

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПРЕДЕЛА ПРОЧНОСТИ НА СЖАТИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБРАЗЦОВ ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ ИХ УСЕЧЕННО – ПИРАМИДАЛЬНОЙ ФОРМЕ РАЗРУШЕНИЯ

¹Васильев Л.М., ¹Васильев Д.Л., ¹Назаров А.Е., ²Малич Н.Г.

¹Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины, ²Национальная
Металлургическая академия Украины

АНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ МЕЖІ МІЦНОСТІ НА СТИСК ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗРАЗКІВ ГІРСЬКИХ ПОРІД ПРИ ЇХ УСІЧЕНО - ПІРАМІДАЛЬНОЇ ФОРМИ РУЙНУВАННЯ

¹Васильєв Л.М., ¹Васильєв Д.Л., ¹Назаров О.Є., ²Маліч М.Г.

¹Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України, ²Національна
Металургійна академія України

THE ANALYTICAL METHOD FOR CALCULATING ULTIMATE COMPRESSION STRENGTH OF THE ROCK CYLINDRICAL SAMPLES AT PYRAMIDAL TRUNCATED TYPE OF THEIR DESTRUCTION

¹Vasyliiev L.M., ¹Vasyliiev D.L., ¹Nazarov O.Ye., ²Malich M.G.

¹Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poliakov of National Academy of Sciences of
Ukraine, ²National Metallurgical Academy of Ukraine

Аннотация. Одной из важных информационных характеристик, необходимых для управления напряженно-деформированным состоянием массива горных пород и их эффективным разрушением при дезинтеграции, является предел прочности образцов, определяемый на специальных прессах, которые имеются в отдельных НИИ. Раскрыт механизм локального разрушения хрупких тел и образования в них трещин. Разработан метод расчета предельного вертикального напряжения в вершине трещины. Разработан метод расчета предела прочности цилиндрических образцов горных пород с использованием трех показателей свойств, которые простыми способами могут быть установлены экспериментально в условиях горных предприятий, где результаты расчета могут быть оперативно использованы. Метод разработан для усеченно-пирамидальной формы образцов, одной из распространенных форм разрушения цилиндрических образцов горных пород, в основном, средней крепости при их раздавливании. В основу метода положены закономерности распределения нормальных и касательных напряжений. Принимаем по Л.Прандтлю: касательные напряжения постоянными, а нормальные – линейными. Приведено сопоставление расчетных значений пределов прочности с экспериментальными, заимствованными из кадастра горных пород. Средняя сходимость по пределу прочности образцов горных пород составила 86,7%. Это позволяет нам рекомендовать метод для использования на горных предприятиях для определения крепости горных пород. Аналитически проведено моделирование процесса разрушения цилиндрических образцов горных пород при их усеченно - пирамидальной форме разрушения с использованием экспериментальных значений трех показателей свойств горных пород – предела сопротивления сдвигу, коэффициентов внутреннего и внешнего трения. Предложенный метод позволяет определить предел прочности образцов горных пород с использованием трех показателей свойств, которые простыми способами могут быть установлены экспериментально в условиях горных предприятий, где результаты расчета могут быть оперативно использованы для оценки эффективного разрушения при дезинтеграции.

Ключевые слова: горная порода; критерий; напряжения; предел прочности; образец; локальное разрушение; трещина.

Одной из важных информационных характеристик, необходимых для управления напряженно-деформированным состоянием массива горных пород и их эффективным разрушением при дезинтеграции, является предел прочности образцов, определяемый на специальных прессах, которые имеются в отдельных НИИ, например в ИГТМ НАН Украины и Криворожском национальном университете [1, 2, 3].

Однако эти работы требуют высококвалифицированного персонала, а оборудование находится вдали от потребителя, где как раз и нужна оперативная информация о свойствах горных пород.

Поэтому имеется необходимость в разработке аналитического метода расчета пределов прочности образцов при знании показателей свойств горных пород, определяемых простыми способами, доступными для горных предприятий.

