

## РАЦИОНАЛЬНАЯ ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ФОРМЫ КУСКОВ МЕЛКОЗЕРНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ РАСЧЕТАХ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИХ РАЗРУШЕНИЯ В ДЕЗИНТЕГРАТОРАХ

<sup>1</sup>Надутьий В.П., <sup>1</sup>Титов А.А., <sup>2</sup>Горохова А.Р.

<sup>1</sup>Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины, <sup>2</sup>НТУ «Днепровская политехника»

## РАЦІОНАЛЬНА ПАРАМЕТРИЗАЦІЯ ФОРМИ ШМАТКІВ ДРІБНОЗЕРНИСТИХ МАТЕРІАЛІВ ПІД ЧАС РОЗРАХУНКІВ ЕФЕКТИВНОСТІ ЇХ РУЙНУВАННЯ В ДЕЗИНТЕГРАТОРАХ

<sup>1</sup>Надутьий В.П., <sup>1</sup>Титов О.О., <sup>2</sup>Горохова А.Р.

<sup>1</sup>Институт геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України, <sup>2</sup>НТУ «Дніпровська політехніка»

## RATIONAL PARAMETRIZATION OF SHAPE OF FINE MATERIAL PIECES FOR CALCULATING EFFICIENCY OF THEIR DESTRUCTION IN DISINTEGRATORS

<sup>1</sup>Nadutyi V.P., <sup>1</sup>Tytov O.O., <sup>2</sup>Horokhova A.R.

<sup>1</sup>Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poliakov NAS of Ukraine, <sup>2</sup>National Technical University «Dnipro Polytechnic»

**Аннотация.** Обоснована необходимость учета формы кусков горных пород при расчетах усилий дробления, возникающих в рабочих органах дезинтеграторов. Проанализированы существующие подходы и стандарты по учету формы кусков в продуктах дезинтеграторов. Сделан вывод о недостаточности используемого критерия, характеризующего содержание в материале зерен лещадной формы, для оценки распределения кусков по форме, так как даже для кубовидных кусков одного размера усилия дробления могут отличаться до 6 раз при незначительных отклонениях их форм. Предложена линейная корреляционная зависимость между относительной длиной и шириной куска для продуктов дробления горных пород. Для опытов были взяты мелкозернистые фракции щебня из гранита, известняка и базальта. Были проведены три серии анализа формы кусков этих материалов, которые относились к кубовидному щебню, содержащему не более 10% лещадных зерен. Получено хорошее совпадение с экспериментальными данными линейного уравнения регрессии для зависимости относительной длины куска от его относительной ширины. Установлено, что для характеристики формы кусков горных пород при расчетах их дробления в дезинтеграторах рационально использовать всего один параметр, а именно, относительную длину куска. Предложено для оценки затрат энергии на дробление кусков использовать распределение кусков по параметру формы, связанному с относительной длиной куска. Сделано предположение о том, что для указанной цели подойдет гамма-распределение. Предложено уравнение для плотности распределения кусков по параметру формы. Анализ статистической значимости соответствующего уравнения регрессии для проведенного ранее эксперимента для мелкозернистого гранита, известняка и базальта подтвердил, что найденные оценки уравнения регрессии статически надежны, а гамма-распределение кусков горных пород по форме статистически значимо. Результаты исследования могут быть использованы для моделирования процесса разрушения кусков горных пород под действием рабочих органов дезинтеграторов, а также улучшения технологии переработки горной массы.

**Ключевые слова:** дезинтегратор, горная порода, распределение по форме кусков, лещадный кусок, относительная длина, гамма-распределение.

**Введение.** Оценка влияния формы кусков горных пород на энергоэффективность процесса дробления является сегодня актуальной по нескольким причинам. Во-первых, дробление является одним из наиболее энергоемких процессов переработки горных пород [1], поэтому энергозатраты напрямую влияют на себестоимость конечной продукции.

