

УДК 539.3

**НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ГУМОВИХ ТА ГУМОВОКОРДНИХ
ВІБРОІЗОЛЯТОРІВ В УМОВАХ ТЕМПЕРАТУРНОГО ТА НЕЛІНІЙНОГО
ДЕФОРМУВАННЯ****¹Клименко М.І., ¹Гребенюк С.М., ¹Богуславська А.М., ¹Гаценко А.В.**¹Запорізький національний університет**НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ РЕЗИНОВЫХ И
РЕЗИНОКОРДНЫХ ВИБРОИЗОЛЯТОРОВ В УСЛОВИЯХ
ТЕМПЕРАТУРНОГО И НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ****¹Клименко М.И., ¹Гребенюк С.Н., ¹Богуславская А.М., ¹Гаценко А.В.**¹Запорожский национальный университет**STRESS-STRAINED STATE OF RUBBER AND RUBBER-CORD
VIBROINSULATORS UNDER CONDITION OF TEMPERATURE AND
NONLINEAR DEFORMATION****¹Klymenko M.I., ¹Grebenyuk S.M., ¹Boguslavska A.M., ¹Hatsenko A.V.**¹Zaporizhzhya National University

Анотація. Визначено напружено-деформований стан різних конструктивних модифікацій віброізоляторів при осьовому статичному навантаженні і температурному впливі. Розглядаються два типи віброізоляторів – суцільний гумовий і гумокордний з композитною вставкою. Гума й матеріали на її основі мають ряд специфічних характеристик, через які класичні методи не можуть застосовуватися до їх розрахунку. Підходи до визначення напружено-деформованого стану засновані на модифікації методу скінченних елементів – моментною схемою кінцевого елемента, яка полягає в потрійній апроксимації полів переміщень, компонентів тензора деформацій і функції зміни об'єму. Ця модифікація дозволяє враховувати слабку стисливість гуми. Для гумокордного віброізолятора вирішені дві задачі. У першій – враховується геометрична нелінійність гумокорда при деформації. Система дозвільних рівнянь виходить на основі варіаційного принципу з використанням тензора нелінійних деформацій. Це завдання можна вирішити за допомогою ітераційного процесу з використанням методу Ньютона-Канторовича. У другій задачі напружений стан визначається з урахуванням реологічних характеристик гуми. Для опису механічної поведінки матеріалу використовується спадкова теорія Больцмана-Вольтерра з різницеvim ядром Работнова. Вирішення цього завдання зводиться до ітераційного розв'язання системи рівнянь методом Ньютона-Канторовича. Завдання лінійної пружності та термопружності були вирішені при визначенні напружено-деформованого стану віброізолятора з композитною вставкою. При цьому глобальна матриця жорсткості формується для гумових і гумокордних матеріалів окремо через відмінності пружних постійних. У разі спільного впливу силового навантаження і температури компоненти тензора напружень визначаються з використанням закону термопружності Дюамеля-Неймана. Застосування варіаційного принципу зводить цю задачу до вирішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь з правою частиною, що моделює вплив температури. Проаналізовано вплив силових і температурних факторів і зазначених характеристик на параметри деформування віброізолятора.

Ключові слова: напружено-деформований стан, віброізолятор, гума, нелінійність, в'язкопружність, термопружність, метод кінцевих елементів.

На сучасних підприємствах кольорової і чорної металургії, у будівництві, вугільній і важкій промисловості та інших широко використовуються різні типи віброізоляторів. Досить часто, як елементи, що амортизують, застосовуються циліндричні конструкції на основі гуми. Подібним елементам притаманні довговічність, здатність випробовувати значні деформації без руйнування, низький рівень шуму, тощо.

Конструкція віброакустичного ізолятора розроблена в Інституті геотехнічної механіки НАН України (м. Дніпро), і складається вона з двох металевих пластин та приєднаного до них гумового елемента у вигляді циліндра з увігнутою

бічною поверхнею (рис. 1). Для покращення амортизаційних властивостей циліндричних віброізоляторів було розроблено модифікацію віброізолятора із композитною вставкою.

В процесі експлуатації такі віброізолятори випробовують статичні навантаження, обумовленні вагою обладнання та споруд у разі відсутності вібрацій, та динамічні навантаження при наявності вібраційних навантажень природнього або техногенного характеру. Тому одним із основних розрахунків при проектуванні віброізоляторів є визначення напружено-деформованого стану.

Для цього використовують як аналітичні, так і чисельні методи. Аналітичні методи можна застосовувати при прийнятті великої кількості гіпотез та спрощень. Врахування специфічних властивостей матеріалів та процесів, що відбуваються при деформуванні, значно ускладнюють математичну формалізацію задачі, що унеможлиблює застосування аналітичних методів, тому у цьому випадку на перший план виходять чисельні методи. Одним із таких методів є метод скінченних елементів.

