

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВРАЩАТЕЛЬНО-ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ПУЛЬПЫ ПО ПЕРФОРИРОВАННОЙ КОНИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

На базі фундаментальних законів збереження маси та імпульсу, а також з використанням результатів експериментальних досліджень, що проведені в умовах вуглезбагачувальних фабрик, побудовано математичну модель течії пульпи по перфорованій конічній поверхні при підвищеному тиску повітря на вільній поверхні рідини.

## **THE MATHEMATICAL MODEL OF PULP'S ROTATIONALLY TRANSLATIONAL MOTION ALONG THE PERFORATED CONICAL SURFACE**

On the basis of main laws of conservation of mass and impulse and with using of results of experimental research at the coal-cleaning plants the mathematical model of pulp's flowing along the perforated conical surface under increased air pressure on the free liquid surface is elaborated.

Для повышения качества углей, а также экономической эффективности их использования все коксующиеся и значительная часть энергетических углей подлежат обогащению [1-3]. Качественно-количественные показатели основных процессов обогащения в значительной степени зависят от эффективности подготовительных операций, в частности, процессов классификации и обезвоживания. Для таких основных процессов, как гидравлическая отсадка и тяжело-средняя сепарация, требуется исходный материал определенного гранулометрического состава, причем точность разделения резко снижается с увеличением содержания некондиционных зерен [1, 4, 5]. Так, исследованиями [6] установлено, что с увеличением содержания класса 0-1 мм в исходном питании отсадочных машин с 10 до 70% эффективность его расслоения снижается с 73,4 до 62,9% при одновременном снижении эффективности расслоения классов 13-25 мм и 6-13 мм соответственно с 92,2 до 90,2% и с 86,8 до 76,3%.

Выполнение определенных требований к гранулометрическому составу исходного материала для основных процессов обогащения (в частности, для тяжело-среднего обогащения по содержанию в крупном машинном классе класса - 10 (13) мм, для гидравлической отсадки – по содержанию в мелком машинном классе класса 0-1 мм, для флотации – по содержанию в питании зерен +0,5 мм) является одной из задач подготовки машинных классов к обогащению.

В настоящее время задачи подготовки крупного машинного класса практически решена [7], а качество подготовки мелкого машинного класса определяется в основном качеством его обесшламливания на неподвижных плоских и конических ситах. Для этой операции характерны большие гидродинамические потоки, неравномерность распределения твердого материала по объему потока, необходимостью деления и распределения машинного класса по ширине отсадочной машины.

В настоящее время подготовка мелкого машинного класса к обесшламливанию обычно осуществляется путем равномерного распределения обрабатываемого

мой пульпы по установленным одинарным, двойным или строеным аппаратам [1, 8, 9] или созданием двухфазных потоков с гидродинамическими параметрами, обеспечивающими самотранспортирование обесшламленного продукта и требуемую эффективность самого процесса обесшламливания [10]. Однако до сих пор на современных обогатительных фабриках степень извлечения класса 0-1 мм из мелкого машинного класса составляет лишь 50 – 60 % при необходимом ее значении 80 % [3].

Таким образом, повышение эффективности обесшламливания мелкого машинного класса до уровня извлечения шлама 70% и более является актуальной и нерешенной задачей.

Анализ отечественной и зарубежной практики углеобогащения показывает, что в настоящее время работы по повышению эффективности обесшламливания машинных классов и продуктов обогащения на жестких рабочих поверхностях ведутся по следующим трем основным направлениям:

- совершенствование конструкций аппаратов и их рабочих поверхностей;
- применение интенсифицирующего воздействия на обрабатываемый материал непосредственно на рабочей поверхности;
- оптимизация гидродинамики двухфазного потока путем приведения его гидродинамических параметров в соответствие с конструктивными особенностями применяемого аппарата.

С целью интенсификации процесса разделения тонкозернистых материалов по плотности используют центробежное поле [11, 12]. Однако, несмотря на многочисленные исследования, чрезвычайно сложна гидродинамическая картина потоков в аппаратах этого типа остается окончательно не выясненной. Кроме того, использование центробежного поля приводит к повышенному износу поверхности сит [13].

