

**ПОЛУЭМПИРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ
ВНУТРИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ПРОНИЦАЕМОГО ЦИЛИНДРА**

На засадах теорії розмірностей та подоби отримано залежності для визначення гідродинамічних втрат у закручених течіях в циліндричних областях з проникною бічною поверхнею. Експериментально підтверджено гіпотезу, яка пояснює механізм утворення значних втрат напору в подібних течіях.

**SEMIEMPIRICAL MODEL OF SWIRLING FLOW INSIDE
ROTATING PENETRABLE CYLINDER**

Functional dependences for hydrodynamic losses determination in swirling flow within cylindrical regions with penetrable lateral surface are obtained on basis of dimensional and similarity theory. The hypotheses is experimentally confirmed, that accounts for large head losses formation mechanism in such currents.

Известно, что закрутка потока жидкости способствует интенсификации процессов массообмена, теплообмена и некоторых других физических процессов в однофазных и многофазных сплошных средах. Отсюда следует важность проблемы исследования закрученных внутренних течений жидкости для разработки новых и оптимизации существующих технических устройств, таких как циклонные камеры различного назначения, топки, сепараторы и устройства разделения фаз потока.

В частности, одним из перспективных классов устройств тонкой очистки жидкостей от механических примесей являются фильтры с вращающимся фильтроэлементом, которые можно отнести [1] к полнопоточным гидродинамическим фильтрам. Фильтры такого типа могут эффективно использоваться в самых разных отраслях производства, в том числе, на предприятиях горнодобывающего и горно-металлургического комплексов. Перспективы их использования обусловлены сочетанием таких свойств, как возможность получения тонкости очистки не хуже, чем в гидроциклонах с возможностью работы в напорных линиях. Использование фильтрующей перегородки сочетается с ее гидродинамической самоочисткой, причем для осуществления последней не требуется постоянный сброс части основного потока.

Главным недостатком, сужающим область применения фильтров такой конструкции, является значительное гидродинамическое сопротивление, которое резко возрастает с увеличением производительности фильтра и частоты вращения фильтроэлемента. В работах [2-4] расчетным путем моделировалось течение жидкости в кольцевой области между проницаемым и непроницаемым цилиндрами, которые могут вращаться. Полученные результаты позволяют проанализировать распределение скоростей и давлений в потоке несущей жидкости снаружи вращающегося фильтроэлемента. Из результатов расчета следует вывод о том, что в этой области не имеют места гидродинамические потери, хоть

в какой-либо степени сравнимые с теми, которые отмечаются в действительности.

Следовательно, для выяснения причин и механизма образования столь значительного гидродинамического сопротивления в фильтрах с вращающимся фильтроэлементом необходимо анализировать течение внутри вращающегося цилиндра с проницаемой боковой поверхностью, куда поступает очищенная жидкость. Подобные течения, безусловно, носят турбулентный характер и обладают сложной вихревой структурой. Как следует из фундаментальной обзорной работы [5], посвященной исследованию закрученных потоков, наиболее подробное на сегодняшний день расчетное моделирование сильнозакрученных течений выполняется на основе численного решения трехмерных уравнений осредненного движения с использованием для замыкания двухпараметрической модели турбулентности (например, $k - \varepsilon$ модели). Кроме очевидных сложностей, связанных с практической реализацией сходящегося и устойчивого численного решения и слишком высоких требований к вычислительным ресурсам, непосредственное численное моделирование наталкивается и на более серьезные проблемы. В первую очередь это связано с наличием в моделях турбулентности эмпирических констант. Для адекватного моделирования необходимо обоснование используемых значений этих констант для каждого класса течений, что требует систематизации и обобщения экспериментальных исследований. Кроме всего прочего, в случаях, когда необходимо верно отразить в расчетной модели взаимодействие турбулентных структур больших и малых размеров, необходимая степень дискретизации превышает современные вычислительные возможности.

