

**ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ И
УСТОЙЧИВОСТИ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД**

Дано огляд методів розрахунку напружено-деформованого стану і стійкості гірського масиву навколо гірських виробок. Приводиться їхній короткий опис. Розглянуто умови й області їх ефективного застосування.

**THE REVIEW OF EXISTING ANALYSES TENSELY - DEFORMED
CONDITIONS AND STABILITY OF ROCK MASSIF**

The review of analyses of tensely-deformed condition and stability of rock massif around of excavation. Their brief description is resulted. Conditions and areas of their effective application are considered.

Основным объектом изучения при решении задач горной геомеханики является массив горных пород. В естественном состоянии, несмотря на природную неоднородность состава и свойств, деформированность и нарушенность в результате различных геологических и тектонических воздействий, массив горных пород находится в статическом равновесии.

В результате производственной деятельности человека по проведению горных выработок и извлечению полезных ископаемых происходит нарушение равновесного состояния массива пород, в результате которого происходят сложные геомеханические процессы. Основными являются изменения величины и направления напряжений; упругие и неупругие деформации массива и слагающих его пород; разрушение отдельных участков массива с превращением его в несвязную сыпучую или дискретную блочную среду; обрушение и перемещение разрушенных пород. Указанные процессы изменения напряженно-деформированного состояния горного массива продолжают во времени и пространстве до тех пор, пока не достигается его новое статическое равновесие.

К особенностям решения задач горной геомеханики нужно отнести следующие моменты:

- массив горных пород состоит из системы слоев и блоков, которые могут существенно отличаться по своим механическим свойствам;

- в большинстве решаемых задач характерным является то, что в горном массиве происходят процессы не только упругого и пластического деформирования, но и разрушения его как по поверхностям трещиноватости, так и по поверхностям, не совпадающим с ними. В связи с этим при решении задач необходимо устанавливать закономерности процессов разрушения, механические характеристики массивов в стадии разрушения, а также условия и механизм взаимодействия между собой образовавшихся блоков:

- на геомеханические процессы в горном массиве оказывают влияние не только реологические характеристики пород, но и размеры и взаимное расположение горных выработок, включая их изменения во времени и пространстве при ведении горных работ.

Методы решения задач по определению напряженно-деформированного состояния массива горных пород при различных схемах разработки полезных ископаемых можно разделить на экспериментальные и теоретические.

К экспериментальным или практическим относятся такие методы исследований как натурные исследования, наблюдения и мониторинг, а также экспериментальное моделирование.

Такие исследования важны в первую очередь ввиду недостаточного количества необходимой информации о напряженном состоянии и механических свойствах горного массива с учетом изменения его состояния от сплошной упругой до разрушенной сыпучей или дискретной среды. И поэтому основным методом получения количественных параметров геомеханических процессов в конкретных горно-геологических и горнотехнических условиях являются натурные исследования, в результате которых непосредственно определяется влияние на процессы различных факторов и соответствие применяемых средств управления процессами.

Натурные исследования, особенно проводимые при производственных экспериментах с изменениями в них параметров ведения горных работ (например, ширины выработок и целиков) или способов и средств охраны и поддержания выработок (например, сопротивления крепи), даже при установлении лишь основных показателей проявлений горного давления (вывалов пород, образования трещин, смещений контура) позволяют решить ряд практических задач. Например, выбор для данных условий допустимых пролетов камер, необходимых размеров целиков или требуемых паспортов крепления [1].

Ввиду следующих причин решение многих задач горной геомеханики не может быть обеспечено только натурными исследованиями. Во-первых, эмпирические зависимости, установленные на основе этих исследований, справедливы только для того диапазона условий и факторов, в которых они были получены, и при изменении условий (увеличении глубины, разработке нового месторождения и др.), применении новых средств управления процессами (новых крепей, упрочнения пород и др.) требуют проведения повторных исследований. Во-вторых, опережающий прогноз характера и параметров геомеханических процессов осуществить практически невозможно вследствие недостаточного количества требуемой информации и необходимых эмпирических зависимостей из-за большой трудоемкости и длительности натурных исследований. В-третьих, натурные исследования не позволяют получить наиболее важные для практики предельные состояния объектов (например, минимальное сопротивление крепи в выработке, при котором она разрушается, или максимальный угол наклона борта карьера, при котором происходит оползень), так как это приводит к недопустимым нарушениям безопасности горных работ или экономическому ущербу.

Отмеченные недостатки натурных исследований в установлении эмпирических связей и зависимостей можно устранить. Это осуществимо при сочетании натурных исследований с исследованиями на физических моделях горного массива, в котором воспроизведены горные выработки и инженерные сооружения. Как показал опыт, наиболее важными для экспериментального моделирования

в горной геомеханики являются методы эквивалентных материалов и поляризационно-оптический [2, 3].

