УДК 622.232.72:622.023.2

Вед. инж. А.Ю. Животов,
зам. главн. инж. Ю.Г. Животов
(ГКБ «Южное»)

ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ УЗЛОВ РОТОРНЫХ МАШИН ГОРНО-ШАХТНОГО ОБОРУДОВАНИЯ ПО ОКРУЖНОСТИ

У даній статті розглядаються особливості поступального руху вузлів і їхній вплив на динаміку роторних машин гірничо-шахтного обладнання з двома ступенями свободи. Поступальний рух розглядається як рух системи з двома ступенями свободи. Отримано рівняння руху системи під дією обертаючого моменту. Особливо розглянутий випадок руху механічної системи, що включає вузли, що роблять спільне обертання і поступальний рух по окружності.

TRANSLATIONAL MOVEMENT OF NODES OF THE ROTOR MACHINES OF MOUNTAIN EQUIPMENT ON A ROUND

At the given paper are considered feature of a translational movement of nodes and their influence on dynamics of rotor machines of the mine equipment with two degree of freedoms. Motion is considered as movement of system with two degrees of freedom. The equations of motion of system under an operation of torque are obtained. The case of a motion of the mechanical system including nodes, which make rotation and a translational movement on a round, is especially considered.

В технологиях добычи и переработки минерального сырья широко используются центробежные насосы, осветлительные центрифуги, вентиляторы главного проветривания и другое оборудование, которое является роторными системами [1].

В реальных условиях любая роторная система обычно включает узлы, которые совершают вращение, и узлы, которые двигаются поступательно по окружности[2]. Обычно при динамическом анализе роторных машин исследует влияние вращающихся узлов на вибрацию машины. Роль узлов, совершающих поступательное движение, например, опор ротора, учитывается в общей массе ротора [3]. Однако рост скоростей машин показал значительное влияние узлов, совершающих поступательное движение, на динамику механических систем, в том числе на критические скорости, и необходимость более детальной оценки этого влияния. Известные исследования учитывали только влияние узлов вала, центры масс которых располагались на одной оси с валом ротора [4]. В большинстве случаев центры масс узлов, совершающих поступательное движение, не совпадают с осью вала ротора и поэтому вносят дополнительные возмущения в динамику машины, учет которых становиться актуальных при значительных скоростях. В этих исследованиях не учитывается, что главный момент инерции узла не оказывает влияния на процесс движения механическая система, а узел, совершающий поступательное движение, обладает двумя степенями свободы.

Целью настоящих исследований является оценка влияния узлов, совершающих поступательное движение, на динамику машины, а также получение уравнений динамики, учитывающих одновременное движение вращающихся узлов и узлов, совершающих поступательное движение.

Поступательное движение узла рассмотрим как поступательное движение системы материальная точка-неподвижная ось, допуская, что материальная точка обладает также главным моментом инерции. Это допущение позволяет учитывать, что материальная точка, чтобы сохранить свое положение относительно неподвижной оси, должна иметь возможность поворачиваться вокруг некоторой промежуточной оси в месте крепления механической связи с телом. Центр масс ротора выберем в качестве материальной точки [5]. Такую материальную точку в дальнейшем будем называть физической точкой.

Рассмотрим движение системы с постоянным моментом инерции, узел которой совершает поступательное движение по окружности. Считаем узел твердым телом. Допустим, что твердое тело, обладающее массой m и главным моментом инерции I_z, двигается по окружности с радиусом a (Рис.1) относительно неподвижной оси (точка O является проекцией оси). Твердое тело связано с неподвижной осью механической связью с шарниром, положение которого совмещено с центром масс тела. Тело может поворачиваться относительно шарнира, чтобы сохранить первоначально заданное положение. Это положение тела, например, обеспечивается с помощью дополнительной механической связи и шарнира.

