

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДАРНЫХ НАГРУЗОК НА ЭЛЕМЕНТЫ КОНСТРУКЦИЙ ОТ ВОЗДЕЙСТВИЯ КРУПНОКУСКОВЫХ ГОРНЫХ ПОРОД

Приведено метод визначення ударних навантажень у елементах конструкцій з урахуванням їх загальних та місцевих деформацій у пружній постановці. Порівнюється енергетичний метод визначення ударної сили з точним методом, який урахує механіку пружного удару.

## THE DEFINITION OF SHOCK LOADING ON AN ELEMENTS OF CONSTRUCTION FROM INFLUENCE OF LARGE-PIECED MINE ROCKS

The method of definition of chock loading in elements of construction with calculation of its general and placed deformations in an elastic staging was bring. The energetical method of definition of shock power with the accurate method, which take into account the mechanics of elastic blow was compared.

На ставе ленточного конвейера в пунктах перегрузки возникают большие динамические нагрузки от летящих с большой скоростью кусков горной массы [1]. Аналогичному ударному воздействию подвергается и призабойная крепь горных выработок от действия углепородного потока [2].

Ударную силу  $P_i(t)$ , которая возникает в несущих конструкциях, нельзя задавать произвольно, так как она зависит от многих факторов: характера закрепления элементов (балок, стержней, плит, крепи) перемычки в горной выработке, скорости и массы соударяющихся тел, типа контакта (упругий, неупругий, упруго-пластический), формы контактирующих поверхностей. Правильно определять величину ударной силы  $P_i(t)$  можно только в процессе решения задачи о взаимодействии конструкции с кусками горной массы. Для каждого типа конструкции величина  $P_i(t)$  будет различной.

Приведем пример расчета ударной силы  $P_i(t)$  на конструкции, состоящую из отдельных балок (стержней), с учетом ее общих и местных деформаций. В качестве расчетной схемы примем вертикально или горизонтально расположенную конструкцию, состоящую из  $n$ -балок, жестко закрепленных по краям, либо одна сторона которых жестко закреплена, а другая свободна. Расход массы кусков и газа принимаем постоянными во времени.

Для простоты будем считать, что куски друг с другом не соприкасаются, то есть точки удара находятся на достаточном удалении друг от друга. Последующий слой кусков ударяет в несущий элемент и не взаимодействует с предыдущим. Удар в первом приближении считаем упругим.

Запишем уравнение контактного взаимодействия конструкции с  $i$ -тым ударяющим телом [3, 4]:

$$M_i \ddot{y}_i = -P(t) \quad \text{для } t > t_i \quad (1)$$

при следующих начальных условиях:

$$y_i(t) = 0, \quad \dot{y}_i(t_i) = V_i \quad (2)$$

Уравнение движения конструкции (балки, плиты, стержня) под действием контактной силы и двухфазного потока будет таким:

$$EI \frac{\delta^4 w}{\delta x^4} + \mu \frac{\delta^2 w}{\delta t^2} = \sum_{i=1}^n P_i(t) \left[ \frac{1 + \operatorname{sgn}(P_i)}{2} \right] \cdot H(t - t_i) \cdot \delta(t - t_i) + q_0(t_i) \quad (3)$$

$$\text{при } W(x, 0) = 0, \dot{w}(x, 0) = 0 \quad (4)$$

Уравнение совместимости движений (деформаций) запишем в виде:

$$y_i(t_i) = \alpha [P_i(t_i)] + W(x, t) \quad (5)$$

где  $P_i(t)$  – неизвестная зависимость контактного усилия от времени;

$H(t-t_i)$  – функция Хевисайда;

$x_i, t_i, M_i, V_i$  – соответственно координата точки удара, начальная скорость  $i$ -того тела, время начала удара и масса ударяющего тела;

$q_0(t)$  – давление газа;

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \text{ – ступенчатая функция;}$$

$\delta(x-x_i)$  – дельта функция.

Примем для местных деформаций зависимость Герца

$$\alpha_i = \left( \frac{P_i}{k} \right)^{2/3} \quad (6)$$

где  $\alpha_i$  – сближение  $i$ -того тела с преградой;

$k$  – коэффициент, зависящий от кривизны поверхностей контактирующих тел и от свойств материала.