Моделирование методом эквивалентных материалов основано на замене естественных горных пород природы такими искусственными материалами в модели, показатели физико-механических свойств которых находятся в определенных соотношениях с аналогичными показателями тех же свойств пород природы [4, 5].

Эти соотношения определяются на основании общих положений теории механического подобия и обеспечивают достижение близкой аналогии в протекании геомеханических процессов, происходящих в природе и в модели под действием гравитационных сил.

Метод эквивалентных материалов позволяет воспроизводить в модели различное строение толщи пород и полезного ископаемого и осуществлять в достаточном приближении к природе производство всех основных горнотехнических операций по выемке полезного ископаемого и креплению выработок.

Поляризационно-оптический метод исследования напряжений (фотоупругость, фотопластичность, фотоползучесть, фототермо-упругость и др.) позволяет изучать поля напряжений (деформаций) в плоских или объемных прозрачных моделях, подобных по форме и нагрузке исследуемым объектам и просвечиваемых поляризованным светом.

Применительно к решению горногеомеханических задач положения метода освещены в работе [6]. Наиболее распространенными материалами для изготовления моделей, обладающих пьезооптическим эффектом, являются материалы на основе полимерных высокомолекулярных соединений.

Часто моделирование является органической частью аналитических методов исследования, подтверждая правильность принятых предположений и корректируя полученные решения.

Выбор метода теоретического исследования определяется в зависимости от особенностей среды, ее напряженно-деформированного состояния, механических воздействий, поставленной задачи и ожидаемых результатов.

Так, придание горным породам определенных свойств сплошности обуславливает возможность использования в решениях задач положений механики сплошной среды. Напротив, отказ от этой гипотезы приводит к необходимости применения методов дискретной среды. Не исключается также комбинированное проявление факторов и комбинированное принятие различных гипотез.

Для теоретического решения задач горной геомеханики используются следующие группы методов [7, 8, 9, 10]: аналитические, численные, инженерные.

Деление методов решения задач на аналитические и численные носит весьма условный характер.

К аналитическим относят те методы, в которых искомые величины представляются в явном виде и могут быть вычислены с любой степенью точности, хотя во многих случаях доведение аналитического решения до числа возможно лишь с применением ЭВМ.

К численным относят те методы, в которых сплошная среда еще при разработке расчетной схемы аппроксимируется некоторой дискретной моделью. В

этом случае дальнейшая идеализация при составлении и решении уравнений не используется, интегрирование заменяется конечным суммированием, а дифференциальные уравнения в частных производных заменяются системами линейных алгебраических уравнений или обыкновенных дифференциальных уравнений. При этом сплошная среда с бесконечным числом степеней свободы заменяется дискретной моделью, имеющей конечное число степеней свободы.

Существенное достоинство численных методов - получение количественных результатов при решении задач, более полно учитывающих реальные условия работы объектов в отношении внешних воздействий, геометрических размеров, неоднородных включений и механических свойств массива горных пород.

Для каждой группы задач существует оптимальный метод решения. Выбрать его можно лишь при ясном понимании характера работы объекта и взаимодействия отдельных его элементов в реальных условиях.

Исследования, выполняемые методами механики сплошной среды, основаны на совместном решении трех систем уравнений:

- равновесия, являющихся основным (динамическим или статическим) условием любой задачи механики;
- связей между деформациями и перемещениями и вытекающих из них уравнений совместности деформаций, относящихся к геометрическим условиям;
- состояний, характеризующих зависимость деформаций от напряжений, времени и температуры.

Формулировка перечисленных выше уравнений, а также удовлетворение граничным условиям (заданным величинам напряжений, перемещений точек тела или комбинаций первых и вторых), начальным условиям (величинам перемещений, напряжений или их скоростей в определенные моменты времени) и составляет математическую формулировку задачи.

Методы теории упругости эффективно применяются в задачах горной геомеханики прежде всего в тех случаях, когда материал сплошного массива работает при напряжениях, не достигающих предела упругости [11]. К таким случаям относится изменение напряженно-деформированного состояния в массивах горных пород при их наработке очистными выработками. Однако существует множество других примеров упругой работы элементов массивов, в частности потолочин и целиков при камерных системах разработки рудных месторождений в прочных и весьма прочных породах.