Процеси деформування амортизаторів на основі аналітичних підходів досліджувались в роботах Е.Е. Лавендела [1], С.І. Димнікова [2], В.І. Дирди [3, 4], В.Л. Бідермана, Н.А. Сухової [5, 6] та інших вчених. Складність математичних моделей деформування таких конструкцій приводить до залучення чисельних методів, в тому числі метода скінченних елементів [7-8].

Так, для врахування слабкої стисливості матеріалу, доцільно застосовувати моментну схему скінченного елемента для слабкостисливих матеріалів [8]. Основна ідея цього підходу полягає у потрібній апроксимації компонентів вектору переміщень, компонентів тензору деформацій та функції зміни об'єму.

Отримаємо скінченно-елементні моделі деформування віброізоляторів на основі варіаційного формулювання. Розглянемо варіацію потенціальної енергії конструкції:

$$\delta \Pi = \delta W - \delta A. \quad (1)$$

Величина δA є варіацією роботи розподілених об'ємних та поверхневих сил. Вважаючи, що на конструкцію діють тільки поверхневі сили F^i , будемо мати:

$$\delta A = \iint_s F^i \delta u_i ds, \quad (2)$$

А варіація внутрішньої енергії деформації δW , яку можна записати у загальному випадку співвідношенням

$$\delta W = \iiint_V \sigma^{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV \quad (3)$$

для кожної задачі буде визначатися окремо.

У загальному випадку зв'язок між напруженнями та деформаціями запишеться наступним чином:

$$\sigma^{ij} = C^{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad (4)$$

де тензор механічних сталих C^{ijkl} та компоненти вектору деформацій ε_{kl} при розв'язанні конкретної задачі визначаються особливим чином.

При розв'язанні задач механіки деформівного твердого тіла в геометрично нелінійній постановці тензор кінцевих деформацій визначається виразом:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(l)} + \varepsilon_{ij}^{(n)}, \quad (5)$$

де $\varepsilon_{ij}^{(l)} = \frac{1}{2}(C_j^{m'} u_{m',i} + C_i^{m'} u_{m',j})$ – лінійна частина тензора деформацій, $\varepsilon_{ij}^{(n)} = \frac{1}{2} u_{m',i} u_{m',j}$ – нелінійна частина тензора деформацій, $u_{m'}$ – компоненти вектору переміщень, $C_j^{m'}$ – компоненти тензору перетворень.

Тоді тензор напружень прийме вигляд:

$$\sigma^{ij} = C^{ijkl} (\varepsilon_{ij}^{(l)} + \varepsilon_{ij}^{(n)}) = \sigma_{(l)}^{ij} + \sigma_{(n)}^{ij}, \quad (6)$$

де $\sigma_{(l)}^{ij} = C^{ijkl} \varepsilon_{ij}^{(l)}$ – лінійна частина тензора напружень, $\sigma_{(n)}^{ij} = C^{ijkl} \varepsilon_{ij}^{(n)}$ – нелінійна частина тензора напружень.

Варіація внутрішньої енергії деформації запишеться співвідношенням:

$$\delta W = \iiint_V (\sigma_{(l)}^{ij} + \sigma_{(n)}^{ij}) \delta (\varepsilon_{ij}^{(l)} + \varepsilon_{ij}^{(n)}) dV,$$

або

$$\delta W = \iiint_V \sigma_{(l)}^{ij} \delta \varepsilon_{ij}^{(l)} dV + \iiint_V (\sigma_{(l)}^{ij} + \sigma_{(n)}^{ij}) \delta \varepsilon_{ij}^{(n)} dV + \iiint_V \sigma_{(n)}^{ij} \delta \varepsilon_{ij}^{(l)} dV. \quad (7)$$

Тоді лінійна частина варіації є основою до формування матриці жорсткості конструкції у лінійно-пружному випадку:

$$\iiint_V \sigma_{(l)}^{ij} \delta \varepsilon_{ij}^{(l)} dV = K^{n_1 m_1} u_{n_1} \delta u_{m_1}, \quad (8)$$

де $K^{n_1 m_1}$ – матриця жорсткості конструкції, u_{n_1} – вектор переміщень.

