

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ
ПРИВОДОМ ЛЕНТОЧНОГО КОНВЕЙЕРА**

Сформульовано задачі оптимального керування пуском і швидкістю привода стрічкового конвейера. Складено функціонали якості керування за умовами мінімумів коефіцієнта динамічності, часу пуску і витрат електроенергії. Отримано вираження для керуючих векторів при пусковому і сталому режимах, що доставляють мінімум зазначеним функціоналам.

**MATHEMATICAL MODELS OF OPTIMUM OPERATION
BY THE DRIVE OF BELT CONVEYER**

The tasks of optimum operation by the starting and speed of the drive of belt conveyer are formulated. There were obtained the expression for the functional, which show the quality of operation on the conditions of minimum qualifications of belt dynamics coefficient, on the time of its starting and the losses of electric power. The expressions for operating vectors in the starting and fixing conditions are received, which convey the minimum to the indicated functionals.

Проектирование и эксплуатация высокопроизводительных конвейеров большой длины, общая мощность двигателей которых достигает тысячи и более киловатт, а также создание конвейерных линий большой производительности предъявляет к конвейерным двигателям особые требования. В основном это обеспечение плавного пуска для сохранения надежного сцепления ленты с приводным барабаном и предотвращения существенных продольных колебаний ленты, а также регулировка скорости ленты в установившемся режиме в соответствии с производительностью добычных механизмов для поддержания постоянной нагрузки несущей ленты, что увеличивает срок ее службы.

В этой связи особую актуальность приобретает решение задач оптимального управления приводом конвейера, обеспечивающих удовлетворение этих требований.

Цель оптимального управления можно рассматривать как достижение экстремума критерия качества за счет выбора оптимального вектора допустимого управления F [1].

При управлении пусковым режимом цель управления формулируется так: с момента запуска ($t = 0, V = 0$) конвейерная лента должна набрать заданную скорость V_d за минимальное время $t = T_n$ (T_n – время пуска конвейера). Кроме того, указанная цель должна быть реализована с минимальным коэффициентом динамичности k_d и минимальными потерями электроэнергии ΔW .

После достижения скорости ленты V_d целью управления является обеспечение постоянной производительности при минимальном расходе электроэнергии.

Эти требования могут быть формализованы в терминах минимумов функционалов качества:

$$J_i(F_i) \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n).$$

Составим функционалы (1) применительно к нашим задачам.
 Время пуска определяется по формуле [2]

$$T_n = J \int_{\omega_{нач}}^{\omega_0} \frac{d\omega}{M}, \quad (2)$$

где J – суммарный момент инерции привода, Н·м²; $\omega_{нач}$, ω_0 – начальная и установившаяся угловая скорость двигателя, с⁻¹; M – вращающий момент, Н·м.

Условие минимума времени пуска:

$$J_1 = J \int_{\omega_{нач}}^{\omega_0} \frac{d\omega}{M} \rightarrow \min. \quad (3)$$

Коэффициент динамичности

$$k_\partial = \frac{H_{нб}(W_z)}{H}, \quad (4)$$

где $H_{нб}$ – натяжение ленты в точке набегания ее на приводной барабан, Н; H – натяжение ленты при установившейся скорости двигателя, Н.

Условие минимума коэффициента динамичности

$$J_2 = \int_0^{T_n} k_\partial dt \rightarrow \min. \quad (5)$$

Динамические усилия в ленте в период пуска определяются из системы уравнений продольных колебаний грузовой и холостой ветвей конвейера [3], которую в общем виде можно представить как:

$$\begin{cases} f_1\left(\varepsilon, \eta, W_z, \frac{\partial W_z}{\partial \eta}, \frac{\partial W_z}{\partial \varepsilon}, F(V_z)\right) = 0; \\ f_2\left(\varepsilon, \eta, W_x, \frac{\partial W_x}{\partial \eta}, \frac{\partial W_x}{\partial \varepsilon}, F(V_z)\right) = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Входящие в уравнение безразмерная координата ε и безразмерное время η вычисляются по формулам:

$$\varepsilon = \frac{x}{L}; \quad \eta = \frac{at}{L},$$

где x – координата, направленная вдоль ленты в сторону головного барабана, м;
 t – текущее время, с; L – длина контура ленты, м; $a = \frac{2a_2 a_x}{a_2 + a_x}$ – эквивалентная