Существуют три метода решения: сил, перемещений и смешанный. При решении задачи методом сил за основные неизвестные принимаются напряжения, которые определяются в результате интегрирования уравнений равновесия и уравнений неразрывности деформаций, где деформации выражены через напряжения с помощью физических уравнений. В методе перемещений за основные неизвестные принимаются перемещения, определяемые из решения уравнений равновесия, где напряжения предварительно выражаются через перемещения с помощью физических и геометрических уравнений. При решении задачи смешанным методом за основные неизвестные принимаются некоторые из

напряжений и некоторые из перемещений. В механике подземных сооружений чаще всего используется метод сил [8].

Линейная теория упругости успешно применяется и при решении вязкоупругих задач, в которых требуется учитывать деформации ползучести горных пород или релаксацию напряжений в них.

Методы линейной теории упругости (или методы упругих решений) могут быть использованы и для приближенной оценки размеров зон неупругих деформаций, возникающих вокруг выработок. Для хрупких пород, не сопротивляющихся действию растягивающих напряжений, погрешность такой оценки мала. При этом граница области пород, разрушаемых от действия растягивающих напряжений, определяется изолинией растягивающих напряжений, равных пределу прочности горных пород на растяжение, а от действия сжимающих напряжений - изолинией, соответствующей предельному условию. Этот способ приближенного определения границ зоны неупругих деформаций получил широкое распространение благодаря простой и эффективной его реализации на ЭВМ.

Особенно широкое применение методы линейной теории упругости получили при численном решении нелинейных задач. При этом упругое решение принимается в качестве первого приближения. Окончательное решение находится путем последовательной корректировки напряженно-деформированного состояния массива горных пород в зависимости от заданных нелинейных характеристик его деформирования.

Для решения общей задачи используются вариационные методы, которые позволяют создать удобные в практическом отношении методики численного расчета различных геомеханических объектов. Среди численных методов наибольшее распространение получили следующие: метод конечных разностей (МКР); метод конечных элементов (МКЭ); метод граничных элементов (МГЭ) [11].

При численном решении задачи системы уравнений (равновесия, совместности деформаций и физических) сначала решают для отдельных узлов области или границы, а затем с использованием интерполирующей функции решение распространяется на всю область.

Первым из численных методов появился метод конечных разностей. С его помощью был решен ряд задач горной геомеханики. Но настоящий «инструмент» для проведения теоретических исследований инженеры получили лишь с появлением МКЭ [7, 12]. По этому методу интересующая исследователя область заменяется дискретной, состоящей из конечных элементов (прямоугольных, треугольных, изопараметрических и др.), связанных между собой в узлах. При такой замене расчетная область не становится физически дискретной, это всего лишь математический прием. Таким образом, применительно к задачам геомеханики, появляется возможность учитывать форму поперечного сечения горных выработок, сложные граничные условия и разнообразные свойства геоматериалов. МКЭ можно рассматривать как обобщение метода перемещений, применяемого в строительной механике при расчете стержневых систем. Между узловыми силами и узловыми перемещениями устанавливается связь

$$\{f\}_i = [k] \{u\}_i \quad (1)$$

где $\{f\}_i$ и $\{u\}_i$ - соответственно векторы узловых сил и перемещений элемента i ; $[k]$, - матрица жесткости этого элемента.

После установления связей (1) для всех элементов области они объединяются в одну модель, для которой составляется матрица жесткости всей системы $[K]$:

$$\{F\} = [K] \{U\} \quad (2)$$

Суть данного метода состоит в минимизации полной потенциальной энергии, выраженной через конечное число узловых параметров, что приводит к замене системы дифференциальных уравнений системой обыкновенных алгебраических уравнений (2).

Все внешние и внутренние силы, граничные и начальные условия приводятся к узлам. Отсутствие перемещений в каком-либо направлении учитывается заданием жестких связей.

После введения начальных узловых сил и перемещений в систему линейных уравнений (2) и ее решения определяются узловые силы и перемещения для всей области, а затем они преобразуются в напряжения и деформации в элементах.

Достоинство МКЭ состоит в том, что для расчета необходимо лишь по определенным правилам задать геометрию расчетной области, условно разбить ее на конечные элементы и задать граничные условия. Простота использования МКЭ послужила поводом для широкого его применения.

Одной из разновидностью МКЭ является метод суперэлементов (МСЭ) [13]. Он основывается на создании многоуровневой последовательно-параллельной процедуры рассмотрения равновесия заданной области. На первом этапе рассматривается исходный объект, состоящий из нескольких укрупненных частей – суперэлементов, обладающих значительно меньшим, чем в МКЭ, количеством степеней свободы. Полученные в результате решения данные служат исходными граничными условиями для второго этапа расчета, в котором крупный элемент разбивается на более мелкие. Таким образом, метод суперэлементов позволяет дискретизировать достаточно большие области. Данные расчеты весьма актуальны при расчетах взаимного влияния нескольких выработок и выемочных полей.