Нелінійна частина у виразі (7) запишеться у вигляді:

$$\iiint_V (\sigma_{(l)}^{ij} + \sigma_{(n)}^{ij}) \delta \varepsilon_{ij}^{(n)} dV + \iiint_V \sigma_{(n)}^{ij} \delta \varepsilon_{ij}^{(l)} dV = N^{n_1 m_1} u_{n_1} \delta u_{m_1}. \quad (9)$$

Враховуючи отримані співвідношення, варіація потенційної енергії (1) набуде вигляду:

$$[K^{n_1 m_1} u_{n_1} + N^{n_1 m_1} u_{n_1} - F^{m_1}] \delta u_{m_1} = 0. \quad (10)$$

У цьому виразі варіація переміщень не може дорівнювати нулю, відповідно, нулю має дорівнювати вираз в дужках. Тоді маємо систему лінеаризованих розв'язувальних рівнянь геометрично нелінійної задачі:

$$K_{(n)} \bar{u}^{(n)} = \bar{P}_{(n)} - \bar{N}_{(n)}, \quad (11)$$

де $K_{(n)} = K^{n_1 m_1}$, $\bar{u}^{(n)} = u_{n_1}$, $\bar{P}_{(n)} = F^{m_1}$ – вузловий вектор поверхневих навантажень, $\bar{N}_{(n)} = N^{n_1 m_1} u_{n_1}$ – вектор нелінійних добавок.

При розв'язанні задачі в'язкопружності для моделювання реологічних процесів замінимо тензор пружних сталей C^{ijkl} у співвідношенні (4) інтегральним оператором різницевого типу:

$$\tilde{C}^{ijkl} \varphi = C^{ijkl} \left[\varphi(t) - \int_{-\infty}^t R(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau \right], \quad (12)$$

де $R(t-\tau)$ – ядро релаксації, а C^{ijkl} – тензор миттєвих значень пружних сталей.

При розв'язанні задачі в'язкопружності методом скінченних елементів представимо інтегральний оператор (12) в кінцево-різницевої формі:

$$\tilde{C}^{ijkl} \varphi = C^{ijkl} \left[\varphi(t_n) - \sum_{m=0}^{n-1} \int_{t_m}^{t_{m+1}} R(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau \right]. \quad (13)$$

Припускаючи, що переміщення $u(t)$ змінюються лінійно всередині кожного інтервалу часу, вираз для компонентів тензора напружень представляється у вигляді

$$\sigma^{ij} = C^{ijkl} \left[\varepsilon_{kl}(t_n) - \sum_{m=0}^{n-1} \varepsilon_{kl}(t_m) \int_{t_m}^{t_{m+1}} R(t-\tau) d\tau \right]. \quad (14)$$

Підставляючи (14) в (1), отримаємо

$$\delta \Pi = \iiint_V \left[C^{ijkl} \varepsilon_{kl}(t_n) \delta \varepsilon_{ij} - \sum_{m=0}^{n-1} R_m^* C^{ijkl} \varepsilon_{kl}(t_m) \delta \varepsilon_{ij} \right] dV - \delta A, \quad (15)$$

де $R_m^* = \int_{t_m}^{t_{m+1}} R(t-\tau) d\tau$.

Перший доданок має вид аналогічний (8) і є основою для формування матриці жорсткості скінченного елемента для фіксованого моменту часу t :

$$\iiint_V C^{ijkl} \varepsilon_{kl}(t_n) \delta \varepsilon_{ij} dV = K^{n_1 m_1}(t_n) u_{n_1}(t_n) \delta u_{m_1}. \quad (16)$$

Другий доданок виразу (15) представляє собою спадкову складову матриці жорсткості:

$$\sum_{m=0}^{n-1} R_m^* \iiint_V C^{ijkl} \varepsilon_{kl}(t_m) \delta \varepsilon_{ij} dV = \sum_{m=0}^{n-1} R_m^* K^{n_1 m_1}(t_m) u_{n_1} \delta u_{m_1}. \quad (17)$$

Варіація потенціальної енергії прийме вид:

$$\left[K^{n_1 m_1}(t_n) u_{n_1}(t_n) - \sum_{m=0}^{n-1} R_m^* K^{n_1 m_1}(t_m) u_{n_1}(t_m) - F^{m_1}(t_n) \right] \delta u_{m_1} = 0. \quad (18)$$

Тоді система лінеаризованих розв'язувальних рівнянь спадкової в'язкопружності представляється так:

$$K_{(n)} \bar{u}^{(n)} = \bar{P}_{(n)} + \sum_{m=0}^{n-1} \bar{Q}_{(m)}, \quad (19)$$

де $\bar{Q}_{(m)} = R_m^* K^{n_1 m_1}(t_m) u_{n_1}(t_m)$ відіграє роль «додаткового навантаження», що моделює реологічні властивості матеріалу, $\bar{u}^{(n)} = u_{n_1}(t_n)$.