Альтернативой высоким центробежным полям является повышение давления в полости обогатительного аппарата с целью интенсификации истечения через его отверстия [14, 15]. Однако, для использования этого метода требуется научное обоснование параметров течения, для чего необходимо разработать математическую модель вращательно-поступательного движения пульпы поверхности конического грохота с учетом повышенного давления воздуха. Этому и посвящена данная публикация.

Для общности будем считать, что образующая конического грохота описывается уравнением  $r=R(z)$ . При вращательно-поступательном движении идеальной невесомой жидкости (см. рис. 1) имеют место три закона сохранения: сохраняется общий напор  $H$  (интеграл Бернулли), сохраняются общий импульс  $K$  и момент количества движения  $M$  :

$$K = \int_0^h (P + \rho V^2) dy ; \quad (1)$$

$$M = 2\pi \int \rho V_\theta V_z r^2 dr , \quad (2)$$



$$\frac{r}{R} \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{const}, V_{\theta} = \frac{R}{r} \frac{\eta V_{cp}}{\ln(1-\eta)}; P = P_0(z) + \frac{\rho V_{cp}^2}{2} \frac{\eta^2 \left[ \frac{1}{(1-\eta)^2} - \frac{R^2}{r^2} \right]}{\ln^2 \left( \frac{1}{1-\eta} \right)}; \eta = \frac{h}{R}, \quad (3)$$

где  $\operatorname{tg} \varphi = V_{\theta} / V_z$  – тангенс угла закрутки потока, [16, 17];  $P_0$  – давление воздуха внутри обогатительного аппарата;  $z$  – аксиальная координата текущего сечения;  $R$  – текущий радиус конического сита;  $V_{cp}$  – средняя скорость потока;  $V_{\theta}$ ,  $V_z$  – линейная и аксиальная скорости потока жидкости.

Исследования в условиях ряда ЦОФ (см. табл. 1 и рис. 2) проведенные с участием автора, показывают, что зависимость угла закрутки потока от скорости подачи пульпы можно аппроксимировать следующей функцией:

$$\varphi = 2.5V^3 - 36.429V^2 + 203.21V + 2.143,$$

где  $V$  – скорость подачи пульпы.

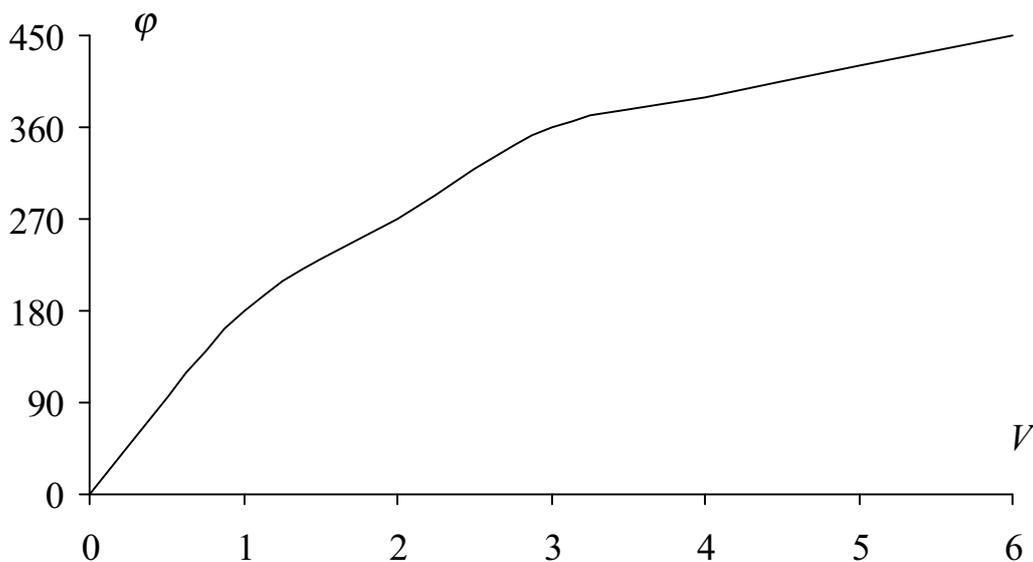


Рис. 2 – Зависимость угла закрутки потока от скорости подачи пульпы

Математическая модель поступательно-вращательного движения вязкой жидкости по поверхности сепаратора построена с использованием следующих интегральных величин [15]:

$$G = 2\pi\rho \int_{R-h}^R V_z r dr; \quad M = 2\pi\rho \int_{R-h}^R V_z V_{\theta} r^2 dr; \quad E = 2\pi\rho \int_{R-h}^R V_z \left( \frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} \right) r dr, \quad (4)$$