В работе [6] предложен подход, позволяющий получить интегральные соотношения для определения некоторых важных гидродинамических характеристик для рассматриваемого класса закрученных течений, в частности, для течения жидкости внутри вращающегося отсасывающего цилиндра, расчетная схема которого приведена на рис. 1.

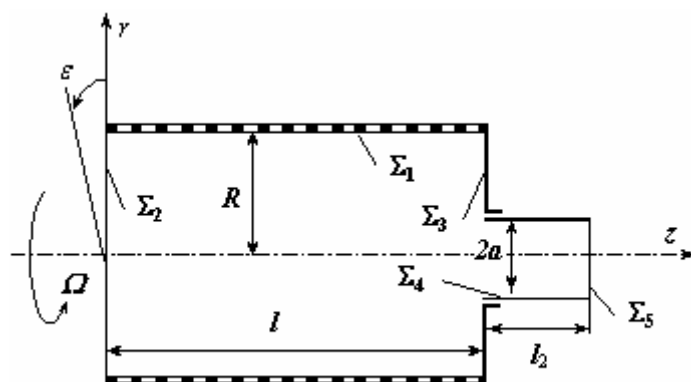


Рис. 1 – Расчетная схема течения внутри вращающегося проницаемого цилиндра

На основе полных уравнений движения жидкости получено интегральное

уравнение баланса завихренности в следующем виде:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = - \iint_{\Sigma} \frac{1}{2} \omega^2 v_n d\sigma + \iint_{\Sigma} v (\text{rot } \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} d\sigma + \iiint_V \boldsymbol{\omega} \cdot (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla) \mathbf{v} dV - \nu \iiint_V \text{rot}^2 \boldsymbol{\omega} dV, \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\omega} = \text{rot } \mathbf{v}$ - вихрь скорости; ν - кинематическая вязкость жидкости; \mathbf{n} - внешняя нормаль к граничной поверхности.

Величина $\Phi = \iiint_V \frac{1}{2} \omega^2 dV$ является удобной характеристикой суммарной интен-

сивности завихренности в исследуемой области.

Соотношение (1) удобно тем, что все слагаемые в нем допускают вполне определенную физическую интерпретацию. В частности, физический смысл третьего слагаемого в правой части известен [7], как изменение интенсивности завихренности в области за счет деформации вихревых линий. Первое слагаемое, очевидно, представляет поток интенсивности завихренности через граничную поверхность или конвекцию завихренности через границу. Второе слагаемое отвечает за диффузию завихренности через граничную поверхность. Смысл последнего слагаемого заключается в вязкой диссипации завихренности.

На основе анализа уравнения (1) и оценки влияния каждого из слагаемых в этом уравнении на величину суммарной завихренности в рассматриваемой области, в работе [6] было выдвинуто предположение что причиной больших гидродинамических потерь в рассматриваемых течениях, является значительное возрастание интенсивности завихренности внутри вращающегося цилиндра с проницаемой боковой поверхностью. Причиной такого роста является конвективный перенос, своего рода нагнетание завихренных вращающейся поверхностью масс жидкости, через эту поверхность внутрь области. Такое предположение было названо гипотезой «вихревого насоса». С позиций такого предположения при использовании методов теории размерностей и подобия было получено соотношение, определяющее максимальное значение суммарной интенсивности завихренности. Это соотношение имеет следующий вид:

$$\Phi_* = \frac{2QR^2\Omega^2}{b\nu}, \quad (2)$$

где Q - секундный объемный расход жидкости через боковую поверхность (Σ_1 на рис.1); Ω - угловая скорость вращения отсасывающего цилиндра; b - эмпирический коэффициент, имеющий смысл коэффициента диссипации.

В соответствии с выдвинутой гипотезой величина суммарной интенсивности завихренности Φ_* должна определять уровень гидродинамических потерь в закрученных течениях рассматриваемого вида. Получение непосредственной зависимости, определяющей потери напора в исследуемых течениях, и обобщение результатов экспериментальных исследований, посвященных проверке вы-

двинутых в работе [6] предположений и определению необходимых эмпирических величин, являются целью настоящей публикации.