При розрахунку віброізолятора з композитною вставкою глобальна матриця жорсткості формується для гумового та композиційного матеріалу окремо, з огляду на відмінність пружних сталей гумового та композиційного матеріалу.

У випадку спільної дії силового навантаження та температури компоненти тензора напружень визначаються законом термопружності Дюгамеля-Неймана, що являє собою закон Гука, узагальнений на випадок врахування температури:

$$\sigma^{ij} = C^{ijkl} \varepsilon_{kl} - \beta^{ij} (T - T_0), \quad (20)$$

де β^{ij} – тензор коефіцієнтів термопружності, T – поточне значення температури; T_0 – початкова температура.

Підставляючи (20) в (1), отримаємо

$$\delta \Pi = \iiint_V [C^{ijkl} \varepsilon_{kl} - \beta^{ij} (T - T_0)] dV - \delta A. \quad (21)$$

Перший доданок має вид аналогічний (8), і є основою для формування матриці жорсткості скінченного елемента, другий доданок виразу (21) представляє собою температурну складову матриці жорсткості:

$$\iiint_V \beta^{ij} (T - T_0) dV = T^{n_1 m_1} u_{n_1} \delta u_{m_1}. \quad (22)$$

Варіація потенціальної енергії прийме вид:

$$[K^{n_1 m_1} u_{n_1} - T^{n_1 m_1} u_{n_1} - F^{m_1}] \delta u_{m_1} = 0. \quad (23)$$

Тоді система розв'язувальних рівнянь лінійної теорії термопружності набуває вигляду:

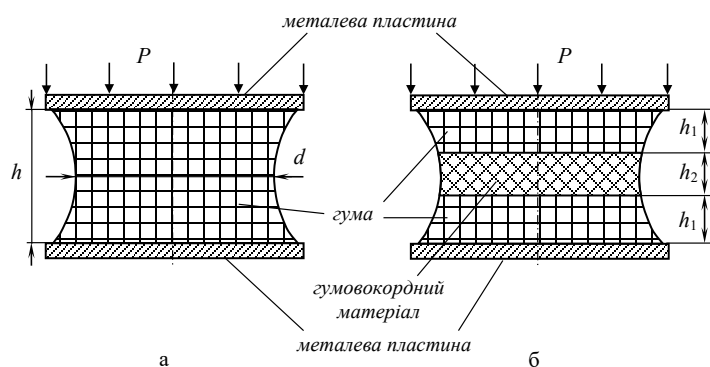
$$K_{(n)} \bar{u}^{(n)} = \bar{P}_{(n)} + \bar{T}_{(n)}, \quad (24)$$

де $\bar{T}_{(n)} = T^{n_1 m_1} u_{n_1}$ відіграє роль «додаткового навантаження», що моделює вплив температури, $\bar{u}^{(n)} = u_{n_1}$.

Нелінійні задачі (в'язкопружності та геометрично нелінійні), що описуються співвідношеннями (11), (19) звичайно зводяться до послідовності лінійних за допомогою ітераційних алгоритмів. Скористаємося одним з таких методів – модифікованим методом Ньютона-Канторовича. При розв'язанні нелінійних задач в комбінації з цим методом використовується метод інтегрування за параметром (навантаження, переміщення, час) з перевіркою рівнянь рівноваги.

Розглянемо два конструктивних варіанти віброакустичного ізолятора (рис. 1, а, б). Розміри ізолятора: $h = 0,1$ м, $h_1 = 0,035$ м, $h_2 = 0,03$ м, $d_{\max} = 0,18$ м, $d_{\min} = 0,12$ м. Механічні характеристики гуми: коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,49$, модуль пружності $G = 0,78$ МПа. Реологічні характеристики ядра Работнова: $\alpha = -0,6$, $\beta = 0,91$, $\lambda = 0,35$.

В гумовокордному матеріалі матрицею висту-



а – суцільний гумовий віброізолятор; б – віброізолятор з композиційною вставкою

Рисунок 1 – Розрахункова схема віброакустичного ізолятора

пає гума з тими ж механічними характеристиками, а корд волокна має такі механічні характеристики: коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,4$, модуль пружності $E = 1240$ МПа. Напрямок армування – окружний.

Коефіцієнт лінійного температурного розширення корда набагато менший, ніж аналогічний коефіцієнт для гуми, тому будемо вважати, що корд не матиме температурних деформацій. Коефіцієнт температурного розширення гуми приймемо таким $\alpha_T = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ 1/}^\circ\text{C}$. Навантаження для задач в'язкопружності та термопружності приймемо $P = 0,4$ МПа, а для геометрично нелінійної задачі $P = 0,6$ МПа. Величина температури $T = 100^\circ\text{C}$.