Еще одним широко применяемым методом расчета в геомеханических задачах является метод граничных элементов (МГЭ) [14, 15]. В отличие от предыдущих методов, в которых предполагается дискретизация всей расчетной области, в МГЭ дискретизируется лишь граница. Переход от исходной краевой задачи для дифференциальных уравнений к соотношениям, связывающим неизвестные функции на границе области, осуществляется с использованием граничных интегральных уравнений либо некоторых функционалов. В первом

случае МГЭ сводится к методам граничных интегральных уравнений, во втором — к вариационным методам.

Использование метода граничных интегральных уравнений позволяет уменьшить размерность задачи. Например, приводя решение пространственной задачи к плоской, можно значительно снизить требования к объему памяти и быстродействию ЭВМ, что повышает точность расчетов. Преимущество МГЭ заключается еще и в том, что задача формулируется непосредственно для границ области, упрощая подготовку исходных данных.

При решении задач горной геомеханики получили также распространение комбинированные численные методы, например МКЭ — МГЭ [14]. Данный комбинированный метод позволяет использовать достоинства обоих методов, среди которых точная передача конфигурации приконтурного пространства (МКЭ) и возможность задания граничных нагрузок на бесконечности (МГЭ). Он также обладает рядом преимуществ перед традиционными методами решения контактных задач, так как позволяет легко учесть технологические и конструктивные особенности крепи, а также произвольные условия на контакте. Кроме того, МКЭ - МГЭ за счет моделирования крепи стержневой системой позволяет существенно снизить порядок системы уравнений без снижения точности получаемых результатов, что особенно важно при решении нелинейных задач.

При решении неупругих задач аналитическими и численными методами используют те же уравнения, что и при решении упругих задач. Изменяются лишь физические уравнения, в качестве которых обычно используются различные условия текучести и прочности [11].

Введение допущений об активной деформации (нагружение без разгрузки) и о простом нагружении (все внешние силы возрастают пропорционально некоторому параметру) позволяет применять для решения неупругих задач методы упругих решений. При этом используются единые физические уравнения для упругой, нелинейно-упругой и упругопластичной среды.

Для многих задач горной геомеханики допущения об активной деформации и простом нагружении являются оправданными и подтверждаются экспериментами. Задачи предельного равновесия также относятся к классу неупругих, но их решение существенно упрощается, так как задача решается без учета деформации. В этом случае задача становится статически определимой и сводится к совместному решению уравнений равновесия и условия предельного состояния при заданных граничных и начальных условиях.

Решение задачи теории предельного равновесия заключается в определении критической величины некоторого реального воздействия, при котором данная механическая система еще сохраняет устойчивость, но малейшее превышение которой уже приводит к потере устойчивости.

Примерами таких критических значений механических воздействий являются: «предельный» пролет слоистой кровли очистной выработки или камеры, при превышении которого происходит обрушение; «предельная» глубина устойчивого состояния стенок незакрепленного вертикального ствола; требуемая «предельная» реакция крепи, предупреждающая наступление предельного со-

стояния; «предельная» нагрузка на целики со слабыми прослойками и при различных контактных условиях на границе с вмещающими породами и др.

При наличии в массиве природных протяженных поверхностей ослаблений (поверхности напластования с малой связностью, тектонические трещины и др.) расчет его предельного равновесия и расположения поверхностей сдвига необходимо производить с учетом определения возможности первоначального разрушения по этим поверхностям, т. е. решения задачи так называемого специального предельного равновесия [10]. Массив в этом случае рассматривается уже не как квазиоднородная среда, а как система взаимодействующих породных блоков по поверхностям ослаблений. Требуемые при этом для решения задачи параметры сцепления и угла внутреннего трения следует определять экспериментально, например путем сдвига домкратом породных блоков по этой поверхности ослабления.

В последние годы получили интенсивное развитие методы, учитывающие запредельное деформирование горных пород [16]. В отличие от методов предельного равновесия они позволяют исследовать и учитывать резервы несущей способности горных пород и подземных сооружений. При решении упругопластических задач с учетом запредельного деформирования они становятся статически неопределимыми, что позволяет отказаться от субъективных допущений, традиционно вводимых в статически определимые задачи. Например, остаточная прочность пород в зоне неупругих деформаций при решении статически определимых задач вводилась интуитивно. В новых решениях она не задается, а определяется расчетом в зависимости от соотношения действующих напряжений и характеристик запредельного деформирования.