Начнем со связи суммарной интенсивности завихренности и потерями напора. Будем называть отнесенные к единице массы жидкости потери напора, обусловленные нестационарным вихревым характером потока в исследуемой области, вихревыми потерями и обозначать H_w .

Чтобы установить перечень параметров, от которых зависит H_w , рассмотрим подробнее механизм образования этих потерь. Этот механизм известен из теории турбулентности и представляет собой обмен количеством движения между вихревыми массами. Указанный обмен количеством движения эквивалентен действию сил сопротивления и его интенсивность определяется пульсационными по отношению к осредненному движению скоростями. Последние, в свою очередь, определяются интенсивностью завихренности и размерами вихрей.

Интенсивность завихренности можно охарактеризовать осредненной величиной

$$\overline{\Phi_*} = \frac{\Phi_*}{\pi R^2 l},$$

при определении которой мы пренебрегли объемом $\pi a^2 l_2$ по сравнению с $\pi R^2 l$ (см. рис. 1).

В соответствии с представлением о каскадном механизме отбора и диссипации энергии в турбулентных потоках (см., например, [8]) отбор энергии от основного течения осуществляется в вихрях самого большого масштаба. В нашем случае максимальный масштаб вихревых масс оценивается поперечным размером области течения R .

Время пребывания транзитного объема в завихренной области определяется среднерасходной скоростью и размерами области R, l .

Таким образом, справедливо следующее обобщенное представление

$$H_w = H_w(\Phi_*, Q, R, l).$$

Используя пи-теорему теории размерностей [9] и выражение (2), получим вихревые потери в виде произведения определенного вида комплекса, составленного из основных параметров задачи и безразмерной функции двух безразмерных аргументов

$$H_w = \frac{Q\Omega^2 R^2}{\nu l} h_w \left(\frac{l}{R}, \frac{\sqrt{Q\nu l}}{\Omega R^3} \right). \quad (4)$$

В этой ситуации уместно безразмерные вихревые потери, определяемые вы-

ражением

$$h_w = \frac{H_w \nu l}{Q \Omega^2 R^2}, \quad (5)$$

называть коэффициентом вихревых потерь. Аргументы же функциональной зависимости

$$\frac{l}{R}, \quad x = \frac{\sqrt{Q \nu l}}{\Omega R^3}, \quad (6)$$

выступают в качестве критериев подобия. Для геометрически подобных областей $\left(\frac{l}{R} = idem\right)$ задача определения коэффициента вихревых потерь становится автомодельной относительно критерия x :

$$h_w = f(x). \quad (7)$$

Для подтверждения правильности выдвинутых предположений и непосредственного определения функциональной зависимости коэффициента вихревых потерь от критериального параметра x , были подготовлены и проведены экспериментальные исследования.

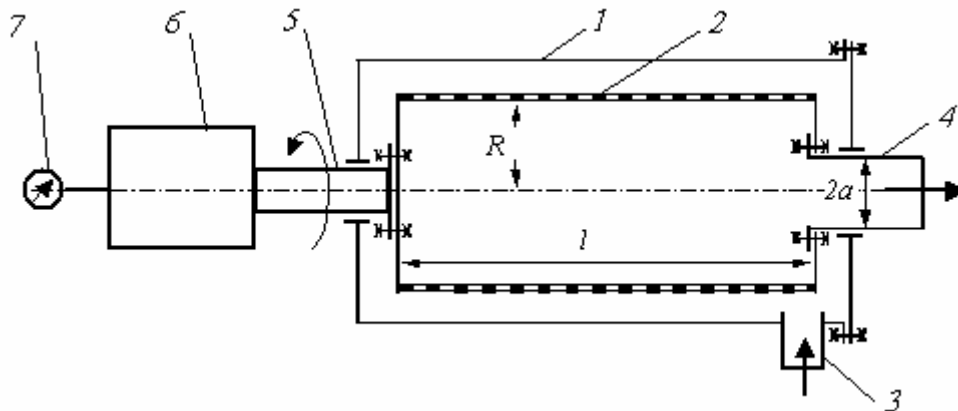
Одним из проверяемых предположений является зависимость коэффициента вихревых потерь h_w от исходных геометрических (l, R) , конструктивных (Ω) и гидродинамических (Q, ν) характеристик через единственный (при $l/R = idem$) критериальный параметр x . Для проверки необходимо определить экспериментальным путем фактический вид функциональной зависимости (7). При этом, экспериментальные значения h_w следует получать несколько раз для близких значений параметра x , полученных при различных комбинациях расхода Q , угловой скорости Ω и размеров области l, R (при фиксированном отношении l/R). Для подтверждения справедливости высказанных теоретических предположений и зависимостей (в частности формулы (4) для определения вихревых потерь напора), необходимо, чтобы все, полученные таким образом экспериментальные точки, ложились на одну кривую регрессии.