Характер залежностей максимальних переміщень та напружень для різних конструктивних варіантів віброізолятора, при врахуванні різних механічних властивостей матеріалів при дії температурних та силових факторів показаний на рис. 2 – рис. 8.

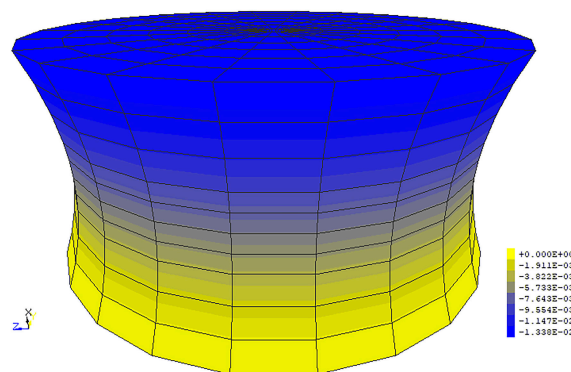


Рисунок 2 – Розподіл осевих переміщень для лінійно-пружного випадку

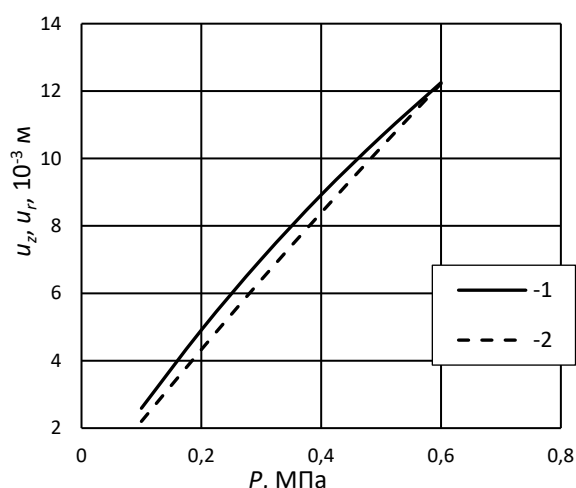


Рисунок 3 – Максимальні значення осевих та радіальних переміщень в залежності від величини навантаження (1 – u_z , 2 – u_r)

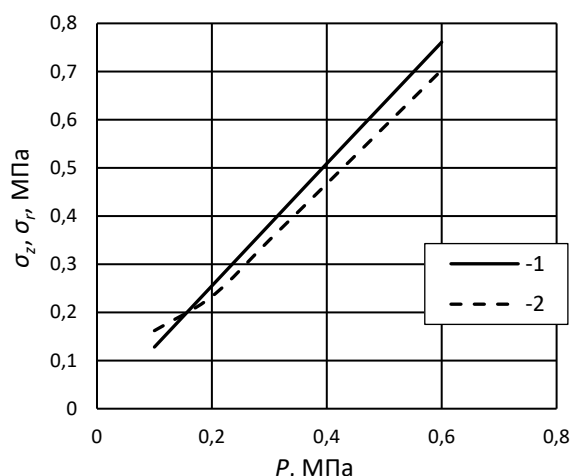


Рисунок 4 – Максимальні значення осевих та радіальних напружень в залежності від величини навантаження (1 – σ_z , 2 – σ_r)

З аналізу залежностей для геометрично нелінійної задачі можна зробити такі висновки: із зростанням навантаження максимальні значення u_r та σ_z також зростають і ця залежність близька до лінійної, для u_z – також маємо зростання при збільшенні навантаження, але швидкість цього зростання уповільнюється, для σ_r – також маємо зростання, але швидкість цього зростання навпаки зростає.

При врахуванні реологічних властивостей гуми для максимальних значень u_z та u_r маємо виражені залежності від часу, причому у діапазоні від 0 до 2 с це зростання досить різке, а потім сповільнюється і набуває сталих значень. Для σ_z , σ_r залежність від часу слабо виражена і є практично сталою.

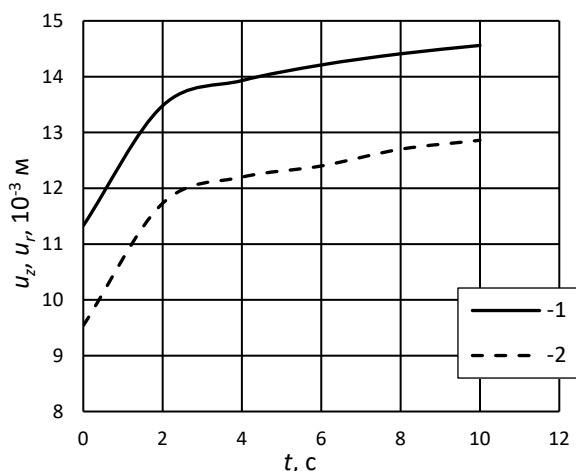


Рисунок 5 – Максимальні значення осьових та радіальних переміщень в залежності від часу (1 – u_z , 2 – u_r)