Во-вторых, расчет параметров рабочих органов оборудования для дезинтеграции выполняется с учетом некоторого предельного усилия дробления, при котором обеспечивается прочность деталей дезинтегратора, а также, от которого зависит момент срабатывания предохранительных устройств машины. Здесь определяющим является распределение усилий, которые воздействуют на куски определенной формы или на слой кусков при их зажатии между рабочими поверхностями.

В-третьих, форма куска товарных продуктов горного производства, например, щебня как заполнителя для бетонов, влияет на эксплуатационную прочность самих бетонов, которая тем выше, чем больше форма куска стремится к изометрической и, соответственно, чем ниже содержание лещадных частиц [2].

В работе [3] сформулированы критерии, которым должна удовлетворять модельная геометрия куска материала при его расчетах на прочность. Сделан вывод о том, что целесообразно рассматривать кусок подушкообразной формы, представляющий собой прямоугольный параллелепипед со скругленными углами и кромками, при этом радиус скругления равен минимальному габариту (толщине) куска  $a$ . Здесь также имеем  $a < b < c$ , где  $b$  – ширина куска,  $c$  – длина куска. Многообразие комбинаций возможных соотношений габаритных размеров кусков усложняет анализ результатов сопротивления разрушаемого материала нагрузкам для различных форм кусков, например, изометрической, лещадной, игловидной и нескольких значений соотношения характерных размеров.

Отдельно следует отметить, что получаемый дроблением щебень классифицируется на четыре категории по содержанию лещадных частиц, т.е. таких, длина которых в три и более раз превосходит их толщину [2]. Но, как будет показано ниже, это абсолютно недостаточно для характеристики процесса разрушения таких частиц. Например, согласно [3], разрушающие напряжения для кусков одного размера в дробилках с волновым профилем валков [4], с одной стороны, строго изометрической формы, и, с другой стороны, для частиц лещадной формы, могут отличаться до 6 раз. Т.е., даже в пределах первой группы, содержащей не более 10% лещадных частиц, возможен существенный их разброс по прочности.

В связи с этим, возникает необходимость учета отклонения кусков от изометрической формы путем введения минимального количества дополнительных параметров.

**Цель данной работы** – обосновать минимально возможное количество параметров кусков горных пород при расчете их разрушения дезинтеграторами, позволяющее учесть отклонение частиц от изометрической формы, а также особенности различных типов нагружения.

**Идея работы** – исследовать корреляцию между относительными значениями длины и ширины куска с целью отразить отличие куска от изометрической формы одним параметром.

### Основная часть.

#### 1. Корреляция между длиной и шириной куска.

Задачей данного раздела исследования было показать, что при заданной толщине куска, его длина пропорционально зависит от ширины.

Для этого введем такие величины:

- относительная ширина куска

$$k_{ba} = \frac{b}{a}; \quad (1)$$

- относительная длина куска

$$k_{ca} = \frac{c}{a}. \quad (2)$$

Тут, очевидно, выполняется соотношение  $k_{ca} \geq k_{ba} \geq 1$ .

Были проведены три серии анализа формы кусков материалов, которые по классификации относятся к кубовидному щебню (первой группе), содержащему не более 10% лещадных частиц [2].

Первая серия связана с продуктами дробления гранита фракции -20+5 мм.

На рисунке 1 приведены данные обмера кусков в координатах  $k_{ba}$  -  $k_{ca}$ .