Для экспериментального определения предела прочности используются призматические или цилиндрические образцы. Методы аналитического определения предела прочности призматических образцов подробно изложены в книге [4]. Пожалуй, более широко, чем призматические образцы используются цилиндрические образцы от кернового бурения скважин. Поэтому возникает необходимость разработки метода расчета предела прочности цилиндрических образцов.

Аналитическое определение прочности образцов представляется возможным производить по следующей методике. При знании напряжений в вершине угловой трещины и закономерностей распределения контактных напряжений на образце можно при наличии значений трех показателей свойств – предела сопротивления сдвигу k_n , коэффициентов внешнего f и внутреннего μ трения определить предел прочности образцов.

Одной из распространенных форм разрушения цилиндрических образцов горных пород, в основном, средней крепости при их раздавливании [5] является усеченно-пирамидальная форма (рис. 1). Эта форма из всех известных пяти форм является наиболее простой для определения прочности. Изобразим (рис. 2) схему формирования траекторий максимальных эффективных касательных напряжений (линий скольжения) в центральном сечении образца.

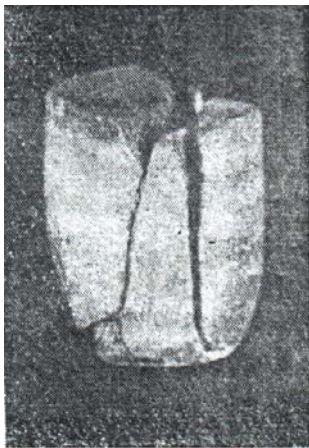


Рисунок 1 – Экспериментальная усеченно-пирамидальная форма разрушения по Л.И. Барону [5]

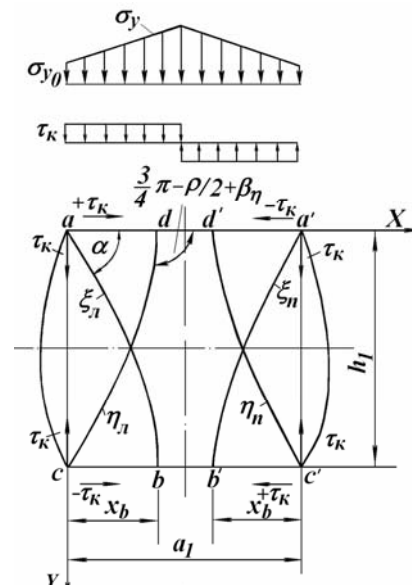


Рисунок 2 – Схема нагружения образца

Центр осей координат располагаем в левом верхнем углу сечения образца. Поскольку за счет деформации боковые поверхности образца приобретают выпуклую форму, применяем в угловых точках сечения правило парности касательных напряжений. Полагаем, что трещины развиваются по линиям скольжения (ЛС) слева ЛС ξ_l и справа ЛС ξ_n . Поскольку ЛС симметричны, приведем описание левой ЛС ξ_l . Следует попутно отметить, что трещины могут развиваться попарно и снизу вверх по линиям скольжения (ЛС) η .

Закономерности распределения нормальных и касательных принимаем по Л. Прандтлю [4]: касательные напряжения (постоянными, а нормальные – линейными) изображены в верхней части рис. 2. Распределение текущих контактных нормальных напряжений описывается формулой

$$\sigma_{yi} = \sigma_y \left(1 + \frac{2f \cdot x}{h_1} \right), \quad (1)$$

где f – коэффициент контактного трения; x – абсцисса точки на контактной плоскости; h_1 – высота образца.

Если представить нагружение на цилиндрический образец в виде двухскатной крыши согласно (рис. 2), то можем записать, что предел прочности цилиндрического образца по Л. Прандтлю [4]

$$\sigma = \sigma_y \left(2S_1 + \frac{f \cdot S_1^2}{h} \right) / S. \quad (2)$$

где S – площадь круга.