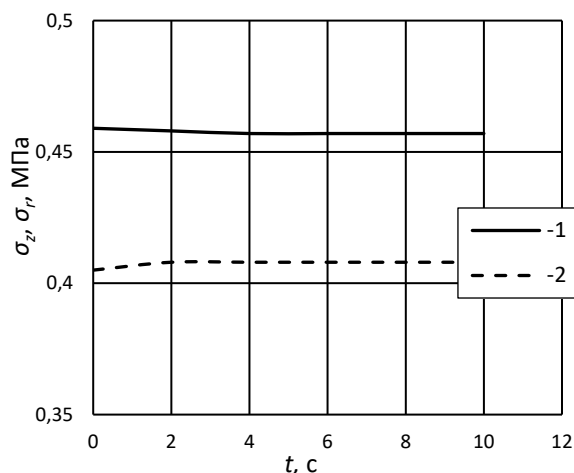


Рисунок 6 – Максимальні значення осьових та радіальних напружень в залежності від часу (1 – σ_z , 2 – σ_r)

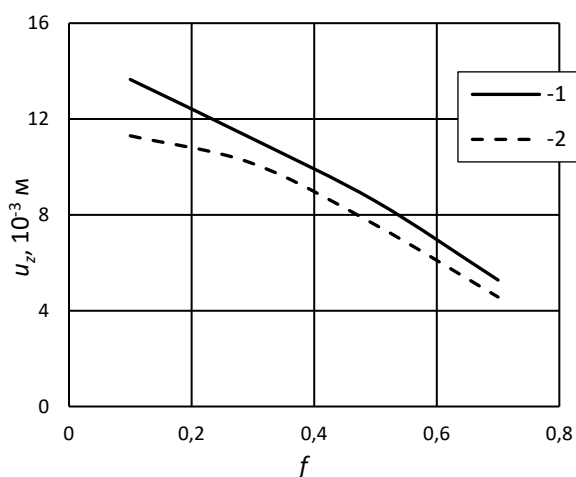


Рисунок 7 – Максимальні значення осьових переміщень в залежності від об'ємної частки волокна у композиційному шарі (1 – $T=0$ °C, 2 – $T=100$ °C)

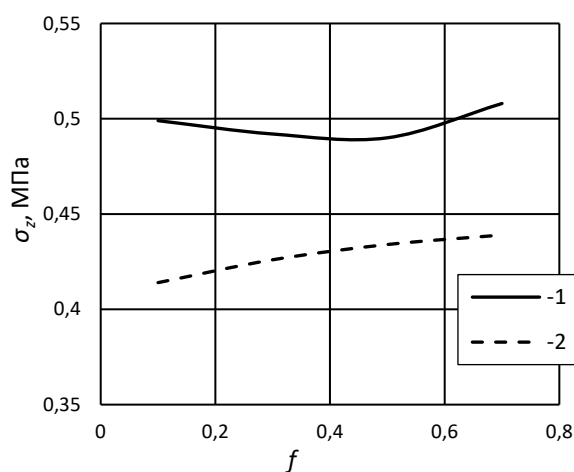


Рисунок 8 – Максимальні значення осьових напружень в залежності від об'ємної частки волокна у композиційному шарі (1 – $T=0$ °C, 2 – $T=100$ °C)

Для віброізолятора з композиційною вставкою із збільшенням об'ємного вмісту волокна максимальні значення осьових переміщень зменшуються завдяки тому, що модуль пружності волокна набагато більше ніж у гуми. А для осьових напружень ця залежність близька до сталої величини (хоча й можна помітити спочатку деяке спадання, а потім – зростання). Врахування температури зменшує максимальні значення осьових переміщень та напружень на 8-20 %. Це пов'язане з тим, що температура призводить до об'ємного розширення, яке протидіє силовому стиску матеріалу.

Таким чином, розглянуто вплив механічних властивостей матеріалів при дії температурних та силових факторів на максимальні значення переміщень та напружень, що в подальшому дає можливість визначити шляхи удосконалення конструкції віброізолятора.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Лавендел, Э.Э. Расчет резинотехнических изделий / Э.Э. Лавендел. – М.: Машиностроение, 1976. – 232 с.

