

УДК 622.73:621.926.002.75

Дырда В.И., Твердохлеб Т.Е., Лисица Н.И.,
Лисица Н.Н., Рыжков И.Е., Ильюшенок В.В.,
Тымко Н.В.

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА РЕЗИНОМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТА ОБЪЕМНОГО СЖАТИЯ

Розглядається алгоритм розрахунку гумометалевих елементів з врахуванням ефекту об'ємного тиску.

SOME FEATURES OF CALCULATION OF RUBBER-METAL ELEMENTS IN VIEW OF EFFECT OF VOLUME COMPRESSION

The algorithm of calculation of rubber-metal elements is considered in view of effect of volumetric pressure.

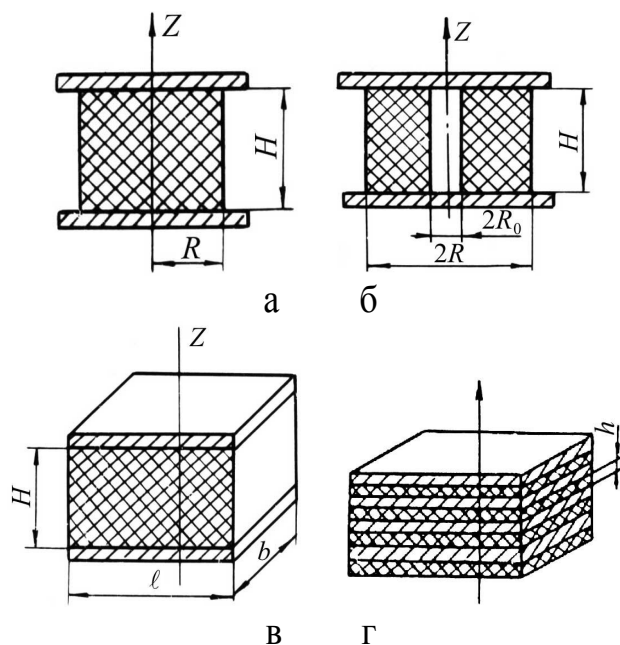
Целью настоящей статьи является расчет коэффициентов жесткости и максимальной температуры диссипативного разогрева металлорезиновых систем базовых форм при статическом и длительном циклическом нагружении с учетом эффектов физической нелинейности и в зависимости от конструктивных особенностей элементов, а также в зависимости от эффектов объемного сжатия, который наблюдается в тонкослойных элементах.

Интервал исследуемых частот 0-100 Гц, диапазон изменения амплитуд деформаций: 0÷10 % при сжатии; 0÷20 % при сдвиге.

В статье приведен расчет жесткостных и диссипативных параметров элементов при произвольном комбинированном нагружении сдвиг-сжатие.

В основе расчетов лежит введение универсального конструктивно-деформационного параметра β , который позволяет установить параметры жесткости и температуры диссипативного разогрева для элементов разной конфигурации, выполненных из наполненных резин, с учетом эффектов физической нелинейности.

Несмотря на разнообразие конструктивных форм металлорезиновых систем резиновых деталей, силовые элементы базируются на двух основных формах: прямоугольной призматической и цилиндрической (рис. 1). Основные виды нагружения: сдвиг, сжатие, комби-



а – сплошной резинометаллический цилиндр; б – полый резинометаллический цилиндр; в – призматический резинометаллический элемент; г – слоистый элемент; е – элемент со сложной формой свободной поверхности ВР

Рис. 1 – Схемы металлорезиновых систем

нированный сдвиг со сжатием при длительном циклическом нагружении. Диапазоны гармонического нагружения: частоты (0÷100) Гц; амплитуды (0÷20) мм. Предварительное статическое нагружение от 3 до 15 % [1, 2]. Используются наполненные резины на основе синтетических каучуков, содержащие 50-60 массовых частей технического углерода. Такие резины демонстрируют при гармоническом нагружении эффекты физической нелинейности в области малых деформаций, проявляющиеся в зависимости динамических характеристик материала от амплитуд напряжений и деформаций [3-6]; в случае использования тонкослойных элементов (при достаточно больших величинах отношения радиуса элемента к толщине слоя резин) возможно проявление эффекта объемного сжатия [7].