При вдавливании шара в полупространство коэффициент  $k$  будет определяться по формуле:

$$k = \sqrt[3]{\frac{9(\Theta_1 + \Theta_2)^2}{256R}} \quad (7)$$

$$\text{где } \Theta_1 = \frac{4(1 - \nu_1^2)}{E_1}; \quad \Theta_2 = \frac{4(1 - \nu_2^2)}{E_1}$$

$E_1, E_2$  – модули продольной упругости ударяющего тела и элемента конструкции;

$\nu_1, \nu_2$  – коэффициент поперечной деформации ударяющего тела и конструкции;

$R$  – радиус кривизны ударяющего тела.

Полагая в первом приближении  $q_0(t)$  равной нулю. Величина  $q_0(t)$  давления газа считается известной. Она либо равна нулю, постоянна или изменяется во времени, например, по закону изменения давления газа в ударной воздушной волне. Для решения используем метод разложения по собственным формам колебаний:

$$W(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} T_n(t_i) \cdot w_n(x) \quad (8)$$

где собственные формы  $w_n(x)$  удовлетворяют уравнению

$$EI \frac{\delta^4 w}{\delta x^4} - \mu \cdot \omega_n^2 \cdot w_n = 0 \quad (9)$$

Подставив (8) в (3), умножив на  $w_r$  и проинтегрировав по длине с учетом условия ортогональности собственных форм

$$\int_0^l w_r \cdot w_n \cdot dx = 0 \quad (10)$$

получим

$$\ddot{T}_n + \omega_n^2 \cdot T_n = \frac{1}{M_n} \left\{ \sum_{i=1}^n P_i(t) \frac{1 + \text{sgn}(P_i)}{2} \cdot H(t - t_i) w_n(x_i) + q_0(t) \int_0^l w_n(x) dx \right\} \quad (11)$$

где  $M_n = \int_{n=0}^l \mu \cdot w_n^2 dx$

$\omega_n$  –  $n$ -я собственная частота колебаний балки.

Приведем теперь все разрешающие уравнения

$$\left\{ \begin{array}{l} M_i \cdot \ddot{y}_i = -P_i(t) \\ y_i(t_i) = 0; \dot{y}_i(t_i) = V_i \text{ при } t > t_i \\ \ddot{T}_n + \omega_n^2 \cdot T_n = \frac{1}{M_n} \left\{ \sum_{i=1}^n P_i(t) \frac{1 + \text{sgn}(P_i)}{2} \cdot H(t - t_i) w_n(x_i) + q_0(t) \int_0^l w_n dx \right\} \\ w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \cdot w_n(x) \\ y_i = w(x_i, t) + \alpha_i \\ \alpha_i = \left( \frac{P_i}{k} \right)^{3/2} \end{array} \right. \quad (12)$$

Отсюда вытекает, что

$$P_i(t) = k \left[ y_i - \sum_n T_n(t) \cdot w_n(x) \right]^{3/2} \quad (13)$$

Перепишем систему в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} w(x_i, t) = \sum_{n=1}^n T_n(t) \cdot w_n(x_i) \\ P_i(t_i) = \begin{cases} 0 (P_i < 0 \vee t < t_i) \\ k[y_i - w(x, t)]^{3/2} (P_i > 0 \wedge t > t_i) \end{cases} \\ \ddot{y}_i = -\frac{P_i(t)}{M_i} \quad (P_i > 0 \wedge t > t_i) \\ \ddot{T}_n + \omega_n^2 \cdot T_n + \frac{1}{M_n} \left\{ \sum_{i=1}^n P_i(t) \cdot w_n(x_i) + q_0(t) \int_0^l w_n dx \right\} \end{array} \right. \quad (14)$$

Систему интегрируем численно до тех пор, пока хотя бы одно  $P_i > 0$ . применим для решения системы уравнений метод Рунге-Кутты с начальными условиями