2. Дымников, С.И. Расчет резино-технических деталей при средних деформациях / С.И. Дымников // Механика полимеров. – 1968. – № 2. – С. 271-275.
3. Булат, А.Ф. Вибросейсмозащита машин и сооружений с помощью резиновых блоков / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, Ю.И. Немчинов, Н.И. Лисица, Н.Н. Лисица, Н.В. Тымко // Геотехническая механика. – 2010. – Вып. 85. – С. 128-132.
4. Дырда, В.И. Применение β -метода для расчета резинометаллических вибросейсмоблоков / В.И. Дырда, Т.Е. Твердохлеб, Н.И. Лисица, Н.Н. Лисица // Геотехническая механика. – 2010. – Вып. 86. – С. 144-158.
5. Сухова, Н.А. К расчету резиновых амортизаторов, работающих на сжатие / Н.А. Сухова, В.Л. Бидерман // Расчеты на прочность. – 1962. – № 8. – С. 200-211.
6. Бидерман, В.Л. Расчет цилиндрических и прямоугольных длинных резиновых амортизаторов сжатия / В.Л. Бидерман, Н.А. Сухова // Расчеты на прочность. – 1968. – № 13. – С. 55-72.
7. Дырда, В.И. Аналитические и численные методы расчета резиновых деталей / В.И. Дырда, С.Н. Гребенюк, С.И. Гоменюк. – Днепрпетровск-Запорожье: Запорожский национальный университет, 2012. – 370 с.
8. Киричевский, В.В. Метод конечных элементов в вычислительном комплексе «MIRELA+» / В.В. Киричевский, Б.М. Дохняк, Ю.Г. Козуб, С.И. Гоменюк, Р.В. Киричевский, С.Н. Гребенюк. – К.: Наук. думка, 2005. – 416 с.

REFERENCES

1. Lavendel, E.E. (1976), *Raschot rezino-tekhnicheskikh izdeliy* [Calculation of rubber products], Mashinostroyeniye, Moscow.
2. Dymnikov, S.I. (1968), "Calculation of rubber-technical parts at medium deformations", *Mekhanika polimerov* [Mechanics of polymers], no. 2, pp. 271-275.
3. Bulat, A.F., Dyrda, V.I., Nemchinov, Yu.I., Lisitsa, N.I., Lisitsa, N.N. and Tymko, N.V. (2010), "Vibration protection of machines and structures using rubber blocks *Geo-Technical Mechanics*, no. 85, pp. 128-132, Dnipro, Ukraine.
4. Dyrda, V.I., Tverdokhle, T.E., Leesitca, N.I. and Leesitca, N.N. (2010), "Application β -method for calculation rubber-metallic vibro seismoblocks", *Geo-Technical Mechanics*, no. 86, pp. 144-158, Dnipro, Ukraine.
5. Suhova, N.A. and Biderman, V.L. (1962), "To the calculation of rubber shock absorbers, working on compression", *Raschety na prochnost* [Strength calculations], no. 8, pp. 200-211.
6. Biderman, V.L. and Suhova, N.A. (1968), "Calculation of cylindrical and rectangular long rubber shock absorbers", *Raschety na prochnost* [Strength calculations], no. 13, pp. 55-72.
7. Dyrda, V.I., Grebenyuk, S.N. and Gomenyuk S.I. (2012), *Analitycheskiye i chislennyye metody rascheta rezinovykh detaley* [Analytical and numerical methods for calculating rubber parts], Zaporizhzhya National University, Dnepropetrovsk-Zaporozhye, Ukraine.
8. Kirichevskiy, V.V., Dokhnyak, B.M., Kozub, Yu.G., Gomenyuk, S.I., Kirichevskiy, R.V. and Grebenyuk, S.N. (2005), *Metod konechnykh elementov v vychislitel'nom komplekse "MIRELA+"* [Finite Element Method in the MIRELA+ Computing Complex], Naukova dumka, Kyiv, Ukraine.

Про авторів

Клименко Михайло Іванович, кандидат фізико-математичних наук, доцент, кафедри фундаментальної математики Запорізького національного університету (ЗНУ), Запоріжжя, Україна, m1655291@gmail.com.

Гребенюк Сергій Миколайович, доктор технічних наук, завідувач кафедри фундаментальної математики Запорізького національного університету (ЗНУ), Запоріжжя, Україна, gsm1212@ukr.net.

Богуславська Алла Михайлівна, аспірант Запорізького національного університету (ЗНУ), Запоріжжя, Україна, alla_boguslavskaya@ukr.net.

Гаценко Анастасія Вадимівна, аспірант Запорізького національного університету (ЗНУ), Запоріжжя, Україна, gatsenkonastya1992@gmail.com.

About the authors

Klimenko Mikhailo Ivanovich, Candidate of Physics and Mathematics (Ph.D), Associate Professor of the Department of Fundamental Mathematics in Zaporizhzhya National University (ZNU), Zaporizhzhya, Ukraine, m1655291@gmail.com.