Для проведения экспериментальных исследований были изготовлены гидравлический стенд и модель фильтра с вращающимся фильтроэлементом. Схема модели, в которой реализуется течение в соответствии с расчетной схемой на рис. 1, и гидравлическая схема экспериментального стенда приведены на рис. 2, 3 соответственно.

Экспериментальное значение полных потерь напора между входным и выходным патрубками определялось по соответствующему перепаду давлений Δp , ре-

гистрируемому с помощью манометров 17, 18 (рис. 3), следующим образом:

$$H = \frac{\Delta p}{\rho}. \quad (8)$$



1-корпус; 2-вращающийся пустотелый цилиндр с проницаемой боковой поверхностью; 3-патрубок подвода жидкости; 4- патрубок отвода жидкости; 5- приводной вал; 6- электропривод с плавным регулированием частоты вращения; 7- тахометр.

Рис. 2 – Схема экспериментальной модели

Для определения вихревых потерь напора, обусловленных обменом количеством движения между завихренными массами жидкости, необходимо из полных потерь напора вычесть потери, обусловленные другими известными механизмами. Сюда следует отнести:

- потери напора H_c , обусловленные вращением как твердого тела слоя жидкости с толщиной, равной толщине вращающегося проницаемого цилиндра,
- потери H_k , вызванные сопротивлением фильтрующей поверхности,
- потери H_l на трение в выходном патрубке.

Последние включены в рассмотрение по той причине, что в экспериментальной модели отводящий патрубок имеет длину существенно большую, чем это изображено на рис. 2.

Таким образом, вихревые потери напора можно вычислить по следующей зависимости

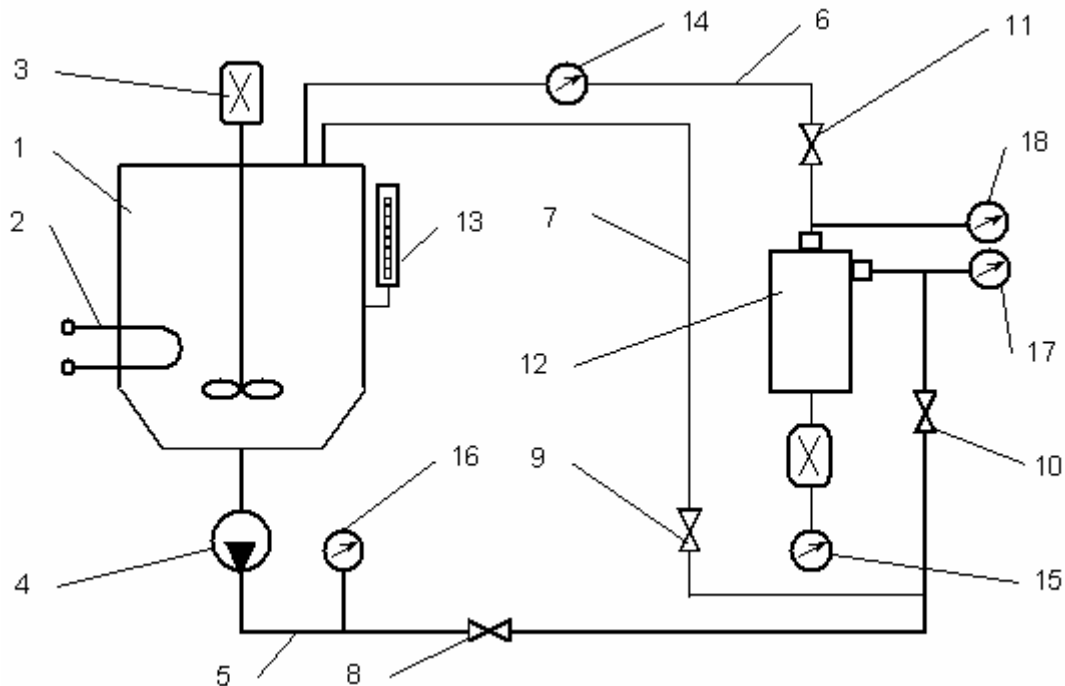
$$H_w = H - H_c - H_k - H_l - H_v, \quad (9)$$