Теоретические предпосылки

Резинометаллические детали машин представляют собой достаточно массивные элементы, выполненные из наполненных резин, в связи с чем, их жесткостные и диссипативные параметры определяются в результате решения связанной задачи нелинейной термовязкоупругости.

Методика расчета жесткостных и диссипативных параметров элементов строится в результате осуществления следующих этапов исследований:

- решение связанной задачи нелинейной термовязкоупругости применительно к заданным конфигурациям элементов с целью определения их характеристик в определенном диапазоне изменения геометрических размеров, частот и амплитуд нагружения;
- выбор наиболее удобных для исследований механических характеристик, через которые достаточно просто могут быть выражены жесткостные параметры элементов;
- построение приближенных соотношений для расчета жесткостных характеристик элементов путем использования установленных закономерностей; оценка их точности.

Ниже последовательно излагаются основные положения и предпосылки, необходимые для реализации указанных этапов исследования.

При теоретических исследованиях резиновые детали рассматриваются как изотропные нелинейно-вязкоупругие тела в форме призмы прямоугольного сечения $|x| \leq \ell$, $|y| \leq h$ и цилиндра $R_0 \leq r \leq R$, $|z| \leq h$ подверженные кинематическому возбуждению по торцам $y, z = \pm h$. Боковые поверхности свободны от нагрузки. На поверхности элементов осуществляется теплообмен по закону Ньютона.

Для указанных условий нагружения в элементах реализуется простое (моnofазное) деформированное состояние [3] и расчетная схема имеет тот же вид, что и в линейной вязкоупругости

$$\tilde{\sigma}_{ij} = 0, \quad c\dot{\theta} = k(\theta_{,i})_{,i} + \bar{D}', \quad (1)$$

$$\tilde{\sigma}_{ij} = 2\tilde{G} \left(\tilde{\epsilon}_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \tilde{\epsilon}_{kk} \delta_{ij} \right), \quad \tilde{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\tilde{u}_{ij} + \tilde{u}_{ji}), \quad (2)$$

$$\bar{D}' = \frac{\omega}{2} (\sigma''_{ij} \varepsilon'_{ij} - \sigma'_{ij} \varepsilon''_{ij}), \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (3)$$

где $(\tilde{\tau}) = (\cdot)' + i(\cdot)''$ – комплексная амплитуда;
 c и k – коэффициенты объемной теплоемкости и теплопроводности;
 \tilde{G} и ν – модуль сдвига и коэффициент Пуассона;
 $\tilde{\sigma}_{ij}, \tilde{u}_{ij}$ – компоненты тензоров напряжений и перемещений;
 ω – частота нагружения.

Нагружение характеризуется следующими граничными условиями:

для призматических элементов сжатия

$$\begin{aligned} \tilde{u}_y = u_{0y}, \quad \tilde{u}_x = 0, \quad y = \pm h; \\ \tilde{\sigma}_x = 0, \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0, \quad x = \pm \ell; \end{aligned} \quad (4)$$

для призматических элементов сдвига

$$\begin{aligned} \tilde{u}_y = 0, \quad \tilde{u}_x = u_{0x}, \quad y = \pm h, \\ \tilde{\sigma}_x = 0, \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0, \quad x = \pm \ell; \end{aligned} \quad (5)$$

для цилиндрических элементов сдвига

$$\begin{aligned} \tilde{u}_z = \pm u_{0z}, \quad \tilde{u}_r = 0, \quad z = \pm h, \\ \tilde{\sigma}_r = 0, \quad \tilde{\sigma}_{rz} = 0, \quad r \in [R_0, R]; \end{aligned} \quad (6)$$

