{g} \left( q + \frac{4P_k}{l_p} \right) \right)}, \quad (18)$$

где  $P_k$  – вес куска, Н.

Анализ формул (14)–(18) показал, что при скорости ленты  $v_n > 1 \text{ м/с}$  коэффициент динамичности  $k_{01}$  при движении по роликоопорам ленты с крупным куском груза больше коэффициента динамичности  $k_0$  при движении по роликоопорам ленты с распределенной нагрузкой, равной весу куска, то есть  $P_k = ql_p$ . При этом, при скорости ленты  $v_n \geq 3 \text{ м/сек}$  коэффициент динамичности при движении по роликоопорам ленты с куском груза более чем в два раза превышает коэффициент динамичности при движении по роликоопорам ленты с распределенной нагрузкой.

На основании исследований установлено, что с увеличением натяжения ленты трубчатого конвейера коэффициент динамичности при движении ленты с грузом по роликоопорам конвейера уменьшается, а с увеличением скорости ленты коэффициент динамичности увеличивается. При этом с увеличением изгибной жесткости трубчатой ленты коэффициент динамичности уменьшается и при изменении изгибной жесткости ленты в пределах  $0 < D < 160 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$  коэффициент динамичности совпадает с коэффициентом динамичности в случае движения гибкой тяжелой нити с тем же грузом.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимошенко, С. П. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко. – М.: Наука, 1967. – 444 с.
2. Пановко, Я. Г. Устойчивость и колебания упругих систем / Я. Г. Пановко, И. И. Губанова. – М.: Наука, 1987. – 352 с.
3. Монастырский, В. Ф. Исследование движения крупных кусков груза по роликоопорам ленточного конвейера / В. Ф. Монастырский, Р. В. Кирия, А. Н. Смирнов // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2013. – Вып. 112. – С. 35–47.

#### REFERENCES

1. Timoshenko, S.P. (1967), *Kolebaniya v inzhenernom dele* [Vibration on engineering], Nauka, Moscow, SU.
2. Panovko, Y.G. and Gubanov I.I. (1987), *Ustoychivost i kolebaniya uprugikh sistem* [Stability and vibrations of the resilient systems], Nauka, Moscow, SU.
3. Monastyrsky, V.F., Kiriya, R.V. and Smirnov, A. N. (2013), “Study of the lump transportation by the belt–conveyer roll supports”, *Geo-Technical Mechanics*, no. 112, pp. 35–47.

#### Об авторах

**Кирия Руслан Виссарионович**, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, заведующий отделом физико-механических основ горного транспорта, Институт геотехнической механики им. Н. С. Полякова национальной академии наук Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, [kiriya\\_igtm@ukr.net](mailto:kiriya_igtm@ukr.net)

**Смирнов Андрей Николаевич**, кандидат технических наук, научный сотрудник в отделе физико-

механических основ горного транспорта, Институт геотехнической механики им. Н. С. Полякова национальной академии наук Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, sm.contur@mail.ru

#### About the authors

**Kiriya Ruslan Vissarionovich**, Candidate of Technical Sciences (Ph.D), Senior Researcher, Head of Department of Mining Transport Physics and Mechanics, M. S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnep, Ukraine, kiriya\_igtm@ukr.net

**Smirnov Andrey Nikolaevich**, Candidate of Technical Sciences (Ph.D), Researcher in Department of Mining Transport Physics and Mechanics, M. S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine, [sm.contur@mail.ru](mailto:sm.contur@mail.ru)

**Анотація.** У статті розглянуто важливу задачу конвеєрного транспорту: визначення динамічних зусиль на роликкоопорах при русі стрічки з вантажем по ставу трубчастого конвеєру.

У даній роботі основними причинами виникнення динамічних зусиль на роликкоопорах трубчастого конвеєра є сили інерції, що виникають від прогину трубчастої стрічки при русі стрічки з вантажем.

У даній статті поставлено і вирішено задачу коливань стрічки трубчастого конвеєра при її русі з вантажем по роликкоопорах. У результаті вирішення цієї задачі визначено динамічні навантаження на роликкоопори при русі по них трубчастої стрічки з вантажем, а також визначений коефіцієнт динамічності. Крім того, визначена критична швидкість, при якій у ставі трубчастого конвеєру виникає динамічна нестійкість.

При аналізі отриманих результатів досліджень встановлено, що коефіцієнт динамічності зі збільшенням швидкості стрічки трубчастого конвеєра збільшується, а зі збільшенням натягу та згинальної жорсткості трубчастої стрічки – зменшується. При цьому коефіцієнт динамічності мало залежить від згинальної жорсткості стрічки трубчастого конвеєра у діапазоні реальних значень згинальної жорсткості трубчастої стрічки. Це дозволяє при розрахунку коефіцієнтів динамічності трубчастих конвеєрів використовувати модель гнучкої розтягнутої нитки.

**Ключові слова:** роликкоопори, трубчастий конвеєр, стрічка, вантаж, коефіцієнт динамічності.

**Abstract.** In the paper, one of the important conveyer transport problems is considered: estimating of dynamic efforts on the roller supports when the belt with load moves along the tubular conveyer framework. At this work, inertia forces caused by bending of tubular belt moving with load are considered as a key factor, which initiates dynamic efforts.

A problem of the tubular conveyer belt vibration when it with load moves along the roller supports is formulated and solved in this article. Solving of this problem makes it possible to determine dynamic efforts on the roller supports when the tubular belt with load moves along them, and dynamic factor and the belt critical velocity, at which dynamic instability occurs in the tubular conveyer framework.

Analysis of the obtained results gives the ground for the statement that dynamic factor increases with increasing belt velocity and decreases with increasing tension and bending rigidity of the tubular belt. At the same time, the dynamic factor insignificantly depends on bending rigidity of the tubular conveyer belt being within the range of real values of bending rigidity of the tubular belt. This fact allows using a model of flexible stretched thread for calculation of dynamic factor of tubular conveyers.

**Keywords:** roller supports, tubular conveyer, belt, load, dynamic factor.

*Стаття поступила в редакцію 20.12.2016*

*Рекомендовано к публикации д-ром техн. наук В.Ф. Монастырским*