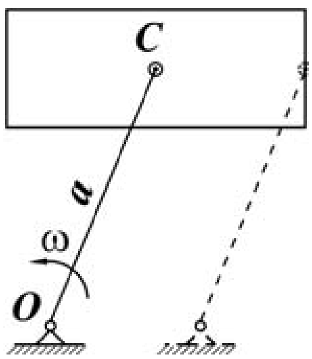

Рис. 1 - Поступательное движение узла по окружности с центром масс, совпадающим с осью шарнира

Основными параметрами, определяющими характеристики движения, кроме массы тела и главного момента инерции, являются расстояние a и угловая скорость ω движения тела по окружности. В дальнейшем угловую скорость поступательного движения тела по окружности будем называть скоростью системы. Очевидно, что при поступательном движении угловая скорость тела ω^* относительно неподвижной оси равна нулю, т.е.

$$\omega^* = 0 \tag{1}$$

Так как тело движется по окружности относительно неподвижной оси со скоростью ω, то для выполнения требования $\omega^* = 0$ необходимо, чтобы тело вращалось относительно шарнира в сторону, противоположную движению шарнира со скоростью ω^{**}

$$\omega^{**} - \omega = \omega^{*} \tag{2}$$

Так как вращение тела относительно шарнира исключено, то это означает, что шарнир проворачивается с этой скоростью относительно тела.

Уравнение (2) является одним из двух уравнений, которые описывают поступательное движение тела по окружности. Движение центра масс механической системы по окружности происходит относительно оси, которая расположена параллельно главной оси инерции тела на расстоянии a. Главный момент инерции тела не влияет на поступательное движение тела по окружности. В этом случае момент инерции системы состоит из дополнительного момента инерции тела относительно неподвижной оси

$$I_0 = ma^2 \tag{3}$$

Момент инерции I_0 механической системы является асимметричным моментом инерции, и поэтому при поступательном движении центра масс вокруг неподвижной оси по окружности возникает так называемый инерционным момент, который препятствует поступательному движению механической системы [6]

$$M_u = m\omega^2 a^2 \tag{4}$$

Движение механической системы с асимметричным моментом инерции происходит под действием вращающего момента, который можно представить в виде силы F_a, приложенной к центру масс тела. Инерционный момент механической системы действует вокруг неподвижной оси противоположно направлению поступательного движения механической системы, и поэтому его можно представить силой F_u, которая действует на центр масс тела в направлении, противоположном направлению действия силы F_a.

$$F_u = m\omega^2 a \tag{5}$$

В этом случае для момента времени t при поступательном движении тела по окружности можно записать переменную результирующую силу, под действием которой движется тело и механическая система, в виде

$$R = F_a - F_u = ma^{*} - m\omega^2 a = ma_{*} \tag{6}$$

где a^{*} - ускорение, определяющее величину заданной силы; a_{*} - мгновенное ускорение при скорости ω в данный момент времени.

Очевидно, что F_u зависит от угловой скорости движения механической системы, а угловая скорость движения системы в свою очередь зависит от времени действия силы F_a, которая создает постоянный по величине вращающий момент. В этом случае общее уравнение движения механической системы с переменной скоростью на основании закона сохранения момента количества движения, можно записать в виде

$$a\frac{d\omega}{dt} = a^* - \omega^2 a \tag{7}$$

Уравнение показывает, что под действием постоянного вращающего момента поступательное движение механической системы происходит с переменным угловым ускорением. Очевидно, что для обеспечения движения механической системы с постоянным угловым ускорением, необходимо прикладывать переменную силу, величина которой изменяется по определенному закону. Разделяя переменные и решая дифференциальное уравнение, можно определить зависимость между временем действия силы F_a и угловой скоростью движения тела ω.

$$t = \frac{a}{2\sqrt{a^* a}} + \ln\frac{\sqrt{a^* a} + a\omega}{\sqrt{a^* a} - a\omega} \tag{8}$$

Максимальная скорость $\omega_{\max}$ движения системы достигается, если $\frac{d\omega}{dt} = 0$.

В этом случае из уравнения (5), имеем

$$a^* - \omega_{\max}^2 a = 0 \tag{9}$$

$$\omega_{\max} = \sqrt{\frac{a^*}{a}} \tag{10}$$

$$a^* = \omega_{\max}^2 a \tag{11}$$

$$\xi^* = \omega_{\max}^2 \tag{12}$$

где ξ^* - начальное угловое ускорение, с которым начинает двигаться тело.

Полученные уравнения (9-12) идентичны уравнениям, полученным при вращении тела вокруг неподвижной оси [7].

Задавая значения ω, можно определить время достижения заданной угловой скорости движения тела по зависимости (8). Формула (9) также выражает условие поступательного движения системы с постоянной скоростью.