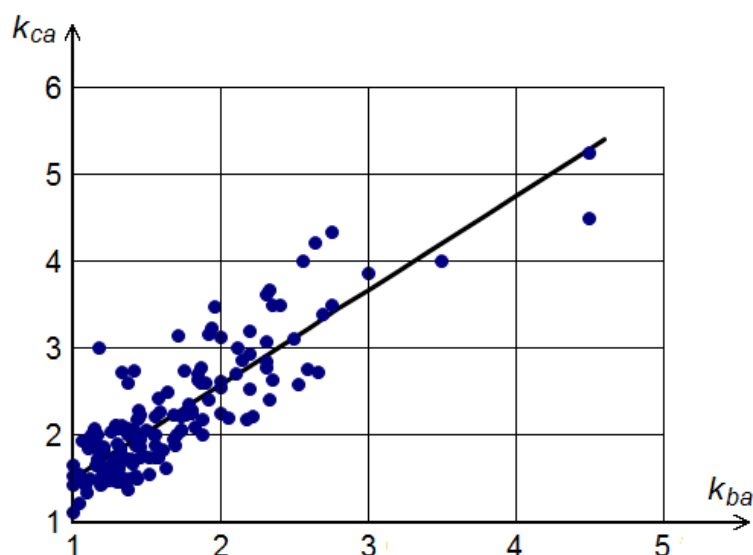


Рисунок 1 – Зависимость относительной длины кусков гранита от относительной ширины

Точки замеров аппроксимировались линейной зависимостью:

$$k_{ca} = A + B(k_{ba} - 1) \quad (3)$$

где  $A$  и  $B$  – коэффициенты аппроксимации.

Здесь параметр  $A$  имеет смысл начального значения  $k_{ca}$  (при  $k_{ba}=1$ ), а параметр  $B$  - тангенс наклона линии регрессии.

Как показывают результаты, точки удовлетворительно аппроксимируются линейным уравнением. Полученные значения коэффициентов регрессии составляют  $A = 1,50$  и  $B = 1,25$ . Соответствующий критерий Фишера при проверке статистической значимости уравнения регрессии составляет 253 при табличном значении  $F = 3,88$ , что говорит о статистической надежности уравнения линии регрессии [5].

Вторая серия опытов предполагала анализ формы кусков известняка фракции -10+5 мм (рис. 2).

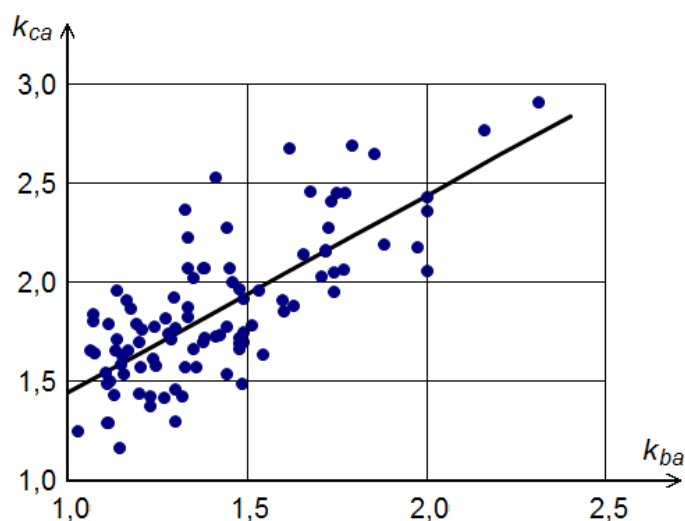


Рисунок 2 – Зависимость относительной длины кусков известняка от относительной ширины

Соответствующие значения коэффициентов линейного уравнения регрессии (3) составляют  $A = 1,44$  и  $B = 1,00$ . Расчетный критерий Фишера составляет 122 при табличном значении  $F = 3,95$ , что говорит о статистической надежности уравнения линии регрессии [5].

Третья серия опытов предполагала анализ формы кусков базальта фракции -10+5 мм (рис. 3).