В работе [4] изложен метод определения нормального напряжения σ_y в вершине трещины применительно к разрушению образцов. Несколько пояснений относительно метода. Напряжения σ_y в вершине трещины на ЛС ξ ; определяются по системе уравнений

$$\begin{cases} \sigma_y = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\left(k_n \cdot \left(1 + \text{Sin} \rho \sqrt{1 - b_\xi^2} \right) \right) \cdot \exp(2\mu(\beta_\xi + \beta_b))}{1 - \text{Sin} \rho \cdot \sqrt{1 - b_\xi^2}} - k_b \right]; \\ k_b = \frac{\left(k_n + \mu \sigma_y \right) \left(1 - \text{Sin} \rho \sqrt{1 - b_\xi^2} \right)}{\left(1 + \text{Sin} \rho \sqrt{1 - b_b^2} \right) \cdot \exp(4\mu\beta_b)}, \end{cases} \quad (3)$$

где μ и $\rho = \arctg \mu$ – коэффициент и угол внутреннего трения; k_n – предел прочности сдвигу породы в вершине трещины на ЛС ξ ; k_b – эффективное касательное напряжение в точке b выхода ЛС ξ на нижнюю контактную поверхность (рис. 2).

$$b_{\xi} = \frac{f_{\kappa} \left(1 - \frac{2y}{h_1}\right) \cdot \sigma_{y_{\xi}} \left(1 + \frac{2f_{\kappa} \cdot x_{\xi}}{h_1}\right)}{k_n + \mu \cdot \sigma_{y_{\xi}} \left(1 + \frac{2f_{\kappa} \cdot x_{\xi}}{h_1}\right)}; \quad (4)$$

$$b_b = - \frac{f_{\kappa} \cdot \sigma_{y_{\xi}} \left(1 + \frac{2f_{\kappa} \cdot x_b}{h_1}\right)}{k_b + \mu \cdot \sigma_{y_{\xi}} \left(1 + \frac{2f_{\kappa} \cdot x_b}{h_1}\right)} \quad (5)$$

$$\beta_{\xi} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{b_{\xi} \cos \rho}{\sin \rho - \sqrt{1 - b_{\xi}^2}}; \quad (6)$$

$$\beta_b = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{b_b \cos \rho}{\sin \rho - \sqrt{1 - b_b^2}}. \quad (7)$$

Угол наклона ЛС ξ_l определяется по формуле

$$\alpha_{\xi} = \frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} + \beta_{\xi}. \quad (8)$$

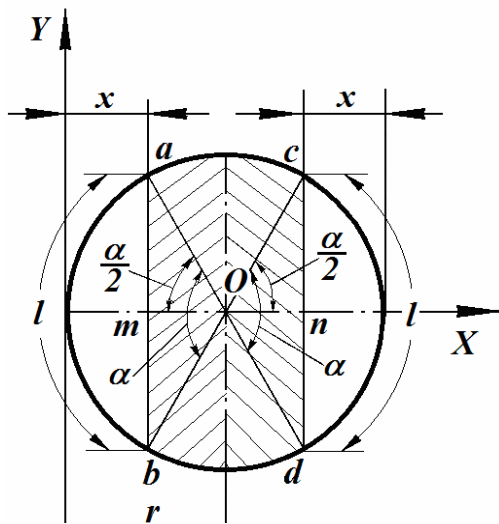


Рисунок 3 – Схема формирования несущей площади при развитии двух симметричных трещин в цилиндрическом образце

Система уравнений (7-11) позволяют определить нормальное напряжение в вершине трещины. Теперь следует привязать формулу (5) к площади цилиндра.

Напишем формулу окружности

$$(x - r)^2 + y^2 = r^2 \quad (9)$$

где r – радиус окружности.

Из преобразования формулы имеем $y = \sqrt{2rx - x^2}$. Длина хорды равна удвоенному значению y . Известно, что площадь сегмента

$$S_1 = \frac{1}{2} \left(lr - 2 \left(\sqrt{2rx - x^2} \right) (r - x) \right) \quad (10)$$

где $l = 2\pi r \alpha$ – длина дуги; x – стрела сегмента. Тогда

$$\sin \frac{\alpha}{2} = (\sqrt{2rx - x^2}) / r. \quad (11)$$

и из условия, что $\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$, угол сегмента

$$\alpha = \arcsin \left(2 \left(\sqrt{2rx - x^2} \right) / \left(r \left(1 - 2rx + x^2 \right) \right) \right). \quad (12)$$