где  $G$  – массовый расход жидкости через поперечное сечение;  $M$  – момент потока количества движения сечения (в проекции на ось  $z$ );  $E$  – поток энергии через сечение.

Предполагая, что при расчете потока энергии через торцевые поверхности  $z=\text{const}$  можно учитывать только работу сил давления, а работой сил трения можно пренебречь [16], и используя формулы (1) – (4), получим следующие выражения для интегральных характеристик потока:

$$G = \pi r V_z (2Rh - h^2); \quad M = \pi r \rho \text{tg} \varphi_w R V_z^2 (2Rh - h^2); \quad (5)$$

$$E = \pi P_0 V_z (2Rh - h^2) + \frac{\pi \rho V_z^3}{2} \left[ (2Rh - h^2) + \text{tg}^2 \varphi_w R^2 \frac{(2Rh - h^2)}{(R - h)^2} \right], \quad (6)$$

где  $\varphi_w$  – угол закрутки потока на поверхности сита, [16, 17].

Таблица 1 Параметры течения пульпы по цилиндрической части грохота ГКИ,5

№ пп	ЦОФ	$u_n$ , м/с	$u_k$ , м/с	$u_{cp}$ , м/с	Re	$h_M$ , м	$\frac{u_k^2}{2g}$ , м	$\varepsilon$
1	“Октябрьская”	3,8	1,6	2,7	73280	0,606	0,131	4,63
2	“Павлоградская”	3,05	1,35	2,2	42275	0,379	0,100	5,15
3	“Комсомольская”	2,8	1,6	2,2	59700	0,269	0,131	2,05
4	“Червоноградская”	3,925	1,675	2,8	86087	0,649	0,145	4,628
5	“Чумаковская”	4,0	2,0	3,0	81430	0,612	0,240	3,00
6	“Красноармейская”	2,6	1,2	1,9	30530	0,271	0,073	3,71
7	“Краснолиманская”	4,3	2,3	3,3	95970	0,676	0,267	2,53
8	“Луганская”	2,9	0,9	1,9	67220	0,388	0,041	9,46
9	“Киевская”	3,1	1,5	2,3	38990	0,376	0,115	3,27
10	“Узловская”	3,15	1,85	2,5	71675	0,332	0,175	1,91
11	“Пролетарская”	3,2	1,4	2,3	64620	0,422	0,100	4,22
12	“Никитовская”	2,9	1,3	2,1	47190	0,345	0,086	4,01
13	“Калининская”	3,1	1,7	2,4	47430	0,343	0,147	2,33
14	Среднее значение	3,3	1,5	2,5	65660	0,446	0,125	3,57

Предполагая, что изменение расхода  $G$  происходит за счет истечения жидкости через перфорированную внешнюю поверхность  $S_{ст}$ , на основании законов сохранения массы и импульса получаем следующую систему дифференциальных уравнений для описания рассматриваемого течения:

$$G' = -2\pi r \mu \bar{S} \sqrt{A \left(1 + 2 \frac{h}{R}\right) + 2 \frac{(P_o - P_a)}{\rho} \sqrt{1 + R'^2}}; \quad (7)$$

$$M' = -c_f \pi \sqrt{1 + R'^2} (1 - \bar{S}) C - \frac{c_f^0 \rho_a G^2 \sqrt{1 + (R' - h')^2}}{\pi \rho^2 R^2 \lambda^2 (R - h)}, \quad (8)$$