где H_v - разность скоростных напоров в сечениях, где установлены манометры, регистрирующие общий перепад давлений.

Для определения величин, входящих в формулу (9), кроме полных потерь H , определяемых в соответствии с (8), можно использовать следующие выражения:

$$H_c = \frac{1}{2} \Omega^2 ((R + b_1)^2 - R^2), \quad H_k = \frac{Qv}{k S_1}, \quad H_l = \frac{\lambda Q^2 l_2}{32 \pi^2 a^5}, \quad H_v = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{(S_0 - \pi a^2)^2}, \quad (10)$$

где b_1 - толщина проницаемой перегородки (фильтроэлемента); S_1 площадь проницаемой боковой поверхности; λ - коэффициент гидравлического сопротивления гладкой трубы; a, l_2 - радиус и длина выходного патрубка; S_0 - площадь поперечного сечения потока в месте замера входного статического давления.



1- Бак-накопитель; 2- Устройство подогрева жидкости; 3- Устройство перемешивания жидкости; 4- Центробежный насос; 5- Нагнетающий трубопровод; 6- Сливной трубопровод; 7- Байпасный трубопровод; 8,9,10,11- Краны управления потоком жидкости; 12- Экспериментальная модель; 13- Термометр; 14- Расходомер; 15- Тахометр; 16,17,18- Манометры.

Рис. 3 - Гидравлическая схема экспериментального стенда

Учитывая фактический диапазон изменения расхода жидкости в экспериментальном стенде, для коэффициента λ применяется формула Блазиуса [10]

$$\lambda = \frac{0.3164}{\text{Re}_2^{0.25}}$$

где Re_2 - число Рейнольдса, определенное по скорости и диаметру выходного патрубка.

Коэффициент проницаемости боковой поверхности k для фильтровальных сеток можно определить по известным теоретическим зависимостям (см., например, [11]), либо экспериментально. Для большей достоверности значение

коэффициента проницаемости сетчатой поверхности k определено экспериментальным путем.

Следует заметить, что могут существовать и другие, неучтенные выше в формуле (9), составляющие полных потерь напора H . Их влияние на точность экспериментального определения вихревых потерь напора тем выше, чем меньше отношение H_w/H , то есть удельный вес вихревых потерь напора.

В трех различных сериях экспериментальных исследований были определены по 5 экспериментальных точек на плоскости (x, h_w) в одном диапазоне изменения критерия x . В каждой серии для получения каждой экспериментальной точки проводилось 4 параллельных опыта. При обработке результатов в пределах каждой серии оценивалась однородность результатов для всех точек и погрешность воспроизводимости с доверительной вероятностью 95%. Близкие значения безразмерного аргумента x в различных сериях эксперимента получались в соответствии с формулой (6) при различном сочетании основных физических факторов рассматриваемой задачи: расхода жидкости Q , угловой скорости вращения проницаемой поверхности Ω , длины и радиуса внутренней полости вращающегося цилиндра l, R (при $l/R = idem$), вязкости жидкости ν .