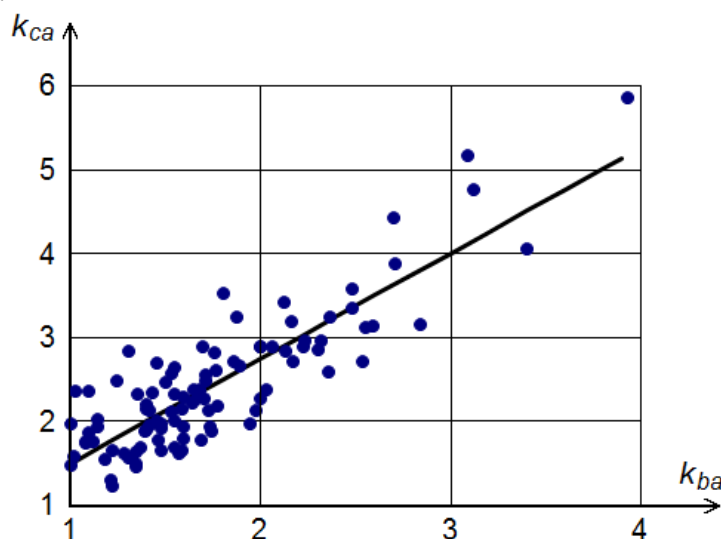


Рисунок 3 – Зависимость относительной длины кусков базальта от относительной ширины

Соответствующие значения коэффициентов линейного уравнения регрессии (3) составляют  $A = 1,50$  и  $B = 1,08$ . Соответствующее критерий Фишера составляет 275 при табличном значении  $F = 3,95$ , что говорит о статистической надежности уравнения линии регрессии [5].

## 2. Распределение кусков по форме.

Для оценки затрат энергии при дроблении имеет значение распределение кусков по удельным затратам на разрушение, которое мы увязываем с формой куска. Т.е., нас интересует распределение кусков по некоторому обобщенному параметру, характеризующему их форму, например, по относительной ширине или длине куска.

Как следует из работы [3], относительная длина куска имеет гораздо большее влияние на его напряженное состояние, чем относительная ширина. Кроме того, относительная длина имеет граничное значение 3, соответствующее переходу куска из кубовидной в лещадную форму, что также удобно. Поэтому остановимся на распределении кусков по их относительной длине. На рисунках 4, 5 и 6 показаны такие распределения для уже упомянутых выше кусков, соответственно, гранита, известняка и базальта.