$$\frac{G}{\rho} P'_0 + a_h h' = \frac{gG}{\pi} - a_R R' - a_G G' - a_M M' - \sqrt{A} \frac{c_f^0 \rho_a G^2}{\pi(R-h)} \frac{\sqrt{1+(R'-h')^2}}{\rho^2 R^2 \lambda^2} - \left( \pi \rho \mu^3 \bar{S}^3 \left( A \left( 1 + 2 \frac{h}{R} \right) + 2 \frac{(P_o - P_a)}{\rho} \right)^{3/2} + 2c_f B \frac{(1-\bar{S}) \cos \beta}{2Rh - h^2} \right) R \sqrt{1+R'^2}, \quad (9)$$

$$P'_0 + h' \frac{2Q^2}{\rho_a \pi^3 (R-h)^5} = \left( R' - \frac{c_f^0 \pi}{2} \right) \frac{2Q^2}{\rho_a \pi^3 (R-h)^5} - \frac{qQ}{\rho_a \pi^2 (R-h)^4}; \quad (10)$$

$$a_G = \frac{P_0}{\rho} + \frac{3G^2}{2\pi^2 \rho^2 (2Rh - h^2)^2} - \frac{M^2}{2G^2 (R-h)^2};$$

$$a_h = \left[ \frac{M^2}{G(R-h)^3} - \frac{2G^3 (R-h)}{\pi^2 \rho^2 (2Rh - h^2)^3} \right];$$

$$a_M = \frac{M}{G(R-h)^2}; \quad a_R = - \left[ \frac{2G^3 h}{\pi^2 \rho^2 (2Rh - h^2)^3} + \frac{M^2}{G(R-h)^3} \right]; \quad c_f^0 = \frac{1,328}{\sqrt{\text{Re}_0}};$$

$$A = \frac{G^2}{\pi^2 \rho^2 (2Rh - h^2)^2} + \frac{M^2}{R^2 G^2}; \quad B = \frac{G^3}{\pi^2 \rho^2 (2Rh - h^2)^2} + \frac{M^2}{R^2 G}; \quad \text{Re}_0 = \frac{G}{\pi \mu R \lambda};$$

$$C = \frac{\rho M^2}{G^2} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 \rho^2 (2Rh - h^2)^2 M^2}{R^2 G^4}}; \quad \bar{S} = \frac{S_0}{S},$$

где  $G'$ ,  $R'$ ,  $M'$ ,  $h'$ ,  $P'_0$  – производные по координате  $z$  от соответствующих величин;  $\mu$  – коэффициент расхода при истечении жидкости через систему отверстий сита;  $\bar{S}$  – коэффициент проницаемости поверхности сита;  $S_0$  – общая площадь поперечных сечений отверстий;  $S$  – общая площадь сита;  $P_a$  – атмосферное давление;  $c_f^0$  – коэффициент трения потока воздуха о поверхность жидкости;  $\rho_a$  – плотность воздуха;  $\lambda$  – параметр, характеризующий закрутку потока жидкости [14, 15];  $g$  – ускорение свободного падения;  $\beta$  – угол конусности сита грохота;  $q$  – погонная массовая подача газа;  $Q$  – общий массовый приход газа через участок трубы до данного сечения  $z$ .

В формулах (7)-(10) коэффициент расхода  $\mu$  определяется из выражения [15]

$$\mu = \frac{1,637}{\sqrt{1+\xi}} k_p \left( \frac{V_{cp}}{\sqrt{2gH}} \right) \varepsilon_c \left( \frac{d}{b} \right), \quad (11)$$

где  $\xi$  – коэффициент потерь при истечении через отверстие;  $\varepsilon_c$  – коэффициент сжатия в стесненных условиях истечения из сосуда шириной  $b$  через щель шириной  $d$ ;  $k_p$  – коэффициент расхода при истечении из щели идеальной несжи-

маемой жидкости, движущейся вдоль плоской стенки [15].

Результаты исследований ряда авторов показывают, что при вращательном потоке жидкости критерий Рейнольдса зависит от степени закрутки потока [14 – 17] и вычисляется следующим образом:

$$\text{Re}_\Phi = \chi \text{Re}_d; \quad \text{Re}_d = \frac{G}{\pi\mu(2-\eta)R}, \quad (12)$$

где  $\text{Re}_\Phi$  – число Рейнольдса для вращательного потока жидкости;  $\chi$  – коэффициент, учитывающий влияние степени закрутки потока на число Рейнольдса (рис. 3);  $\text{Re}_d$  – среднерасходное число Рейнольдса.