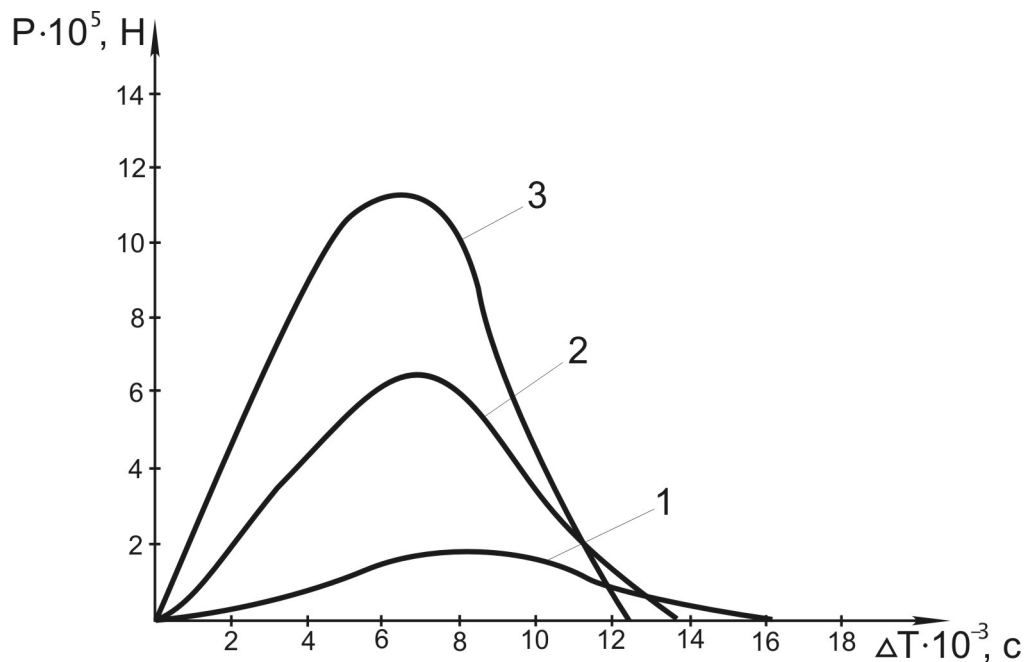
$$\begin{aligned} y(t_i) &= 0; & \dot{y}_i(t_i) &= V_i \\ T_n(0) &= T_n(0) = 0 \end{aligned}$$

После определения  $T_n(t)$  и  $y_i(t)$  можно найти  $P_i(t)$  и по формуле (13), а форму прогибов  $w(x, t)$  балки по формуле (8).

Численный расчет выполняется для двутавровой балки № 30, зашеченной по краям. Характеристики балки были следующие: модуль упругости  $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  н/м<sup>2</sup>,  $I_x = 7,1 \cdot 10^{-5}$  м<sup>4</sup>, длина балки –  $l = 3,5$  м, высота профиля  $h = 0,3$  м, ширина полки  $b = 0,135$  м. в качестве ударяющих тел были частицы угля и песчаника с радиусами  $r = 0,05$  м,  $r = 0,25$  м. Начальная скорость удара частиц по преграде принималась равной 10 м/с, 30 м/с и 50 м/с. характеристики угля: модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^7$  н/м<sup>2</sup>, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ , плотность  $S = 1200$  кг/м<sup>3</sup>. Характеристики песчаника: модуль упругости  $E = 2,8 \cdot 10^8$  н/м<sup>2</sup>, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ , плотность  $S = 2600$  кг/м<sup>3</sup>.

В данной задаче балка рассчитывается на одиночный поперечный удар, действующий в любую часть балки. В конкретном расчете удар частицы приходится по центру балки. Для расчета балки под действием  $n$  одновременно ударяющих частиц нужно интегрировать  $n$  систем уравнений. Результаты расчета представлены в виде графиков зависимости контактной силы от времени с учетом местных и общих деформаций (рис. 1 и 2) и графика изменения контактной силы от времени без учета местных деформаций (рис. 3). Из приведенных графиков на рис. 1 и рис. 2 видно, что с ростом начальной скорости удара частицы угля радиусом  $r = 0,25$  м величина контактной силы  $P_g$  увеличивается. Так при скорости  $V = 30$  м/с максимальная величина  $P(t)$  будет равна  $175 \cdot 10^3$  н, при  $V = 30$  м/с сила  $P(t) = 645 \cdot 10^3$  н и при  $V = 50$  м/с она будет иметь величину  $P(t) =$

$1156 \cdot 10^3$  н. В тоже время с ростом величины контактной силы  $P(t)$  уменьшается максимальное время  $T$  контакта ударяемого тела с преградой от  $16,4 \cdot 10^{-3}$  с при скорости  $V = 10$  м/с до  $12,3 \cdot 10^{-3}$  с при скорости  $V = 50$  м/с. С ростом скорости удара величина максимального прогиба  $w(x, t)$  по центру преграды в конце удара будет увеличиваться от  $1,39 \cdot 10^{-4}$  м при скорости  $V = 10$  м/с до величины  $w(x, t) = 4,9 \cdot 10^{-3}$  м при скорости  $V = 50$  м/с.