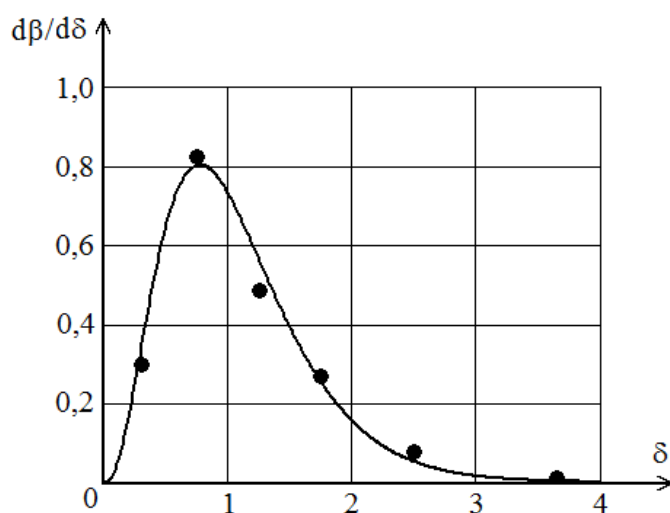


Рисунок 4 – Плотность распределения кусков гранита по форме

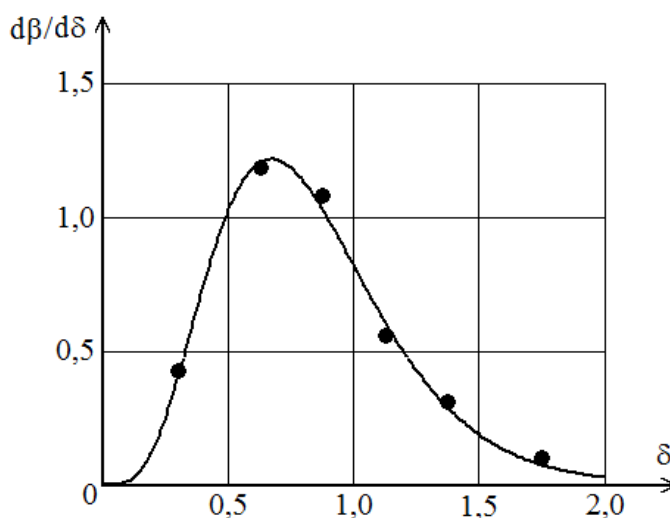


Рисунок 5 – Плотность распределения кусков известняка по форме

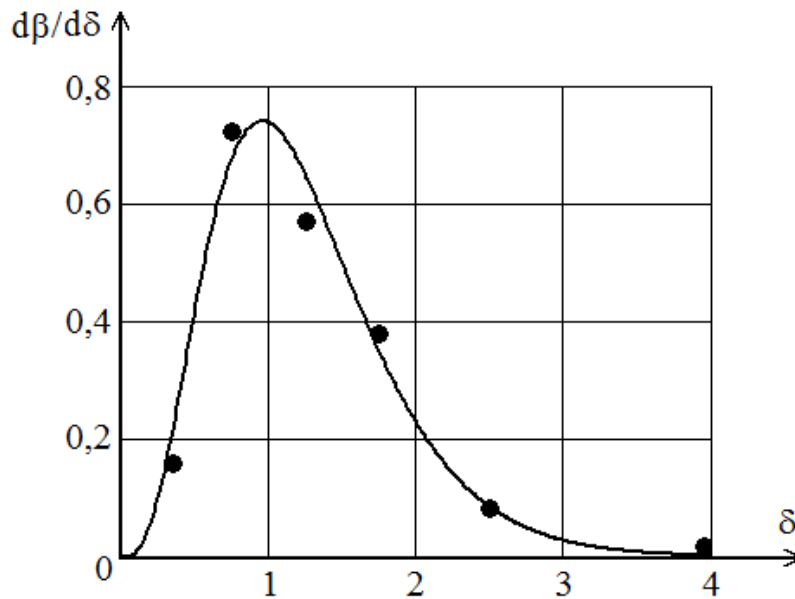


Рисунок 6 – Плотность распределения кусков базальта по форме

Анализ графиков показывает, что экспериментальные точки удовлетворительно аппроксимируются кривой гамма-распределения, функция плотности распределения которого имеет вид:

$$\frac{d\beta}{d\delta} = \frac{\lambda^a}{\Gamma(a)} \delta^{a-1} \cdot \exp(-\lambda \cdot \delta), \quad (4)$$

где  $\delta$  - параметр формы куска:

$$\delta = k_{ca} - 1; \quad (5)$$

$\beta$  - выход кусков с параметром формы менее  $\delta$ ;  $\lambda$ ,  $a$  - параметры распределения.

Критерий Фишера при проверке статистической значимости уравнений регрессии для кривой на рисунке 4 составил 188, на рисунке 5 – 550, на рисунке 6 – 118. При табличном значении критерия Фишера равном 7,71 получается, что найденные оценки уравнения регрессии статистически надежны, т.е. гамма-распределение кусков горных пород по форме статистически значимо.

#### Выводы

1. Установлена линейная зависимость между величинами относительной длины и ширины дробленых кусков для базальта, известняка и гранита.

2. Показано, что форма куска горной породы для целей моделирования его разрушения может быть охарактеризована всего одним параметром, а именно, относительной длиной куска.

3. Установлено, что распределение продуктов дезинтеграторов по форме с достаточной достоверностью описывается гамма-распределением.

4. Результаты исследования предназначены для моделирования разрушения кусков горных пород в дезинтеграторах различных конструкций и позволят оценить их энергоемкость, а также предсказать состав продукта по форме кусков.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРЫ