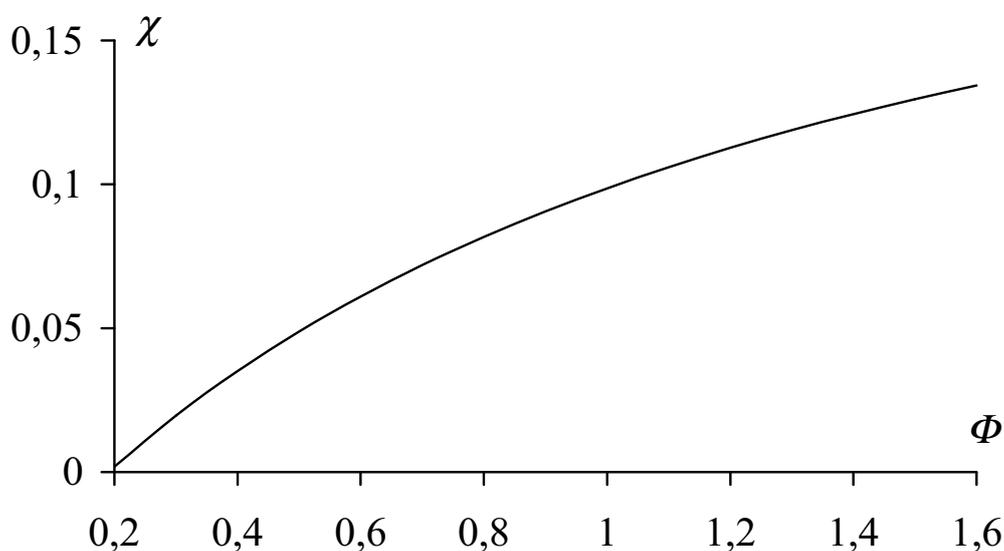


Рис. 3 – Зависимость величины  $\chi$  от степени закрутки потока

Для определения коэффициента трения жидкости о перфорированную поверхность при поступательно-вращательном движении при расчетах использовалась формула

$$c_f = \alpha \frac{0,0304}{\sqrt[4]{\text{Re}_d}}; \quad (13)$$

$$\alpha = \frac{0,6 + 3,42\Phi - 2,16\Phi^2}{\sqrt[4]{1 - \frac{1 + 0,18\Phi^{1.2}}{0,92 + 0,55\Phi}}}; \quad \Phi = \frac{(1-\eta)^2 \lambda^2 \text{tg}\varphi_w}{\eta^2(2-\eta)^2 + 2(1-\eta)^2\eta(2-\eta) + (1-\eta)^2 \lambda^2},$$

где  $c_f$  – коэффициент трения жидкости о перфорированную поверхность при поступательно-вращательном движении;  $\alpha$  – коэффициент, учитывающий

влияние степени закрутки потока на величину  $c_f$  (см. рис. 4);  $\Phi$  – параметр закрутки потока в данном сечении [15, 17].