скорость упругих деформаций в ленте, м/с; a_2, a_x – скорости упругих деформаций ленты на грузовой и холостой ветвях соответственно, м/с; W_2, W_x – динамические усилия в ленте грузовой и холостой ветвей соответственно, Н; V_2 – скорость грузовой ветви, м/с; $F(V_2)$ – управляющий вектор, являющийся в рассматриваемом случае пусковой характеристикой привода.

Потери электроэнергии асинхронного двигателя ΔW складываются из потерь в роторной ΔW_1 и статорной цепях ΔW_2 [2]

$$\Delta W = \Delta W_1 + \Delta W_2.$$

Учитывая, что

$$\Delta W_2 = \Delta W_1 \frac{R_2}{R_1},$$

где R_1 и R_2 – соответственно сопротивление в роторной и статорной цепях, Ом, выражение для потерь ΔW за время T запишем в виде [2]

$$\Delta W = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \int_0^T M \omega_0 S dt, \quad (7)$$

где S – скольжение.

Условие минимума потерь

$$\Delta W = \int_0^T M \omega_0 S dt \rightarrow \min. \quad (8)$$

Положив в формуле (8) $T = T_n$, получаем условие минимума потерь при пуске.

Выбирая оптимальную пусковую характеристику электродвигателя, необходимо учитывать следующие ограничения [3]:

- по ускорению ленты при пуске

$$\frac{dV}{dt} < a_{np}, \quad (9)$$

где $a_{np} = g(f \cos \beta - \sin \beta)$ – предельное значение ускорения ленты, при котором начинается скольжение груза, m/c^2 ; g – ускорение силы тяжести, m/c^2 ; f – коэффициент сопротивления движению;

- по условию прочности конвейерной ленты

$$kH_{нб\max} < S_{np}, \quad (10)$$

где k – коэффициент запаса прочности ленты; S_{np} – предельное натяжение ленты (величина разрывного усилия);

- по условию сцепления ленты с приводным барабаном

$$\frac{H_{нб}}{H_{сб}} < e^{\mu\alpha}, \quad (11)$$

где $H_{нб}$, $H_{сб}$ – натяжение ленты на приводном барабане в точках набегания и сбегания соответственно, Н; μ – коэффициент сцепления ленты с барабаном; α – угол обхвата лентой приводного барабана, рад;

- по условию непровисания ленты

$$H_{\min} > S_0, \quad (12)$$

где H_{\min} – минимальное натяжение ленты; S_0 – натяжение, при котором лента начинает провисать.

Значения натяжений ленты, входящих в выражение (11), определяются по формулам [4] и из-за громоздкости в данной работе не приводятся.

Таким образом, задача оптимального управления пуском ленточного конвейера имеет следующую формулировку. Определить управление $F(V_2)$, удовлетворяющее ограничениям (9)-(12) и переводящее конвейер из состояния $V(0) = V_0$ в состояние $V(T_n) = V_{T_n} = V_n$ так, чтобы минимизировать функционалы качества (3), (5), (8).

Для ленточных конвейеров до настоящего времени в большинстве случаев применяется асинхронный двигатель. Механическую характеристику такого двигателя можно представить некоторым числом кусочно-линейных функций. График аппроксимированной пусковой характеристики представлен на рис. 1, а ее аналитическое выражение имеет вид [3]:

$$F(V_2) = \sum_{i=0}^m (N_i - q_i V_2) [\sigma_0(\eta - \eta_i) - \sigma_0(\eta - \eta_{i+1})], \quad (13)$$

где N_i и q_i – параметры линейных участков характеристики; η_i – моменты перехода с одного линейного участка характеристики на другой; $\sigma_0(\eta)$ – единичная функция Хевисайда [5]; m – количество линейных участков аппроксимированной характеристики.