1. Андреев С.Е., Перов В.А., Зверевич В.В. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Недра, 1980. 415 с.
2. ДСТУ Б В.2.7-71-98 (ГОСТ 8269.0-97). Щебень і гравій із щільних гірських порід і відходів промислового виробництва для будівельних робіт. Увед. 10.12.1997. К: Державний комітет будівництва, архітектури і житлової політики України, 1999. 109 с.
3. Tytov O.O. (2019). Analysis of Mining Rocks Disintegration Conditions in Crushers Having the Wave Profile of Rolls, *Modernization and Engineering Development of Resource-Saving Technologies in Mineral Mining and Processing, Multi-authored monograph*, Petrosani, Romania: UNIVERSITAS Publishing, p. 366-380.
4. Пат. на корисну модель № 132083 UA, МПК В02С 4/02 (2006.01). Валкова дробарка / В.П. Надутый, О.О. Титов; власник НТУ «Дніпровська політехніка». – и 2018 09166; заявл. 06.09.2018; опубл. 11.02.2019, Бюл. № 3. – 3 с.: іл.
5. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке: Методы планирования эксперимента. М.: Мир, 1981. 520 с.

## REFERENCES

1. Andreev S.E., Petrov V.A. and Zverevich V.V. (1980), *Droblenie i izmelchenie i grokhochenie poleznykh iskopaemykh* [Crushing, growing shallow and screening of minerals], Nedra, Moscow, SU.
2. Derzhavnyi komitet budivnytstva, arkhitektury i zhytlovoi polityky Ukrainy (1999), *DSTU B V.2.7-71-98 Shchebin i hravii iz shchilnykh hirs'kykh porid i vidkhodiv promyslovoho vyrobnytstva dlia budivelnnykh robıt*, Uved. 10.12.1997 [HOST 8269.0-97 Macadam and hoggin from dense mine rocks and wastes of industrial production for build works. Inf. 10.12.1997], Kyiv, UA.
3. Tytov O.O. (2019), "Analysis of Mining Rocks Disintegration Conditions in Crushers Having the Wave Profile of Rolls", in *Modernization and Engineering Development of Resource-Saving Technologies in Mineral Mining and Processing, Multi-authored monograph*, UNIVERSITAS Publishing, Petrosani, Romania, p p. 366-380.
4. Nadutyi V.P. and Tytov O.O., National Technical University «Dnipro Polytechnic» (2019), *Valkova drobarka* [Roll crusher], Dnipro, UA, Pat. № 132083.
5. Dzhonson N. and Lion F.(1981), *Statistika i planirovanie eksperimenta v tekhnike i nauke: Metody planirovaniya eksperimenta* [Statistics and planning of experiment in a technique and science: Methods of planning of experiment], Mir, Moscow, SU.

## Об авторах

**Надутьий Владимир Петрович**, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом механики машин и процессов переработки минерального сырья, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, [nadutyvp@gmail.com](mailto:nadutyvp@gmail.com)

**Титов Александр Александрович**, кандидат технических наук, доцент, научный сотрудник отдела механики машин и процессов переработки минерального сырья, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, [alextitovalex77@gmail.com](mailto:alextitovalex77@gmail.com)

**Горохова Алина Романовна**, студентка Национального технического университета «Днепровская политехника», Днепр, Украина, [alinagorohova7865@gmail.com](mailto:alinagorohova7865@gmail.com)

## About the authors

**Nadutyi Volodymyr Petrovych**, Doctor of Technical Sciences (D.Sc.), Professor, Head of the Department of Mechanics of Machines and Processes of Mineral Processes, Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poliakov NAS of Ukraine (IGTM NAS of Ukraine), Dnipro, Ukraine, [nadutyvp@gmail.com](mailto:nadutyvp@gmail.com).

**Tytov Oleksandr Oleksandrovych**, Candidate of Technical Sciences (Ph. D), Associate Professor, Researcher in the Department of Mechanics of Machines and Processes of Mineral Processes, Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poliakov NAS of Ukraine (IGTM NAS of Ukraine), Dnipro, Ukraine, [alextitovalex77@gmail.com](mailto:alextitovalex77@gmail.com).

**Horokhova Alina Romanivna**, Student of National Technical University «Dnipro Polytechnic», Dnipro, Ukraine, [alinagorohova7865@gmail.com](mailto:alinagorohova7865@gmail.com).