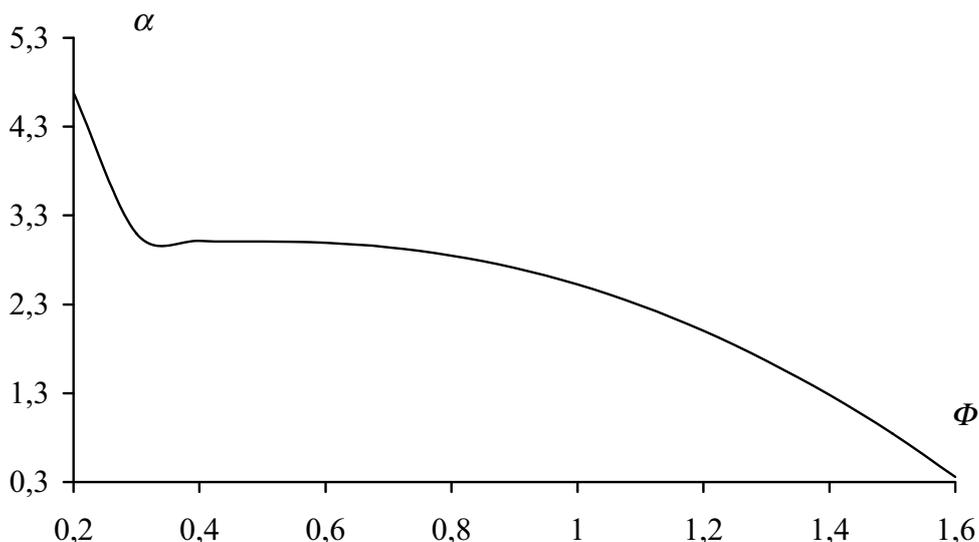


Рис. 4 – Зависимость величины  $\alpha$  от степени закрутки потока

С использованием предложенной математической модели поступательно-вращательного движения по перфорированной поверхности были произведены расчеты высоты слоя жидкости при  $V_\theta=0,5$  м/с без наддува (см. рис. 5) и при наддуве 0,025 Ат (см. рис. 6 и 7), а также осуществлен выбор рациональных параметров аэрогидродинамического обесшламливателя АГО-1,5-2000, внедренного в условиях ЦОФ «Октябрьская». Внедрение АГО-1,5-2000 позволило снизить содержание класса 0-1 мм в надситном продукте на 10.2% и зольность питания отсадочных машин на 3.5%.

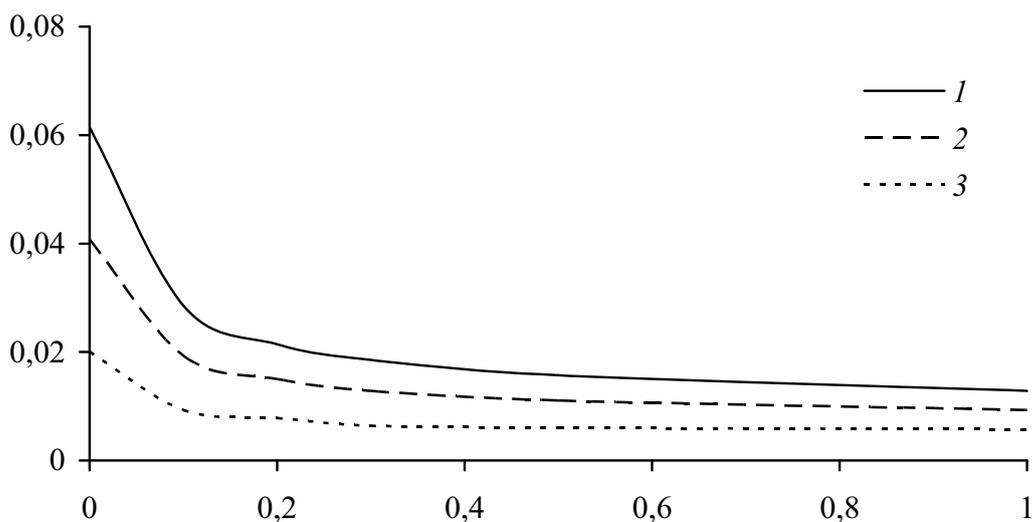


Рис. 5 – Зависимость текущей высоты потока от координаты при различной начальной высоте слоя и скорости гидросмеси ( $V_z = 5$ ): 1 –  $h_0 = 0,06$ ; 2 –  $h_0 = 0,04$ ; 3 –  $h_0 = 0,02$