1 –  $V_0 = 10$  м/с; 2 –  $V_0 = 20$  м/с; 3 –  $V_0 = 30$  м/с

Рис. 1 – Характер изменения контактной силы от времени при ударе куска угля по жестко закрепленной балке

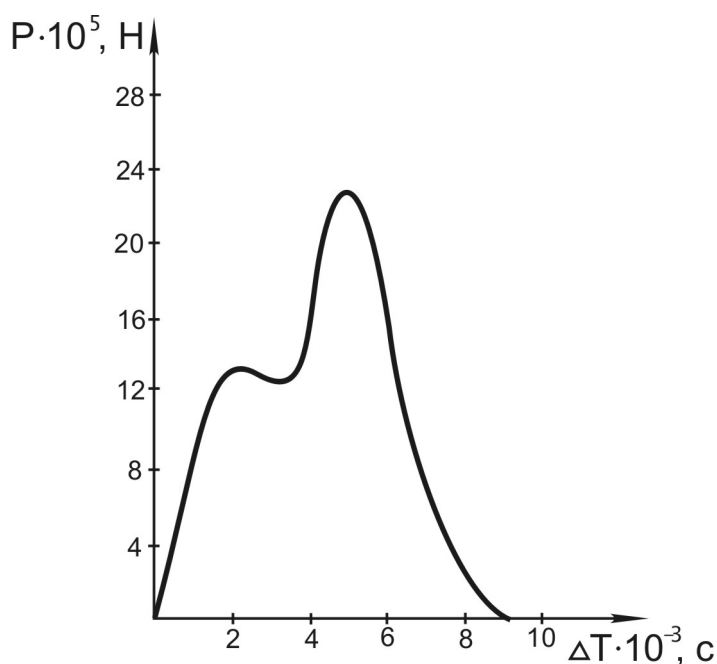


Рис. 2 – Характер изменения контактной силы от времени при ударе куска песчаника по жестко закрепленной балке с учетом ее общих и местных деформаций ( $V_0 = 30$  м/с;  $r = 0,25$  м)