**Анотація.** Обґрунтовано необхідність урахування форми шматків гірничих порід під час розрахунку зусиль дроблення, що виникають у робочих органах дезінтеграторів. Проаналізовано існуючі підходи та стандарти щодо урахування форми шматків у продуктах дезінтеграторів. Зроблено висновок про недостатність вживаного критерію, який характеризує вміст у матеріалі зерен лещадної форми, для оцінки розподілу шматків за формою, тому як навіть для кубоподібних шматків одного розміру зусилля дроблення можуть відрізнятися до 6 разів при незначних відхиленнях їх форм. Запропоновано лінійну кореляційну залежність між відносною довжиною та шириною шматка для продуктів дроблення гірничих порід. Для дослідів було взято дрібнозернисті фракції щебеню з граніту, вапняку та базальту. Було проведено три серії аналізу форми шматків цих матеріалів, що відносилися до кубоподібного щебеню, який містить не більше ніж 10% лещадних зерен. Отримано добре співпадіння з експериментальними даними лінійного рівняння регресії для залежності відносної довжини шматка від його відносної ширини.

Встановлено, що для характеристики форми шматків гірничих порід під час розрахунку їх дроблення в дезінтеграторах раціональним є використовувати всього один параметр, а саме, відносну довжину шматка. Запропоновано для оцінки витрат енергії на дроблення шматків використовувати розподіл шматків за параметром форми, пов'язаним з відотною довжиною шматка. Зроблено припущення про те, що для вказаною мети підійде гамма-розподіл. Запропоновано рівняння для щільності розподілу шматків за параметром форми. Аналіз статистичної значущості відповідного рівняння регресії для проведеного раніше експерименту для дрібнозернистого граніту, вапняку та базальту підтвердив, що знайдені оцінки рівняння регресії статистично надійні, а гамма-розподіл шматків гірничих порід за формою є статистично значущим. Результати дослідження можуть бути використані для моделювання процесу руйнування шматків гірничих порід під впливом робочих органів дезінтеграторів, а також для вдосконалення технології переробки гірничої маси.

**Ключові слова:** дезінтегратор, гірничі породи, розподіл шматків за формою, лещадний шматок, відносна довжина, гамма-розподіл.

**Annotation.** The need to take into consideration shape of the rock lumps for calculating forces arising in operating parts of disintegrators is substantiated. The existing approaches and standards on taking into consideration the shape of pieces in disintegrator products were analyzed. It is concluded that the used criterion characterizing the content of lamellar-shaped grains in the material is not sufficient for estimating distribution of pieces by their shape, as the forces needed for crushing even cubical pieces of the same size but having just insignificant deviations in their shape may differ by up to 6 times. The linear regression dependence between the piece relative length and relative width is proposed for the products of rock crushing. The fine-grained fractions of crushed granite, limestone and basalt were sampled for the experiments. Three series of shape analysis were conducted with these materials, which referred to cubical crushed stone containing less than 10 percent of lamellar grains. Good coincidence of the linear regression equation with experimental data for the dependence between the piece relative length and relative width was demonstrated. It is stated that the usage of only one parameter, namely, the piece relative length, is quite rational for characterizing shape of the rock pieces during simulation of their crushing in disintegrators. In order to calculate energy consumption for the rock piece crushing, it is proposed to use distribution of these pieces by their shape parameter, which is connected with the piece relative length. The assumption was made that gamma distribution would be suitable for this purpose. The equation for the density of the piece distribution by their shape parameter is formulated. The analysis of statistical significance of the corresponding regression equation for the previously fulfilled experiment with fine-grained granite, limestone and basalt has proved that the calculated estimations of the regression equation are reliable, and gamma distribution of the rock pieces by their shape is statistically significant. The research results can be used for simulating process of the rock piece destruction under the action of disintegrators' operating parts and for improving the technologies of the rocks processing.

**Keywords:** disintegrator, rocks, distribution by piece shape, lamellar piece, relative length, gamma distribution.

*Стаття надійшла до редакції 18.01.2020*

*Рекомендовано до друку д-ром техн. наук Б.О. Блюссом*