$$M_{дв} = 975\frac{N}{n} = 975 \cdot \frac{2{,}2}{1500} = 1{,}43 \text{ кг} \cdot \text{м},$$

где $N = 2{,}2$ кВт - мощность двигателя; $n = 1500$ об/мин - угловая скорость вращения вала двигателя.

Следовательно:

$$M_{кр} = \frac{2\pi \cdot 4 \cdot 0{,}8^3}{3 \cdot 11{,}6 \cdot 1{,}2}\sqrt{175 \cdot 62 \cdot (6{,}25 - 0{,}63) \cdot 0{,}8 \cdot 5} = 158 \text{кг} \cdot \text{см} =$$

$$= 1{,}58 \text{ кг} \cdot \text{м} > 1{,}43 \text{ кг} \cdot \text{м}.$$

Таким образом, по условию устойчивости обеспечивается нормальная работа муфты данной, конкретно рассматриваемой системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. –М.: Наука, 1970. -541 с.

УРАВНЕНИЕ ЧАСТОТ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ КОЛЬЦА

Литвиненко Ю., Литвиненко С.Ю., Кагадий С.В. ДГАУ

Полый круговой цилиндр конечной длины, внутренняя, внешняя поверхности и торцы которого свободны от напряжений, совершает упругие продольные осесимметричные гармонические колебания [1]:

$$\begin{aligned} &(\lambda + 2\mu)\frac{\partial \Delta}{\partial r} + 2\mu\frac{\partial \omega_\vartheta}{\partial z} = \rho\frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2}; \quad && \Delta = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\ &\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r} = 2\omega_\vartheta; && (\lambda + 2\mu)\frac{\partial \Delta}{\partial z} - \frac{2\mu}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\omega_\vartheta) = \rho\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}; \quad (1) \\ &u_r = e \cdot U(r,z); \quad u_\vartheta = 0; && u_z = e \cdot W(r,z); \quad e = \exp(ipt), \end{aligned}$$

где $p/(2\pi)$ - угловая частота нормального (собственного) колебания.

Решая совместно уравнения (1), получим

$$\frac{\partial^2 \varDelta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \varDelta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varDelta}{\partial z^2} + h^2 \varDelta = 0\,; \quad h^2 = \frac{\rho p^2}{\lambda + 2\mu}\,; \quad \varDelta = \left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rU) + \frac{\partial W}{\partial z}\right] \cdot e\,;$$

$$2\omega_\vartheta = \left(\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial r}\right) \cdot e\,; \quad \lambda^2 = \frac{\rho p^2}{\mu}\,; \quad \frac{\partial^2 \omega_\vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \omega_\vartheta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \omega_\vartheta}{\partial z^2} + \left(\lambda^2 - \frac{1}{r^2}\right)\omega_\vartheta = 0. \quad (2)$$

Условие отсутсвия на образующих цилиндра компонент напряжения σ_{rr} и σ_{rz} запишется:

$$\left.\left(\lambda \cdot \Delta + 2\mu\frac{\partial u_r}{\partial r}\right)\right|_{r=a;b} = 0\,; \quad \left.\mu\left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)\right|_{r=a;b} = 0. \quad (3)$$

Считается, что начальное возмущение вносится приложенной к торцам цилиндра кратковременной нагрузкой, если выполняются условия:

$$\Delta(r,0,t) = -e \cdot \varphi(r), \;\; \Delta(r,l,t) = e \cdot \varphi(r), \;\; \omega_\vartheta(r,0,t) = -e \cdot \psi(r), \;\; \omega_\vartheta(r,l,t) = e \cdot \psi(r). \;\; (4)$$

Решая уравнения (2) с граничными условиями (4) с помощью синус- и косинус-преобразований Фурье [2] относительно $\varDelta$, ω_ϑ, U, W и подставляя найденные решения в соотношения (3), получим систему четырех однородных алгебраических уравнений. Согласно общему свойству однородных систем [3], будет равен нулю определитель, составленный из коэффициентов этой системы [4].

Для полого цилиндра, длина l которого много меньше среднего радиуса r, а толщина d стенки сравнима с величиной отношения l/r, имеем цилиндрическое кольцо. Пренебрегая слагаемыми в выражениях для коэффициентов указанного определителя, имеющими порядок малости $o\left(\xi^7\right)$ и выше [5], найдем

$$\begin{vmatrix} J_0\left(\chi_m a\right) & Y_0\left(\chi_m a\right) & 0 & 0 \\ J_0\left(\chi_m b\right) & Y_0\left(\chi_m b\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_1\left(\varepsilon_m a\right) & Y_1\left(\varepsilon_m a\right) \\ 0 & 0 & J_1\left(\varepsilon_m b\right) & Y_1\left(\varepsilon_m b\right) \end{vmatrix} = 0 .$$

После раскрытия определителя, получим два независимых уравнения

$$J_0\left(\chi_m a\right)\cdot Y_0\left(\chi_m b\right) - J_0\left(\chi_m b\right)\cdot Y_0\left(\chi_m a\right) = 0 \;;$$

$$J_1\left(\varepsilon_m a\right)\cdot Y_1\left(\varepsilon_m b\right) - J_1\left(\varepsilon_m b\right)\cdot Y_1\left(\varepsilon_m a\right) = 0 ,$$