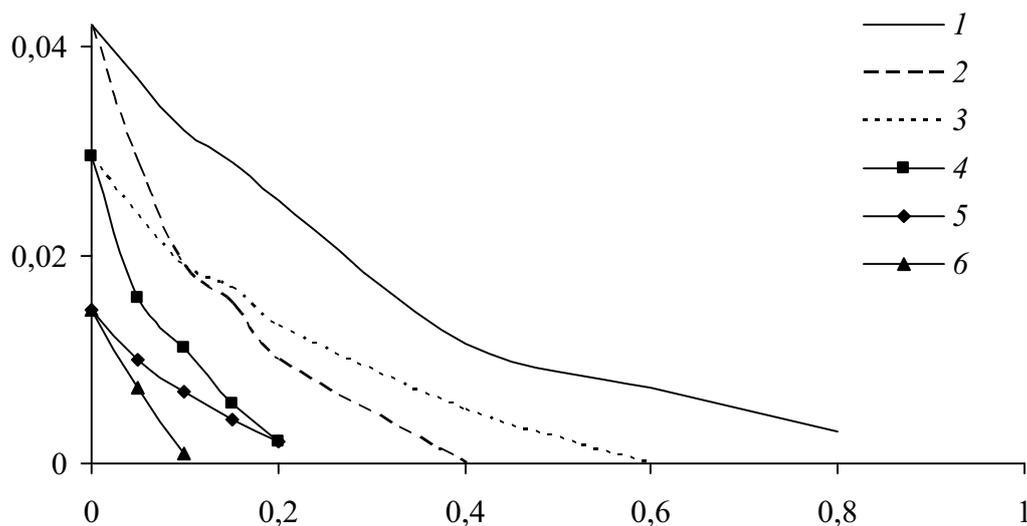


Рис. 6 – Зависимость текущей высоты потока от координаты при различной начальной высоте слоя и скорости гидросмеси: 1 –  $h_0 = 0.06$ ,  $V_z = 5$ ; 2 –  $h_0 = 0.06$ ,  $V_z = 3$ ; 3 –  $h_0 = 0.04$ ,  $V_z = 3$ ; 4 –  $h_0 = 0.04$ ,  $V_z = 3$ ; 5 –  $h_0 = 0.02$ ,  $V_z = 5$ ; 6 –  $h_0 = 0.02$ ,  $V_z = 3$ .

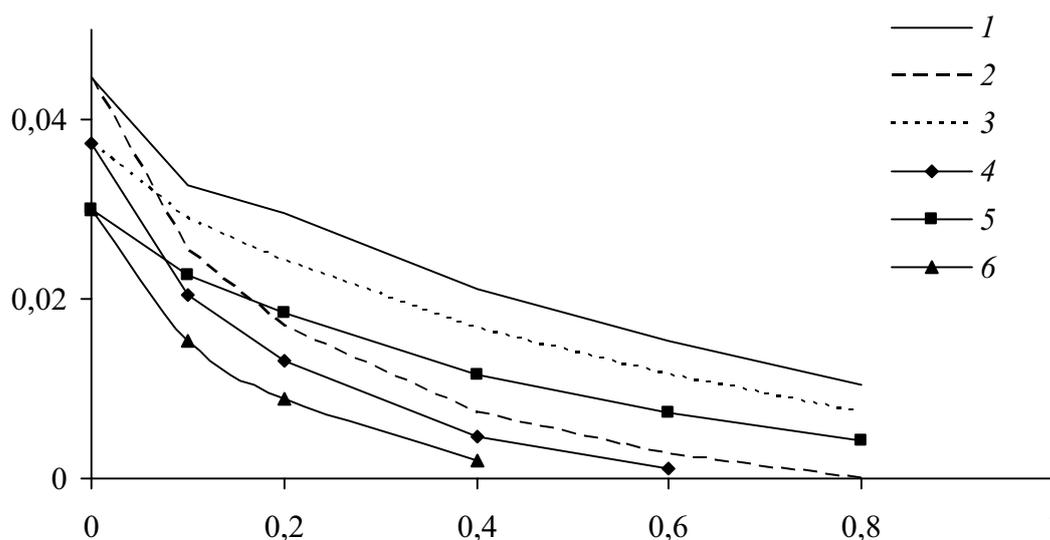


Рис. 7 – Зависимость текущей высоты потока от координаты при различной начальной высоте слоя и скорости гидросмеси: 1 –  $h_0 = 0.12$ ,  $V_z = 5$ ; 2 –  $h_0 = 0.10$ ,  $V_z = 3$ ; 3 –  $h_0 = 0.10$ ,  $V_z = 5$ ; 4 –  $h_0 = 0.08$ ,  $V_z = 1$ ; 5 –  $h_0 = 0.08$ ,  $V_z = 5$ ; 6 –  $h_0 = 0.10$ ,  $V_z = 1$ .