Решение будем производить при $r = d/2$, где d – диаметр цилиндра, который принимаем равным единице. Тогда максимальное значение стрелы сегмента равно 0,5. Тогда вычитаемое выражение в формуле (10) будет равно нулю.. Значение площади сегмента при $d=1.0$ и $r=0,5$

$$S_i = \frac{1}{2} \left(2 \pi i 0,50,5 \arcsin \left(\frac{\sqrt{(0,5-x) - (0,5-x)^2} - (1 - 0,25((0,5-x) - (0,5-x)^2))}{1 - 0,25((0,5-x) - (0,5-x)^2)} \right) \right), \quad (13)$$

С использованием выражения (13) при площади круга $S = \pi d^2/4$ преобразуем формулу (5) к виду

$$\sigma = \sigma_y \left(\frac{2 \arcsin \left(\sqrt{0,5 - 0,5^2} \left(1 - 0,25(0,5 - 0,5^2) \right) \right)}{\left(1 + \frac{f_{\max}}{h} \arcsin \left(\sqrt{0,5 - 0,5^2} \left(1 - 0,25(0,5 - 0,5^2) \right) \right) \right)} \right).$$

Результаты и их анализ.

В табл. 1 показано сопоставление расчетных значений пределов прочности с экспериментальными, заимствованными из кадастра горных пород [6]. В кадастре приводятся предел прочности пород сдвигу, угол внутреннего трения и предел прочности на одноосное сжатие.

Таблица 1 - Сопоставление расчетных пределов прочности с экспериментальными данными

Тип породы	Экспериментальные			Расчетные		Источник [6,]
	K_n , МПа	ρ , рад	σ , МПа	σ , МПа	Сходимость, %	
Руда гранд-магнетитовая	22,0	40	117	118	99,1	67
Монцонит	24	40	127	128	99,1	105
Монцонит	60	41	260	330	86,6	104
Руда магнетитовая	15	42	97	84	86,6	67
Монцонит	8,5	41	47	47	100	103
Песчаник	16,5	42	126	92	73,0	145
Алевролит	12,0	42	60,5	67	90,6	208
Алевролит	9,6	43	62	55	88,7	145
Кварц	12,5	44	100	71	71,0	103
Руда магнетитовая	10	45	86,1	60	69,0	67

Тип породы	Экспериментальные			Расчетные		Источник[6,]
	K_n , МПа	ρ , рад	σ , МПа	σ , МПа	Сходимость, %	
Алевролит	53	45	255	312	81,8	145
Алевролит	5,33	45	37,5	32	85,3	209
Песчаник	17,4	49	126	114	90,4	161
Монцонит	5,5	49	34,0	37	97,8	104
Песчаник	9,72	50	81,5	65	79,8	145
Монцонит	5,2	51	33	36	94,6	105
Монцонит	7,5	52	48	52	92,3	103
Монцонит	28,0	52	164	197	82,2	104
Монцонит	10,5	52	63	74	85,1	104
скарн гранат-магнетитовый	15,0	42	97,0	85	86,6	67
моноцит сильно-изменённый	7,50	52	48,0	52,0	80,8	104

Средняя сходимость расчетных данных с экспериментальными составляет 93,1 %, что свидетельствует о высокой сходимости согласно рекомендациям А.И. Барона по допустимой достоверности теории с экспериментом [7].

Выводы

1. Разработан метод определения предела прочности цилиндрических образцов горных пород при усеченно–пирамидальной форме их разрушения с использованием трех экспериментальных их характеристик (k_n - предела прочности сдвигу, f_k и μ – коэффициентов контактного и внутреннего трения, доступных для определения в лабораториях горных предприятий. Достоинством метода является оперативность его использования в производственных условиях

2. В основу метода положен усовершенствованный критерий прочности Кулона, дополненный параметрами контактного трения и позволивший с использованием теории линий скольжения проводить расчет предела прочности материала в вершине трещин, развивающихся из углов образца правильной геометрии

3. Средняя сходимость по пределу прочности образцов горных пород составила 91,3 %. Это позволяет нам рекомендовать метод для использования на горных предприятиях для определения крепости горных пород,