Из условия следует, что равномерное движение механической системы и, соответственно, движение тела по окружности может быть получено только в случае приложения к телу силы F_a или приложения к механической системе вращающего момента, который необходим для преодоления инерционного момента. Уравнение (12) показывает, что, при постоянном значении силы F_a и расстоянии a, тело вначале движется по окружности с угловым ускорением, однако через некоторое время начинает двигаться вокруг неподвижной оси с конечной угловой скоростью $\omega_{\max}$.

Тангенциальная скорость центра масс тела, которую обозначим V^{τ}, через некоторое время также достигает максимального значения и становиться постоянной величиной. В процессе поступательного движения тела по окружности существующая механическая связь заставляет каждую физическую точку тела изменять направление тангенциальной скорости при сохранении расстояния между физической точкой и неподвижной осью. Это приводит к появлению двух сопутствующих дополнительных сил – центробежной силы F_{cb} и силы реакции F_R (Рис.2).

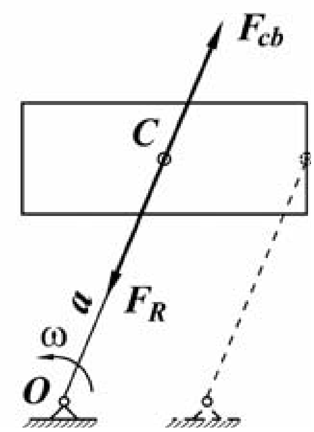

Рис. 2 – Направление действия дополнительных сил в процессе поступательного движения тела по окружности

Допустим, что за малое время Δt направление тангенциальной скорости изменилось на малый угол $\Delta\varphi$. Очевидно, что тангенциальная скорость получит приращение $\Delta V^{\tau} = V^{\tau}\Delta\varphi$, если $\Delta\varphi \to 0$. В пределе изменение тангенциальной скорости за малый промежуток времени определяет ускорение физической точки, необходимое для определения центробежной силы F_{cb}

$$a_{cb} = \frac{V_{\tau} d\varphi}{dt} = V^{\tau}\omega = \omega^2 a \tag{13}$$

Сила реакции F_R неподвижной точки возникает в ответ на попытки физической точки двигаться прямолинейно по инерции.

Однако необходимо учесть, что параметр a при поступательном движении твердого тела определяет радиус движения любой точки тела по окружности, в том числе центра масс C. Эта особенность является характерной только для поступательного движения тела по окружности. Это есть тот случай, когда центробежная сила прямо пропорциональна расстоянию a и точку приложения центробежной силы, создаваемой телом можно приложить к любой точке тела, лежащей на кратчайшей линии, соединяющей точку на оси вращения с центром масс тела. Величина центробежной силы тела определяется несимметричностью расположения масс относительно неподвижной оси системы. Очевидно, что, если тело действует на неподвижную ось с определенной центробежной силой, то возникает ответная сила реакции со стороны неподвижной оси, как это требует третий закон Ньютона.

$$F_R = F_{cb} = m\omega^2 a \tag{14}$$

Выражение (13) также показывает, что возникающее ускорение по величине равно начальному касательному ускорению, с которым начинает двигаться физическая точка под действием силы.

Таким образом, особенностью вынужденного вращения физической точки в выбранной системе координат, в отличие от прямолинейного движения физической точки под действием силы, является возникновение двух сопутствующих вращению дополнительных сил: центробежной силы и силы реакции опоры. Допуская, что a равно нулю, из уравнения (7) следует что

$$M_{kp} = 0 \tag{15}$$

Полученный результат показывает, что тело находится в покое. Это соответствует действительности, так как, если a равно нулю, вращение и поступательное движение тела по окружности отсутствует.

Рассмотрим поступательное движение системы с пульсирующим моментом инерции. Механическая система, совершающая поступательное движение по окружности, обладает пульсирующим моментом инерции, если центр масс тела не совпадает с шарниром, который связывает тело с механической связью (рис. 3). Пульсирующий момент инерции системы оказывает существенное влияние на динамику. Так пульсирующий момент инерции системы приводит к неравномерному движению системы по окружности, если вращающий момент является постоянным. Неравномерное движение системы вызывает увеличение вибрации машины или механизма в целом. Смещение центра масс тела от оси шарнира приводит также к появлению моментов, которые создают дополнительную нагрузку на механические связи системы и изменяют реакции опор.