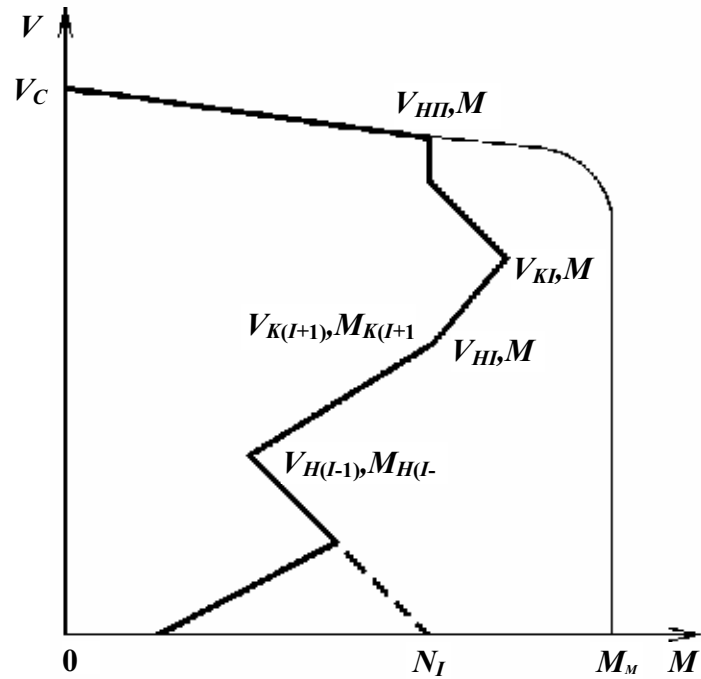


Рис. 1 – График аппроксимированной характеристики электродвигателя конвейера

Параметр N_i представляет собой константу для определения тягового усилия двигателя между двумя последовательными переключениями и на графике является координатой пересечения i -ой линейной части аппроксимированной характеристики с осью моментов двигателя.

Параметр q_i – это размерный $(\frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{М}})$ коэффициент при скорости барабана в интервале времени между переключениями с одного линейного участка характеристики на другой. Графически q_i выражается тангенсом угла наклона i -ой линейной части характеристики к оси скоростей (жесткость характеристики).

На рисунке скорости и моменты начальной и конечной точек i -ой линейной части соответственно имеют обозначение: V_{ni} , M_{ni} и V_{ki} , M_{ki} .

На функцию $F(V_2)$ накладываются следующие ограничения:

- по скорости

$$\begin{aligned} 0 < V_{ni} &\leq V_c; \\ 0 < V_{ki} &\leq V_c, \end{aligned} \tag{14}$$

где V_c – синхронная скорость двигателя;

- по моменту

$$\begin{aligned} 0 < M_{ni} &\leq M_m; \\ 0 < M_{ki} &\leq M_m, \end{aligned} \tag{15}$$

где M_m – максимальный пусковой момент двигателя, Н·м.

Кроме того, последний линейный участок характеристики должен проходить через синхронную скорость V_c при условии

$$\frac{V_{nn} - V_c}{V_n - V_c} = \frac{M_{nn}}{M_n}, \quad (16)$$

где V_n и M_n – номинальные скорость и момент двигателя соответственно; V_{nn} и M_{nn} – начальные скорость и момент последнего участка характеристики.

Применительно к установившемуся движению задача оптимального управления приводом свелась к задаче о выборе диаграмм скорости и момента, которые обеспечивали бы минимум расхода электроэнергии при заданном уровне производительности, т.е. при заданном значении Q :

$$Q = \frac{3,6}{Tg} \int_0^T q_z(t) V(t) dt = \frac{3,6R}{Tg} \int_0^T q_z(t) \omega(t) dt, \quad (17)$$

где $q_z(t)$ – погонный вес транспортируемого груза, Н/м; R – радиус барабана, м.