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петухов И.М., Линьков А.М. Механизм развязывания и протекания выбросов угля (породы) и газа // Из кн.: Основы теории внезапных выбросов угля, породы и газа. М.: Недра, 1978. С. 62-91.
2. Виноградов В.В. Геомеханика управления состоянием массива вблизи горных выработок. Киев: Наукова думка, 1989. 192 с.
3. Кирничанский Г.Т. Элементы теории деформирования и разрушения горных пород. Киев: Наукова думка, 1989. 184 с.
4. Васильев Л.М., Васильев Д.Л., Малич Н.Г., Ангеловский А.А.. Механика образования форм разрушения образцов горных пород при их сжатии. Дніпро: ИМА-пресс, 2018. 174 с.
5. Барон Л.И. Экспериментальное определение коэффициентов крепости горных пород по шкале М.М. Протодьяконова путем испытания буровых кернов на раздавливание // Разрушение угля и горных пород. М.: Углетехиздат, 1958. С. 103-125 .
6. Справочник (кадастр) физических свойств горных пород. Под ред. Н.В. Мельникова, В.В. Ржевского, М.М. Протодьяконова. М.: Недра, 1975. 279 с.

7. Барон А.И. Горнотехническое породоведение. М.: Наука, 1977. 324 с.

REFERENCES

1. Petukhov I.M. (1978), "The mechanism of decoupling and the flow of emissions of coal (rock) and gas". in *Osnovy teorii vnezapnykh vybrosov uglya, porody i gaza* [Basis of theory of the sudden troop landings of coal, rock and gas], Nedra, Moscow, SU, pp. 62-91.
2. Vynohradov V.V. (1989), *Geomekhanika upravleniya sostoyaniyem massiva vblizi gornyykh vyrabotok* [Geomechanics of mass state control near mine workings], Naukova dumka, Kyiv, SU.
3. Kirnichanskiy G.T. (1989), *Elementy teorii leformirovaniya i razrusheniya gornyykh porod* [Elements of the theory of deformation and fracture of rocks], Naukova dumka, Kyiv, SU.
4. Vasyliiev L.M., Vasyliiev D.L., Malich M.G. and Anhelovskiy A.A. (2018). *Mekhanika obrazovaniya form razrusheniya obratstov gornyykh porod pri ikh szhatii* [The mechanics of the formation of fracture forms of rock samples during compression]. IMA-Press, Dnipro, UA.
5. Baron L.I. (1958) "Experimental determination of rock strength coefficients according to the scale Protodiakonova by crushing drill cores", in *Razrusheniye uglya i gornyykh porod* [Destruction of coal and mine rocks], Nedra, Moscow, SU., pp. 103-125.
6. Melnykova N.V., Rzhhevskiy V.V. and Protodiakonov M.M. (ed.) (1975), *Spravochnik (kadastr) fizicheskikh svoystv gornyykh porod* [Reference book (cadastre) of physical properties of rocks], Nedra, Moscow, SU.
7. Baron A.I. (1977), *Gorno-tekhnicheskoye porodovedeniye* [Mining and technical breed science], Nauka, Moscow, SU.

Об авторах

Васильев Леонид Михайлович, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом проблем разрушения горных пород, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, vleonid1937@gmail.com.

Васильев Дмитрий Леонидович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник отдела механики эластомерных конструкций горных машин, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина.

Назаров Александр Евгеньевич, аспирант в отделе проблем разрушения горных пород, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина. al.nazarov@outlook.com.

Малич Николай Григорьевич, кандидат технических наук, Национальная Metallургическая академия Украины, Днепр, Украина.

About the authors

Vasyliiev Leonyd Mykhailovych, Doctor of Technical Sciences (D. Sc), Professor, Head of the Department of Rock Breaking Problems, Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poyakov of National Academy of Sciences of Ukraine (IGTM, NAS of Ukraine), Dnipro, Ukraine, vleonid1937@gmail.com.

Vasyliiev Dmytro Leonydovych, Candidate of Technical Sciences (Ph.D), Senior Researcher, Senior Researcher of the Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poyakov of National Academy of Sciences of Ukraine (IGTM, NAS of Ukraine), Dnipro, Ukraine.