На рис.4 представлены результаты обработки экспериментальных исследований. На графике отмечены экспериментальные точки и кривая регрессии, описываемая уравнением

$$h_w = 0.035x^{0.427} - 5.391 \cdot 10^{-4}. \quad (11)$$

Как видно на рис. 4, все экспериментальные точки из различных серий хорошо ложатся на одну кривую, определяемую уравнением (11). Это подтверждает сформулированную выше роль безразмерного параметра x , определяемого выражением (6), как критерия подобия рассматриваемого процесса.

ВЫВОДЫ

Возможность представления вихревых потерь напора с помощью зависимостей (4) – (6) базируется на теоретических представлениях, сформулированных выше как гипотеза «вихревого насоса». Тем самым, результаты экспериментальных исследований подтверждают справедливость этой гипотезы.

Следовательно, можно считать установленным тот факт, что причиной значительных гидродинамических потерь в потоках внутри вращающегося цилиндра с проницаемой боковой поверхностью является рост интенсивности завихренности в области течения до значительных величин. Условием такого роста является наличие конвективного притока завихренности через боковую проницаемую поверхность. Это обусловлено наличием тангенциальной скорости жидкости на этой поверхности и радиальной, направленной внутрь области. В то же время в выходном сечении закрутка уже практически погашена и из области вытекает осевой поток жидкости. По этой причине конвективный отток завихренности из области очень мал. В этой ситуации росту суммарной интенсивности завихренности в рассматриваемой области противодействует только

механизм вязкой диссипации. Именно поэтому, имеет место тот факт, что при работе фильтров с вращающимся фильтроэлементом на более вязких жидкостях гидродинамические потери уменьшаются.