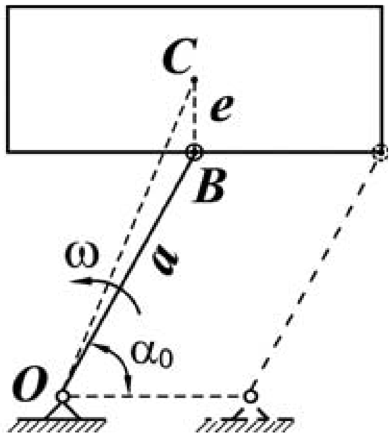

Рис. 3 - Поступательное движение системы с вертикальным смещением центра масс

Пульсирующий инерционный момент, противодействующий поступательному движению тела по окружности, можно с учетом зависимости (4) представить в виде суммы трех инерционных моментов. Один инерционный момент учитывает не изменяющуюся часть момента инерции системы M_u^a, которая определяется расстоянием от оси вращения до шарнира

$$M_u^a = m\omega^2 a^2 \tag{16}$$

Другой инерционный момент учитывает не изменяющуюся часть момента инерции системы M_u^e, которая определяется расстоянием от шарнира до центра масс.

$$M_u^e = m\omega^2 e^2 \tag{17}$$

Третий инерционный момент учитывает часть момента инерции системы M_u^{ae}, подверженную циклическому изменению за один оборот. Этот инерционный момент определяется расстоянием от оси вращения до центра масс тела без учета M_u^a и M_u^e

$$M_u^{ae} = 2m\omega^2 aeSin\left(\alpha_0 + \omega t\right) \tag{18}$$

где α_0 - угол между началом отсчета угла и положением механической связи в начальный момент времени.

Уравнение поступательного движения тела по окружности в этом случае имеет вид:

$$m\left[a^2 + e^2 + 2aeSin\left(\alpha_0 + \omega t\right)\right]\frac{d\omega}{dt} = M_{kp} - m\omega^2\left[a^2 + e^2 + 2aeSin\left(\alpha_0 + \omega t\right)\right] \tag{19}$$

Уравнение поступательного движения тела по окружности показывает, что при заданном вращающем моменте движение системы происходит с неравномерной угловой скоростью, величина которой меняется в течение одного оборота тела. Средняя же угловая скорость движения системы остается постоянной. Такое движение механической системы при постоянном вращающем моменте можно назвать квазиравномерным. В этом случае допустимо считать, что уравнение квазиравномерного движения системы по окружности имеет вид

$$M_{kp} = m\omega^2\left[a^2 + e^2 + 2aeSin\left(\alpha_0 + \omega t\right)\right] \tag{20}$$

Угловую скорость движения системы можно выразить в виде зависимости

$$\omega = \sqrt{\frac{a*a}{a^2 + e^2 + 2aeSin\left(\alpha_0 + \omega t\right)}} \tag{21}$$

Зависимость (21) позволяет вычислить скорость движения системы в пределах одного оборота тела вокруг неподвижной оси и получить возможный разброс угловых скоростей. Однако в общем случае центр масс тела может быть смещен относительно шарнира так, что его положение будет определяться двумя координатами, причем с положительными и отрицательными знаками. Рассмотрим случай движения тела, изображенный на рис.4.

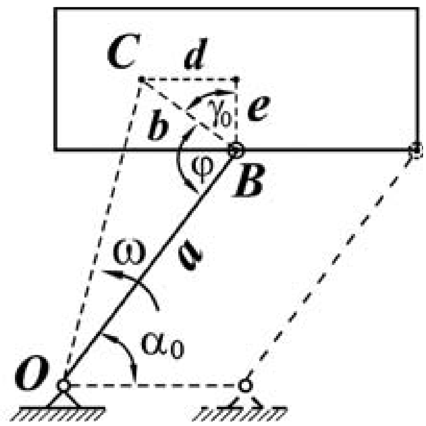

Рис. 4 - Поступательное движение системы с горизонтальным и вертикальным смещением центра масс

Уравнение поступательного движения тела по окружности в этом случае имеет вид:

$$m\left[a^2 + b^2 + 2abSin\left(\alpha_0 + \gamma_0 + \omega t\right)\right]\frac{d\omega}{dt} = M_{kp} -$$

$$-m\omega^2\left[a^2+b^2+2abSin\left(\alpha_0+\gamma_0+\omega t\right)\right] \qquad (22)$$

где

$$b=\sqrt{e^2+d^2}\ ;\ \gamma_0=arctg\frac{d}{e}.$$

В этом случае допустимо считать, что уравнение квазиравномерного движения системы по окружности имеет вид

$$M_{kp}=m\omega^2\left[a^2+b^2+2abSin\left(\alpha_0+\gamma_0+\omega t\right)\right] \qquad (23)$$