Grebenyuk Sergey Nikolayevich, Doctor of Technical Sciences (D. Sc.), Head of the Department of Fundamental Mathematics in Zaporizhzhya National University (ZNU), Zaporizhzhya, Ukraine, gsm1212@ukr.net.

Boguslavskaya Alla Mykhailivna, aspirant in Zaporizhzhya National University (ZNU), Zaporizhzhya, Ukraine, alla_boguslavskaya@ukr.net.

Hatsenko Anastasia Vadymivna, aspirant in Zaporizhzhya National University (ZNU), Zaporizhzhya, Ukraine, gatsenkonastya1992@gmail.com.

Аннотация. Определено напряжённо-деформированное состояние различных конструктивных модификаций виброизоляторов при осевой статической нагрузке и температурном воздействии. Рассматриваются два типа виброизоляторов – сплошной резиновый и резинокордный с композитной вставкой. Резина и материалы на её основе имеют ряд специфических характеристик, из-за которых классические методы не применимы к их расчёту. Подходы к определению напряжённо-деформированного состояния основаны на модификации метода конечных элементов – моментной схеме конечного элемента, которая заключается в тройной аппроксимации полей перемещений, компонентов тензора деформаций и функции изменения объёма. Эта модификация позволяет учитывать слабую сжимаемость резины. Для резинокордного виброизолятора решены две задачи. В первой – учитывается геометрическая нелинейность резинокорда при деформации. Система разрешающих уравнений получается

на основе вариационного принципа с использованием тензора нелинейных деформаций. Эту задачу можно решить с помощью итерационного процесса с использованием метода Ньютона-Канторовича. Во второй задаче напряжённое состояние определяется с учётом реологических характеристик резины. Для описания механического поведения материала используется наследственная теория Больцмана-Вольтерры с разностным ядром Работнова. Решение этой задачи сводится к итерационному решению системы уравнений методом Ньютона-Канторовича. Задачи линейной упругости и термоупругости были решены при определении напряжённо-деформированного состояния виброизолятора с композитной вставкой. При этом глобальная матрица жёсткости формируется для резиновых и резинокордных материалов отдельно из-за различия упругих постоянных. В случае совместного воздействия силовой нагрузки и температуры компоненты тензора напряжений определяются с использованием закона термоупругости Дюамеля-Неймана. Применение вариационного принципа сводит эту задачу к решению системы линейных алгебраических уравнений с правой частью, моделирующей влияние температуры. Проанализировано влияние силовых и температурных факторов и указанных характеристик на параметры деформирования виброизолятора.

Ключевые слова: напряжённо-деформированное состояние, виброизолятор, резина, нелинейность, вязкоупругость, термоупругость, метод конечных элементов.

Abstract. In the article, stress-strained state of vibroinsulators under of various constructive modifications is determined at axial static load and thermal effect. Two types of vibroinsulators – solid rubber and rubber-cord with composite insertion – are considered. Rubber and rubber-based materials have a number of specific characteristics, and due to this classical methods of calculation are not applicable to them. The approaches to determination of the stress-strained state are based on modification of the finite element method – moment scheme of the finite element, which assumes triple approximation of shift fields, components of deformations tensor, and volume change function. This modification takes into account the rubber poor compressibility. Two problems were solved for the cord vibroinsulator. In the first problem, geometrical non-linearity of cord under deformation is taken into account. The system of the solvable equations is obtained on the basis of variational principle with use of tensor of nonlinear deformations. This problem can be solved through iterative process with use of Newton-Kantorovich method. In the second problem, stress-strained state is determined by taking into account rheological characteristics of rubber. Boltzmann-Volterra's hereditary theory with Rabotnov's residual kernel is used for describing mechanical behavior of the material. Finding of the solution of this problem is reduced to the iterative solution of the equation system by Newton-Kantorovich method. Problems of linear elasticity and thermoelasticity were solved while determining stress-strained state of the vibroinsulator modification with composite insertion. In this case, global stiffness matrix is formed for rubber and rubber-cord materials separately because of difference of their elastic constants. In case of combined action of power load and temperature, stress tensor components are determined with the help of Duhamel-Neumann thermoelasticity law. Application of the variation principle reduces this problem to the solution of the system the linear algebraic equations, in which right side models temperature effect. Effect of power and temperature factors and mentioned characteristics on parameters of the vibroinsulator deformation is analyzed.

Keywords: stress-strained state, vibroinsulator, rubber, nonlinearity, viscoelasticity, thermoelasticity, finite element method.

Статья поступила в редакцию 01.02.2018

Рекомендовано к печати д-ром техн. наук, проф. В.И. Дырдой