решения которых с точностью до слагаемых порядка $o\left(\xi^7\right)$

$$\mathrm{tg}\left(\chi_m d\right) = \frac{-16\cdot\left(128\cdot ab\chi_m^2 + 9\right)\cdot d}{\left(128\chi_m^2 a^2 - 9\right)\cdot\left(128\chi_m^2 b^2 - 9\right) + 256\cdot ab} \;;$$

$$\mathrm{tg}\left(\varepsilon_m d\right) = \frac{16\cdot\left(128\cdot ab\chi_m^2 - 5\right)\cdot d}{3\cdot\left(128\varepsilon_m^2 a^2 + 15\right)\cdot\left(128\varepsilon_m^2 b^2 + 15\right) + 256\cdot ab} , \qquad (5)$$

где $\chi_m^2 = \dfrac{p^2}{c_1^2} - \dfrac{m^2\pi^2}{l^2}$; $\quad \varepsilon_m^2 = \dfrac{p^2}{c_2^2} - \dfrac{m^2\pi^2}{l^2}$, $\quad m = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots\ ;\quad d = b\text{-}a$;

$c_1^2 = \left(\lambda + 2\mu\right)/\rho$, $\quad c_2^2 = \mu/\rho$ - скорости распространения волн объемного расширения Δ и искажения ω_ϑ соответственно.

Решая уравнения (5) численными методами, можно найти бесконечный ряд собственных частот для цилиндрического кольца.

Используя более грубое приближение с точностью до величин порядка $o\left(\xi^3\right)$ [5], получим решения уравнений (5) в явном виде:

$$\left(p_{km}\right)_i = \pi\left(\frac{k^2}{d^2} - \frac{m^2}{l^2}\right)^{1/2} c_i\,, \quad k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ ; \quad m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ ; \quad i = 1,\ 2\ .$$

Из этих формул видно, что собственные частоты, соответствующие продольным волнам, зависят от длины и толщины стенки кольца и не зависят от его радиуса (при больших значениях).

С точностью до бесконечно малых порядка $o\left(\xi^7\right)$ можно считать, что в кольце большого диаметра продольные волны распространяются по тем же законам, что и в безграничной среде, то есть только со скоростями c_1 и c_2. Каждому их этих типов волн соотетствует свой набор собственных частот [1,4], который определяется для волн искажения второй из формул (5), или, с меньшей точностью, формулами $\left(p_{km}\right)_1$ и $\left(p_{km}\right)_2$ соответственно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ляв А. Математическая теория упругости. -М.: ОГИЗ, 1935. –537 с.
2. Трантер К.Дж. Интегральные преобразования в математической физике. -М.:ГИТТЛ,1956. –192 с.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. -М.: Наука, 1965. –431 с.
4. Литвиненко С.Ю., Ткач А.А. Распространение упругих волн в стенке полого конечного цилиндра // Методы решения граничных задач и обработки данных. -Днепропетровск: ДГУ, 1989. -С.70-76.
5. Найфэ А. Методы возмущений. -М.: Мир, 1976. –455 с.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ПРОСЕИВАНИЯ ЭЛЛИПСОИДНЫХ ЧАСТИЦ ЧЕРЕЗ ЩЕЛЕВОЕ СИТО ГРОХОТА

Лапшин Е.С., ИГТМ НАНУ, г. Днепропетровск

При расчете эффективности и производительности грохота со щелевым ситом вероятность просеивания частиц определяется по формуле Годена [1]

$$P_1 = \zeta\left(1 - \frac{D}{L}\right), \qquad (1)$$

где ζ - коэффициент живого сечения сита; D - диаметр частицы; L - ширина щели.

Следует отметить, что частицы грохотимого материала имеют чрезвычайно разнообразную форму - особенно широко распространены удлиненные частицы, форма которых аппроксимируется эллипсоидом. В этом случае формула Годена приводит к значительным погрешностям. Целью статьи является разработка аналитического метода расчета вероятности просеивания эллипсоидных частиц через щелевое сито грохота.

Введем систему координат. Щелевое сито образовано длинномерными элементами, расположенными параллельно друг относительно друга. Выделим два соседних элемента. Один из них назовем элемент 1, а другой - 2. Начало оси X поместим в центре элемента 1. При этом ось X сориентируем так, чтобы она была перпендикулярна элементу 1 и проходила через центр элемента 2. Тогда расстояние между элементами 1 и 2, измеренное вдоль оси X, равно ширине щелевого отверстия. Ось Y направим вдоль элемента 1.

Также введем подвижную систему координат x, y, связанную с проекцией частицы на плоскость сита. Оси x и y соответственно совместим с большой и малой осями эллипса.

Положение частицы при падении на сито будем характеризовать координатами x, y центра эллипса и углом φ между осями x и X.

В качестве гипотезы примем, что все значения X, Y и φ одинаково возможны (равновероятны), Следует отметить, что такое допущение общепринято при анализе просеивания сферической частицы,

Используем геометрическую интерпретацию вероятности [2]: вероятность наступления события есть отношение площади S области, благоприятствующей его появлению, к площади всей области S_0 возможных событий.

При падении частицы на сито она либо просеится, либо нет. Вероятность наступления первого события обозначим через P, а второго $\overline{P}$. Оба эти собы-