для цилиндрических элементов при сдвиге вдоль оси

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{rr} = u_{ox} \cos \theta, \quad \tilde{u}_{\theta\theta} = -u_{ox} \sin \theta, \quad u_{zz} = 0 \quad z = h \\ u_{rr} = \tilde{u}_{\theta\theta} = \tilde{u}_{zz} = 0, \quad z = -h \\ \tilde{\sigma}_{rz} = \tilde{\sigma}_{rr} = \tilde{\sigma}_{r\theta} = 0, \quad r \in [R_0, R] \end{aligned} \quad (7)$$

Комбинированное нагружение сжатие-сдвиг призматических элементов в общем случае описывается граничными условиями:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_y = u_{0y} \cos \varphi, \quad \tilde{u}_x = u_{0x} \sin \varphi, \quad y = 2h, \\ \tilde{u}_y = 0, \quad \tilde{u}_x = 0, \quad y = 0, \\ \tilde{\sigma}_{xx} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{yy} = 0, \quad x = \pm \ell, \\ u_{0i} = u'_{0i} \cos \omega t - u''_{0i} \sin \omega t = |u_{0i}| \cos(\omega t + \varphi_{0i}) \end{aligned} \quad (8)$$

где φ_{0i} – фазы колебаний, $i = x, y$.

Аналогичные граничные условия имеют место для цилиндрических элементов.

Тепловые граничные условия имеют вид:

для призматических элементов

$$\begin{aligned} \theta_{,x} \pm \alpha_1 k^{-1} (\theta - \theta_c) = 0, \quad y = \pm h, \\ \theta_{,y} \pm \alpha_2 k^{-1} (\theta - \theta_c) = 0, \quad x = \pm \ell; \end{aligned} \quad (9)$$

для цилиндрических элементов

$$\begin{aligned} \theta_{,z} \pm \alpha_1 k^{-1} (\theta - \theta_c) = 0, \quad z = \pm h, \\ \theta_{,r} \pm \alpha_2 k^{-1} (\theta - \theta_c) = 0, \quad r \in [R_0, R]. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь α_1, α_2 – коэффициенты теплоотдачи. Начальное распределение температуры дается равенством

$$\theta(x_i, 0) = \theta_0(x_i). \quad (11)$$

В принятых соотношениях $\theta_0(\vec{x}, t)$, $\tilde{u}_{0i}(\vec{x}, t)$ – медленно изменяющиеся функции времени и амплитуд.

Зависимость комплексного модуля сдвига от температуры, частоты и амплитуды деформации на основании экспериментальных данных [1, 3, 5] имеет вид

$$\tilde{G} = \tilde{G}(\omega, \theta, e) = G_L^{i''}(\omega, \theta) F^{i''}(e), \quad (12)$$

где $G_L^{i''}(\omega, \theta)$ – модули сдвига линейной теории вязкоупругости, отвечающие очень малым деформациям $\varepsilon = 0,5\%$ [2, 3, 5];

e – интенсивность амплитуды девиатора деформации;

$$e = (e'_{ij} \cdot e'_{ij} + e''_{ij} \cdot e''_{ij})^{1/2},$$

$$\tilde{e}_{ij} = \tilde{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij}, \quad |\tilde{\varepsilon}| = (\varepsilon_{ij}'^2 + \varepsilon_{ij}''^2)^{1/2}, \quad \tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_{kk};$$

$F^{i''}$ – функции, удовлетворяющие условиям $F'(0) = F''(0) = 1$.

Объемное поведение материала моделируется гипотезой $\tilde{\nu} = \nu' = \text{const} = 0,495$, что характерно для элементов из слабосжимаемых эластомеров с достаточно развитой свободной поверхностью.