Таким образом, на основе интегральных законов сохранения массы, момента количества движения и энергии разработана математическая модель вращательно-поступательного движения слоя жидкости через цилиндро-конический грохот с истечением жидкости через внешнюю ситовую поверхность.

Математическая модель представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений, определяющих изменение вдоль оси аппарата толщины слоя жидкости, осевой и окружной составляющих скорости, надситового и

подситового продукта, а также текущего давления наддува внутри полости.

Математическая модель позволяет прогнозировать и предотвращать образование внутри аппарата гидравлических прыжков и запираание аппарата. Она также дает возможность определять предельные расходы для заданной конструкции аппарата и достигаемого давления подачи жидкости.

С использованием разработанной математической модели поступательно-вращательного движения жидкости по конической перфорированной поверхности для цилиндроконических грохотов выполнен анализ влияния центробежного эффекта и внутреннего давления наддува на скорость истечения жидкости через ситовую поверхность.

Получены формулы, определяющие расход жидкости через ситовую поверхность, учитывающие центробежный эффект, эффект наддува, а также эффект проточности закрученного потока вдоль ситовой поверхности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Полулях А.Д. Технологические регламенты углеобогачительных фабрик. – Днепропетровск: Национальный горный университет, 2002. – 856 с.
2. Совершенствование режимов работы гидротранспортных установок технологий углеобогащения / Е.Л. Звягильский, Б.А. Блюсс, Е.И. Назимко, Е.В. Семененко. – Севастополь: «Вебер», 2002. – 247 с.
3. Полулях А.Д. Исследование гидроподготовки рядовых углей // Уголь Украины. - 1984. - №3. - С. 36.
4. Пономарев И.В. Дробление и грохочение углей. - М.: Недра, 1970. – 365 с.
5. Рожков В.А., Сидоренко Н.Н., Трайнис В.К. Грохоты для углеобогачительных фабрик. - М.: ЦНИЭИуголь, 1982. - 36 с.
6. Самылин Н.А., Починок В.В. Влияние мелких классов угля на процесс отсадки. В кн. Труды УкрНИИУглеобогащение. Т. 2. - М.: Недра, 1963. - С. 70-84.
7. Бедрань Н.Г. Машины для обогащения полезных ископаемых: учеб. пособие для вузов. Киев-Донецк: Вища школа. Головн. изд-во, 1980. - 416 с.
8. Полулях А.Д. Исследование гидроподготовки рядовых углей // Уголь Украины. - 1984. - №3. - С. 36.
9. Черевко Н.Е., Коткин А.М. Применение цилиндрико-конических сит в схемах углеобогачительных фабрик: ЭИ/ ЦНИЭИуголь. - М. - 1979. - 26 с.
10. Дубинский Ю.М. Некоторые вопросы теории и оценки работы дуговых сит // Обогащение полезных ископаемых. - 1969. - Вып. 2. - С. 17-19.
11. Лопатин А.Г. Центробежное обогащение руд и песков. - М.: Недра, 1987. – 224 с.
12. Doumas M., Laster R. Liquidfilm properties for centrifugal spray nozzles // Chem. Eng. progr. 1953. - Vol. 49.-№ 10. - P. 782-787.
13. Гаркушин Ю.К., Смирнов В.В. Надежность и эффективность оборудования углеобогачительных фабрик. – Днепропетровск: Полиграфист, 1999. – 182 с.
14. Булава Ю.И., Полулях А.Д. Гидрогрохочение и обесшламливание при обогащении углей. – Днепропетровск: Полиграфист, 2000. – 175 с.
15. Булава Ю.И. Исследование основных технологических и конструктивных параметров аэрогидрообесшламливателя АГО-1,5-2000 // Геотехническая механика. Сб. науч. тр. ИГТМ НАН Украины. - Днепропетровск. - 1999. - Вып. 12. - С. 11-17.
16. Шукин В.К., Халатов А.А. Теплообмен, массоперенос и гидродинамика закрученных потоков в осесимметричных каналах. - М.: Машиностроение, 1982. - 200 с.
17. Халатов А.А. Теория и практика закрученных потоков. - К.: Наукова думка, 1989. - 192 с.