Nazarov Oleksandr Yevheniiovych, Doctoral Student in the Department of Rock Breaking Problems, Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poyakov of National Academy of Sciences of Ukraine (IGTM, NAS of Ukraine), Dnipro, Ukraine, al.nazarov@outlook.com.

Malich Mykola Hryhoriiovych, Candidate of Technical Sciences (Ph.D), National Metallurgical Academy of Ukraine, Dnipro, Ukraine.

Анотація. Однією з важливих інформаційних характеристик, необхідних для управління напружено-деформованим станом масиву гірських порід і їх ефективним руйнуванням при дезінтеграції, є межа міцності зразків, яка визначається на спеціальних пресах, які є в окремих НДІ. Розкрито механізм локального руйнування крихких тіл і освіти в них тріщин. Розроблено метод розрахунку граничної вертикальної напруги в вершині тріщини. Розроблено метод розрахунку межі міцності циліндричних зразків гірських порід з використанням трьох показників властивостей, які простими способами можуть бути встановлені експериментально в умовах гірничих підприємств, де результати розрахунку можуть бути оперативно використані. Метод розроблений для усічено-пірамідальної форми зразків, однією з поширених форм руйнування циліндричних зразків гірських порід, в основному, середньої міцності при їх роздавлуванні. В основу методу покладені закономірності розподілу нормальних і дотичних приймаємо по Л.Прандтлю: дотичні напруження є постійними, а нормальні – лінійними. Наведено зіставлення розрахункових значень меж міцності з експериментальними, запозиченими з кадастру гірських порід. Середня збіжність за межі міцності зразків гірських порід склала 86,7%. Це дозволяє нам рекомендувати метод для використання на гірничих підприємствах для визначення твердості гірських порід. Аналітично проведено моделювання процесу руйнування циліндричних зразків гірських порід при їх усічено-пірамідальної форми руйнування з використанням експериментальних значень трьох показників властивостей гірських порід - межі опору зрушенню, коефіцієнтів внутрішнього і зовнішнього тертя. Запропонований метод

дозволяє визначити межу міцності зразків гірських порід з використанням трьох показників властивостей, які простими способами можуть бути встановлені експериментально в умовах гірничих підприємств, де результати розрахунку можуть бути оперативно використані для оцінки ефективного руйнування при дезінтеграції.

Ключові слова: гірська порода; критерій; напруження; межа міцності; зразок; локальне руйнування; тріщина.

Annotation. One of the important informational characteristics required for controlling the stress-strain state of rocks and their effective destruction during disintegration is ultimate strength the specimens, which is determined by special presses available in a few research institutes. The mechanism of local destruction of fragile bodies and crack formation in them was disclosed. A method was developed for calculating maximum vertical stress at the crack tip. Another method was developed for calculating strength of cylindrical rock specimen with using three indices of properties, which can be easily determined experimentally in the mining enterprises, where the results of the calculation can be used immediately. One more method was developed for truncated-pyramidal samples, one of the most common forms of destruction of cylindrical rock samples, mainly of average strength at their crushing. The method is based on the laws of distribution of normal and shearing stresses, which are accepted by the Prandtl theory: shearing stresses are constant, and normal stresses are linear. The calculated values of the ultimate strength were compared with experimental ones taken from the rock cadaster. Average convergence of the rock sample ultimate strength was 86.7%. This allows the authors to recommend their method for use by mining companies for determining hardness of the rocks. Besides, the authors created an analytical model of the process of truncated-pyramidal destruction of cylindrical rock samples with using experimental values of three indices of the rock properties: shearing limit and coefficients of internal and external friction. The proposed method makes it possible to determine ultimate strength of the rock samples by using three indices of properties, which can be determined by simple experimental methods by the mining enterprises, which then can use the results of the calculation immediately for evaluating effective rock destruction at their disintegration.

Keywords: rock; criterion; stress; ultimate strength; sample; local destruction; crack.

Стаття надійшла до редакції 30.10. 2019

Рекомендовано до друку чл.-кор. НАН України О.П. Круковським