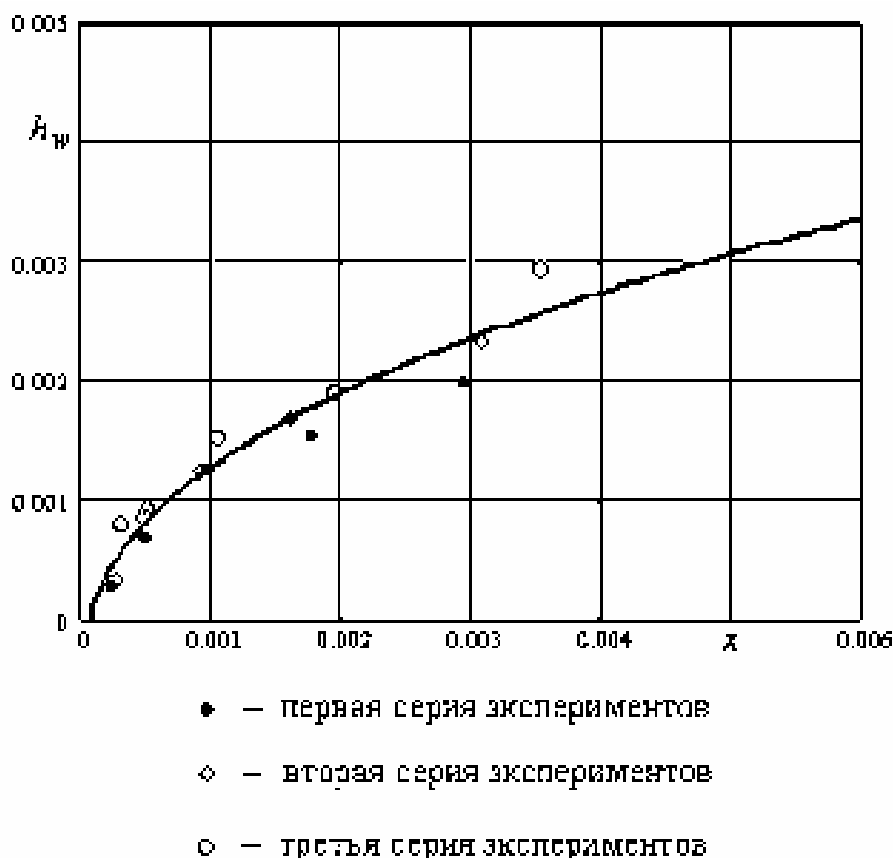


Рис. 4 – Результаты экспериментального определения зависимости $h_w = f(x)$

Эмпирическая зависимость (11) вместе с формулами (5), (6), (8), (9), (10) позволяет для условий течения в соответствии с расчетной схемой на рис. 1 определять гидродинамические потери.

В дальнейших исследованиях, в первую очередь, необходимо получить зависимость безразмерного коэффициента вихревых потерь h_w от геометрического критериального параметра l/R для течений внутри вращающегося отсасывающего цилиндра.

Установленный результат и общая зависимость (4) для определения вихревых потерь напора применимы не только к фильтрам с вращающимся фильтроэлементом. Условием применимости полученных результатов к похожим течениям является наличие значительного конвективного притока завихренности и отсутствие заметного конвективного оттока завихренности из области. Этим условиям удовлетворяют течения внутри циклонных камер вообще и гидроциклонов в частности. Хотя в этих устройствах отсутствует проникаемая вращающаяся боковая граница области течения, однако наличие тангенциального подвода жидкости через боковую поверхность также создает условия для кон-

векции завихренности внутрь рабочей камеры. В отводящем патрубке закрутка потока так же достаточно быстро гасится, так что выраженного конвективного оттока завихренности в этом случае также не имеется. Это означает, что для определения гидродинамического сопротивления циклонов можно получить формулу на основе зависимостей (4) – (7). Однако следует ожидать, что конкретный вид зависимости коэффициента вихревых потерь h_w от критериев подобия (6) для циклонных камер, возможно, будет отличаться от зависимости, полученной для фильтров с вращающимся фильтроэлементом, в силу отличий конструктивных особенностей, которые могут отразиться на особенностях формирования вихревой структуры течения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Финкельштейн З.Л. Применение и очистка рабочих жидкостей для горных машин. — М.: Недра, 1986. - 232 с.
2. Мочалин Е.В. Численное моделирование закрученного течения в кольцевом канале с проницаемыми стенками. Сборник научных трудов.-Алчевск: НИПКИ “Параметр” при ДГМИ, 1998.-С.38-51.
3. Мочалин Е.В. Моделирование закрученных течений в рабочих полостях устройств очистки жидких сред. Сборник научных трудов. Окружающая среда – человек, ресурсосбережение: в 2 т.- Алчевск: ДГМИ, 1999.- т.1.-С.35-43.
4. Мочалин Е.В. Основы расчета устройств высокоскоростной очистки воды от механических примесей. Сб. докладов Междунар. науч.-практич. конф. “Качество, безопасность, энерго- и ресурсосбережение в промышленности строительных материалов и строительстве на пороге XXI века”.- г.Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 2000.- Ч.6.-С.66-75.
5. Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. Закрученные потоки.- М.: Мир, 1987.- 588 с.
6. Мочалин Е.В. Формирование вихревой структуры закрученных течений в цилиндрической области с проницаемой боковой поверхностью// Вісник СумДУ.- 2003.- №12(58).- С. 36-41.
7. Бетчелор Дж. Введение в динамику жидкости.- М.: Мир, 1973.- 757с.
8. Хинце И.О. Турбулентность. Ее механизм и теория. М.: Физматгиз, 1963.- 680с.
9. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике.- М.: Физматгиз, 1981.- 359с.
10. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа.- М.: Наука, 1973.- 848 с.
11. Кузьмин Ю.М. Сетчатые установки в водоочистных сооружениях. М.: Издательство литературы по строительству, 1966.- 131с.