Наша задача свелась к изопериметрической: найти управляющую функцию $\omega(t)$, доставляющую минимум критерию качества (8) при заданном значении интеграла (17). Если функция $q_z(t)$ задана, то оптимальный режим движения можно вычислить обычными методами вариационного исчисления, а затем реализовать средствами программного управления. Однако каждое такое решение будет оптимальным лишь для одного вида функции $q_z(t)$. Кроме того, функция $q_z(t)$, как правило, заранее неизвестна. Наибольший интерес представляет решение в форме синтеза регулятора, который автоматически реализовал бы оптимальное (или достаточно близкое к оптимальному) движение для любой, заранее неизвестной функции $q_z(t)$. При решении задачи синтеза необходимо учесть, что функция $\omega(t)$ для участков установившегося движения меняется медленно, и ее производной (ускорением) можно пренебречь. Тогда уравнение динамики привода имеет вид

$$M(t) = RW_0 = R(Aq_z(t) + B), \quad (18)$$

где A и B – коэффициенты, определяющиеся техническими параметрами конвейера [6].

Нам необходимо найти функцию $\omega(t)$, обеспечивающую расчетную номинальную производительность конвейера

$$\omega(t) = \frac{Qg}{3,6Rq_z(t)}. \quad (19)$$

Исключая из (18) и (19) функцию $q_z(t)$, получим

$$M(t) = \frac{QgA}{3,6\omega(t)} + BR,$$

откуда

$$\omega(t) = \frac{QgA}{3,6(M(t) - BR)}. \quad (20)$$

При управлении по закону (20) с уменьшением нагрузки уменьшается момент, создаваемый двигателем, а скорость движения конвейера увеличивается, т.е. двигатель использует время уменьшения сопротивления на валу для увеличения скорости.

Что касается реализации эйлеровского регулятора (20), то она затруднений не вызывает. По текущему значению момента M по формуле (20) определяем расчетную угловую скорость ω_p и сравниваем ее с текущим значением $\omega(t)$. Если оказывается, что $\omega_p > \omega$, то сигнал с выхода блока сравнения увеличивает угловую скорость ω , если $\omega_p < \omega$ – уменьшает ее.

Таким образом, мы синтезировали эйлеровский регулятор (20), который не требует детальной информации о виде функции $q_c(t)$ и для каждой ее реализации автоматически вырабатывает управляющее воздействие, обеспечивающее наилучшую (в смысле обеспечения постоянной производительности) реализацию закона движения $\omega = \omega(t)$.

Реализация оптимального управления приводом производится обычными средствами автоматического регулирования. Для широко используемых в конвейерах асинхронных электродвигателей наиболее перспективным является частотный принцип регулирования скорости. При этом питание асинхронных двигателей осуществляется не от общей сети, а от преобразователя частоты.

Важной особенностью применения частотных преобразователей является возможность управления пуском асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором, что приведет к расширению области их применения и замене ими по возможности двигателей с фазным ротором, которые имеют более низкие $\cos\phi$ и коэффициент полезного действия. Это даст народному хозяйству значительную экономию топлива, уменьшение расхода металла и потерь электроэнергии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. – М.: Наука, 1981 – 488 с.
2. Основы автоматизированного электропривода / М.Г. Чиликин, М.М. Соколов, В.М. Терехов, А.В. Шинянский: Учебное пособие для вузов. – М.: Энергия, 1974. – 588с.
3. Разработка научных основ создания САПР ленточных конвейеров (узлов, механизмов) с оптимизацией их параметров: Отчет о НИР (заключительный) / ИГТМ НАН Украины; Руководитель В.Ф. Монастырский. – № ГР 01910008579. – Днепропетровск, 1995.
4. Смирнов В.К., Бужинский И.А., Неня В.П. Исследование пуска наклонного конвейера с учетом механических характеристик двигателя // Вопросы рудничного транспорта. – Киев: Наукова думка, 1974. – С.69-85.
5. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. – М.: Наука, 1969.
6. Максютенко В.Ю., Жигула Т.И. Математическая модель оптимального управления, обеспечивающего постоянную производительность ленточного конвейера // Межвед. сб. науч. тр. “Геотехническая механика”. - Днепропетровск: ИГТМ НАНУ. - 2002. - Вып. № 36. - С. 162-165.