Угловую скорость движения системы можно выразить в виде зависимости

$$\omega=\sqrt{\frac{a*a}{a^2+b^2+2abSin\left(\alpha_0+\gamma_0+\omega t\right)}} \qquad (24)$$

Смещение центра масс тела относительно шарнира приводит к появлению также переменного опрокидывающего инерционного момента. Опрокидывающий инерционный момент стремится развернуть тело относительно шарнира так, чтобы центр масс занял наиболее удаленное положение от неподвижной оси. Существование опрокидывающего инерционного момента требует использования в механической системе дополнительной связи, которая компенсирует действие этого момента. В результате в механической системе также возникают дополнительные реакции опор. При произвольном смещении центра масс тела на расстояние b от точки B максимальное значение опрокидывающего момента не превышает $m\omega^2b^2$.

Роторная механическая система содержит узлы и детали, одни из которых вращаются, а другие совершают поступательное движение по окружности относительно общей неподвижной оси. При этом центры масс этих узлов часто совпадают. Условие позволяет сделать вывод, что движение вращающихся узлов можно изучать по вращению общего центра масс для всех вращающихся узлов относительно оси вращения и радиусу вращения центра масс, а поступательное движение узлов, двигающихся по окружности, можно изучать по положению центра масс не вращающихся узлов и радиусу вращения между осью вращения и местом крепления шарнира к не вращающемуся узлу. Для описания поведения такой механической системы в плоскости можно использовать уравнение вида:

$$\left[I_z^1 + (m+m_1)a^2 \right] \frac{d\omega}{dt} = M_{kp} - \left(m\omega^2 + m_1\omega^2 \right) a^2 \qquad (25)$$

где m_1 - масса узлов и деталей, совершающих вращательное движение; I_z^1 - главный момент инерции узлов и деталей, совершающих вращательной движение.

Равномерное вращение механической системы, содержащей вращающийся неуравновешенный узел и узел, который совершает поступательное движение по окружности, описывается уравнением

$$M_{kp} - \left(m\omega^2 + m_1\omega^2 \right) a^2 = 0 \qquad (26)$$

Полученный результат показывает, что равномерное вращение неуравновешенной системы с не вращающимися узлами всегда требует приложение вращающего момента.

Полученные уравнения позволяют определять особенности вращения роторных систем с учетом моментов инерции системы, состоящей из вращающихся узлов и узлов совершающих поступательное движение.

Проведенные исследования соответствуют основным законами физики и теоретической механики, согласуются с результатами известных исследований [7] и подтверждены экспериментальными данными. Сравнительный анализ с известными экспериментальными данными [3, 4] также подтверждает правильность проведенного исследования. Результаты исследований являются частью дальнейших работ по созданию уточненной модели вращения роторов на гибком вале таких машин, как отстойные центрифуги, и снижению потребляемой энергии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гаркушин Ю.К., Смирнов В.В. Надежность и эффективность оборудования углеобогатительных фабрик.-Днепропетровск:Поліграфіст,1999.-182 с.

2. Оконишников А.И., Запсельский В.Я. Эксплуатация и ремонт оборудования на углеобогатительных фабриках. - М.: Недра, 1976. - 288 с.

3. Щепетильников В.А. Основы балансировочной техники // Уравновешивание жестких роторов и механизмов. – М.: Машиностроение. 1975. – Том 1. – 528 с.

4. Животов А. Ю. Динамика дискового ротора со статической неуравновешенностью с учетом присоединенной массы опор // Системні технології. Математичні проблеми технічної механіки. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – 2002. - Вип 4 (21). – С. 24 – 27. Видавництво “Системні технології”, Дніпропетровськ.

5. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. - М.: Наука, 1964. – 478 с.

6. Животов А.Ю. Особенности Вращения Дискового Ротора со Статической Неуравновешенностью. // Вестник Восточноукраинского Национального Университета. – 2001. – 2(36) – С. 218 - 225.

7. Животов Ю. Г., Животов А.Ю. Инерционные особенности вращения ротора // Техническая механика. Институт технической механики НАНУ и НКАУ. – 2003. - № 1. – С. 107 – 117. Издательство института технической механики НАНУ и НКАУ, Днепропетровск.