Также, при решении геомеханических задач, широко применяются инженерные методы решения. В зависимости от использованного математического аппарата инженерные методы делятся на экспериментально-теоретические и теоретико-экспериментальные [2,3,11]. В основе первых лежит эмпирическое обобщение большого числа экспериментальных данных с использованием одной из гипотез сопротивления материалов (например, плит, балок, свода и др.). В других используется теоретическое решение, позволяющее описать наиболее существенные черты рассматриваемого процесса. Несовершенства расчетной схемы при этом корректируются введением в исходные механические характеристики и напряженное состояние массива горных пород эмпирических поправочных коэффициентов и полуэмпирических функций.

На ранних этапах развития горной геомеханики большую роль имели гипотезы и экспериментально-теоретические методы М. М. Протодьяконова, П. М. Цимбаревича, В. Д. Слесарева, Н. М. Покровского, Г. Н. Кузнецова, А. А. Борисова и др. Некоторые из них применяются при решении практических вопросов и в настоящее время.

Теоретико-экспериментальные методы разрабатываются, прежде всего, для решения практических вопросов проектирования и строительства подземных сооружений. Поэтому при постановке задачи, так или иначе, должны учитываться все наиболее характерные особенности механизма реального процесса.

В целом для решения главных задач горной геомеханики по созданию методов прогнозирования и расчета проявлений горного давления, сдвижения массива и деформаций земной поверхности необходимо проведение комплексных натурных, лабораторных и теоретических исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Якоби О. Практика управления горным давлением. - М.: Недра, 1987. - 566 с.
2. Мельников Н.И. Анкерная крепь. - М.: Недра, 1980. - 252 с.
3. Методы и средства решения задач горной геомеханики/ Г.Н. Кузнецов, К.А. Ардашев, Н.А. Филатов и др. - М.: Недра, 1987. - 248 с.
4. Моделирование проявлений горного давления/ Г.Н. Кузнецов, М.Н. Будько, Ю.И. Васильев и др. - М.: Недра, 1968. - 220 с.
5. Моделирование в геомеханике/ Ф.П. Глушихин, Г.Н. Кузнецов, М.Ф. Шклярский и др. -М.: Недра, 1991. -240 с.
6. Филатов Н.А., Беляков В.Д., Иевлев Г.А. Фотоупругость в горной геомеханике. - М.: Недра, 1975. - 216 с.
7. Амусин Б.З., Фадеев Ф.Б. Метод конечных элементов при решении задач горной геомеханики. - М.: Недра, 1975. - 144 с.
8. Баклашов И.В., Каргозия Б.А. Механика подземных сооружений и конструкций крепей. - М.: Недра, 1984. - 415 с.
9. Петухов И.М., Линьков А.М. Механика горных ударов и выбросов. - М.: Недра, 1983. - 190 с.
10. Фисенко Г.Л. Предельные состояния горных пород вокруг выработок. - М.: Недра, 1976. - 230 с.
11. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. - М.: Высшая школа, 1990. - 400 с.
12. Ержанов Ж.С., Каримбаев Т.Д. Метод конечных элементов в задачах механики горных пород. - Алма-Ата: Наука КазССР, 1975. - 240 с.
13. Метод суперэлементов в расчетах инженерных сооружений/ В.А. Постнов, С.А. Дмитриев, Б.К.Елтышев, А.А.Родионов. - Л.: Судостроение, 1979. - 287 с.
14. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. - М.: Мир, 1987. - 524 с.
15. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. - М.: Мир, 1987.-328 с.
16. Виноградов В.В. Геомеханика управления состоянием массива вблизи горных выработок. Киев, Наук. Думка, 1989, 192 с.

УДК 622.73:621.926:678.026

Чижик Е.Ф., Дырда В.И.

ОСОБЕННОСТИ РАЗРУШЕНИЯ РЕЗИНОВОЙ ФУТЕРОВКИ В БАРАБАННЫХ МЕЛЬНИЦАХ

Розглядаються деякі характерні властивості руйнування гумової футерівки в барабанних млинах.

FEATURES OF BREAKING DOWN OF A RUBBER LINER IN TUMBLING MILLS

Some features of breaking down of a rubber liner tumbling mills are esteemed.

Этот вопрос рассматривался в работах [1-4]; ниже излагаются результаты, полученные при многолетних экспериментальных и промышленных испытаниях мельниц двух типов: шаровых и мельниц мокрого самоизмельчения.

Введение. Процесс разрушения футеровки имеет пространственную форму и осуществляется во времени, от нескольких часов до нескольких лет. Сам процесс разрушения является частью более общего процесса – взаимодействия футеровки с технологической загрузкой, и поэтому является функцией многих пе-