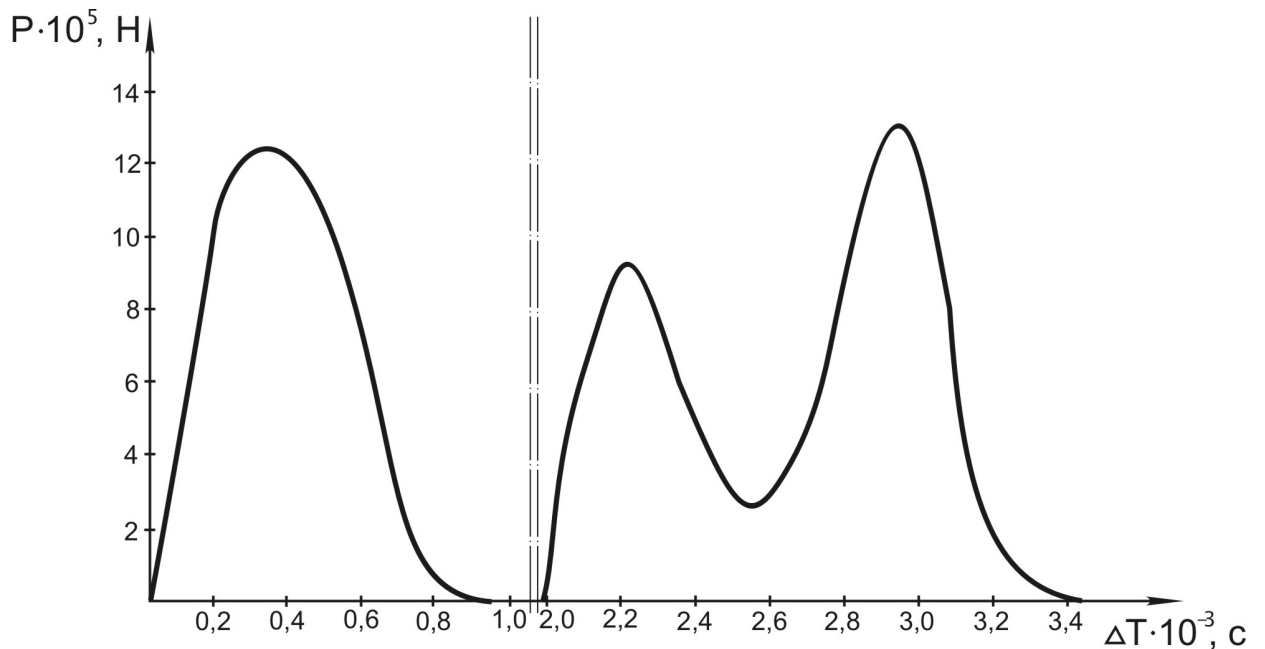


Рис. 3 – Характер изменения контактной силы от времени при ударе куска угля по жестко закрепленной балке без учета ее местных деформаций ( $V_0 = 10$  м/с;  $r = 0,25$  м)

На рис. 3 приведена кривая расчета величины контактной силы  $P_g$  без учета местных деформаций. Из графика видно, что имеет место два отдельных периода контакта ударяющего тела с конструкцией. Неучет местных деформаций приводит к более чем десятикратному преувеличению контактной силы  $P_g$  для угля с радиусом  $r = 0,25$  м при скорости удара  $V = 10$  м/с.

Зная изменение контактной силы от времени и величины прогибов можно определить внутренние силовые факторы в конструкции и ударяющем теле. В этом случае величина  $P(t)$  будет считаться величиной известной.

В качестве сравнения приведем расчет величины силы удара  $P(t)$  по энергетическому методу [5]. Составим уравнение энергетического баланса из равенства кинетической энергии  $T$  и работы внутренних сил  $A$ :

$$\frac{mV_0^2}{2} = \int_0^l \frac{M^2(y_i)dy_i}{2EI} = A \quad (15)$$

где  $V_0$  – скорость ударяющего тела;

$m$  – масса ударяющего тела;

$M(y_i)$  – изгибающий момент в  $i$ -том сечении балки;

$E$  – модуль продольной упругости;

$l$  – пролет балки;

$I$  – момент инерции сечения;

$y_i$  – текущая координата балки.

Предполагая, что изгиб от ударной силы  $P_i$  идет по кривой такой же формы, как и при статическом нагружении, запишем:

$$M(y_i) = \frac{P_i}{2} \cdot y_i \quad (16)$$

Подставляя (16) в уравнение (15) получим выражение для определения силы удара:

$$P_i = \frac{V}{l^3} \sqrt{12mEI} \quad (17)$$

Сравним результаты расчета величины силы удара по энергетическому методу (17) с более точным решением (14) для двутавровой балки № 30. Примем начальную скорость удара  $V_0 = 10$  м/с, длину балки  $l = 3,5$  м,  $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>,  $I = 7,1 \cdot 10^{-5}$  м<sup>4</sup>,  $m = 140$  кг

$$P_i = \frac{10}{3,5^3} \sqrt{12 \cdot 140 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 7,1 \cdot 10^{-5}} \approx 2,3 \cdot 10^5, \text{ Н}$$

Из графика (1) рис. 1 видно, что  $P_i(t)$  равно  $1,75 \cdot 10^5$  Н.

Следовательно, энергетический метод дает завышенный результат и его можно использовать в качестве первого приближения для определения силы удара.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новиков Е.Е., Смирнов В.К. Теория ленточных конвейеров для крупнокусковых горных пород. – Киев: Наукова думка, 1983 г. – 184 с.
2. Николин В.И., Поляк Г.А., Узбек И.Г. Применение сотрясательного взрывания при проведении выработок по выбросоопасным пластам. // Техника безопасности, охрана труда и горноспасательное дело. – М.: ЦНИЭЖуголь. 1978, № 3. – С. 3-11.
3. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Наука, 1985. – 472 с.
4. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1980. – С. 343-345.
5. Соппротивление материалов. / Г.С. Гавриленко, В.А. Агаров, А.Л. Квитка, В.Г. Попов, Э.С. Уманский: Ред. Г.С. Писаренко. – Киев: ГИТЛ, 1963. – 10 с.