Решение связанной задачи (1) – (12) позволяет после конкретизации входящих в нее величин рассчитать поля напряжений, а также комплексный параметр $\tilde{\beta}_n = \beta' + i\beta''$ согласно формулам [8-10]:

для призматических элементов

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}_n &= \frac{\tilde{E}_k}{E_0} = \ell^{-1} \int_0^\ell \frac{\sigma_{yy}(x, h) dx}{E_0 \varepsilon_0}; \\ \tilde{\beta}_\tau &= \frac{\tilde{G}_k}{G_0} = \ell^{-1} \int_0^\ell \frac{\tilde{\sigma}_{xy}(x, h) dx}{G_0 \gamma_0}; \end{aligned} \quad (13)$$

для цилиндрических элементов

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}_n &= 2(R^2 - R_0^2)^{-1} \int_{R_0}^R \frac{r \tilde{\sigma}_{zz}(r, h) dr}{E_0 \varepsilon_0}; \\ \tilde{\beta}_\tau &= \frac{1}{S} \int_S \frac{t_x dS}{G_0 \gamma_0}, \quad t_x = \sigma_{zr} \cos \theta' - \sigma_{z\theta} \sin \theta', \end{aligned} \quad (14)$$

где индексы n, τ отвечают соответственно сжимающим и сдвигающим усилиям;

S – площадь приложения нагрузки;

G_0, E_0 – некоторые отсчетные модули:

$$G_0 = \tilde{G}_L(\omega, \theta_0), \quad E_0 = \tilde{E}_L(\omega_0, \theta_0),$$

$$\varepsilon_0 = u_0(y, z)/h, \quad \gamma_0 = u_{0x}/h.$$

Параметры типа $\tilde{\beta}$ являются самыми удобными для исследований. Они безразмерны, при фиксированном значении коэффициента Пуассона ν зависят только от геометрии элемента и являются его универсальной характеристикой. Коэффициенты

$\tilde{\beta}$ дают исчерпывающую информацию о механическом поведении элементов, поскольку в полной мере характеризуют кажущиеся модули накопления и потерь

$$\tilde{E}_k = \tilde{\beta}_n E_0, \quad \tilde{G}_k = \tilde{\beta}_\tau G \quad \text{или} \quad E_k'' = \beta_n'' E_0, \quad G_k'' = \beta_\tau'' G_0, \quad (15)$$

определяют коэффициенты жесткости элементов в зависимости от амплитуды нагружения через амплитудно-зависимые модули \tilde{E}_k, \tilde{G}_k

$$\tilde{C}_n = \tilde{E}_k \cdot S/H, \quad \tilde{C}_\tau = \tilde{G}_k \cdot S/H. \quad (16)$$

Коэффициенты $\tilde{\beta}$, включая в себя также информацию о конструкционном выполнении элементов, являются, таким образом, конструктивно-деформационным параметром, характеризующим деформационные свойства элементов.

В работах [8, 10] проведено обоснование универсальных параметров типа β как объектов исследования, однозначно определяющих все характеристики элементов (силовые и диссипативные) при циклическом деформировании.

Расчет $\tilde{\beta}$ производится по формулам (13) – (14) путем решения задачи (1) – (11) методом типа переменных параметров упругости в сочетании с МКЭ при конкретизации (9), (10), (12) свойствами модельной резины [3, 9], обладающей существенной нелинейностью в области малых деформаций ($0 \leq \gamma \leq 0,15$). Значения геометрических размеров варьируются в пределах $0,2 \leq y = h/l \leq 1$; $0,2 \leq z_0 = h/R \leq 1$. Данные экспериментальных исследований (12) обобщаются на случай многоосной деформации с помощью соотношения $e = \gamma/\sqrt{2}$ [3, 9]

$$F''(e) = G''(\sqrt{2}e)/G_L''.$$

Расчет жесткостных параметров цилиндрических резинометаллических элементов с учетом эффектов объемного сжатия.

Расчет жесткости будем производить по формуле [3]

$$\beta = \frac{\tilde{E}_k}{\tilde{E}} = \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu) + 15,42\nu(1-\nu)y_0^2}, \quad (17)$$

где \tilde{E} и \tilde{E}_k – истинный и кажущийся модули Юнга;

$y_0 = h_p/R$ (h_p – толщина резинового слоя, R – радиус цилиндра).

Из (17) вытекает предельное равенство для элементов малой толщины в виде

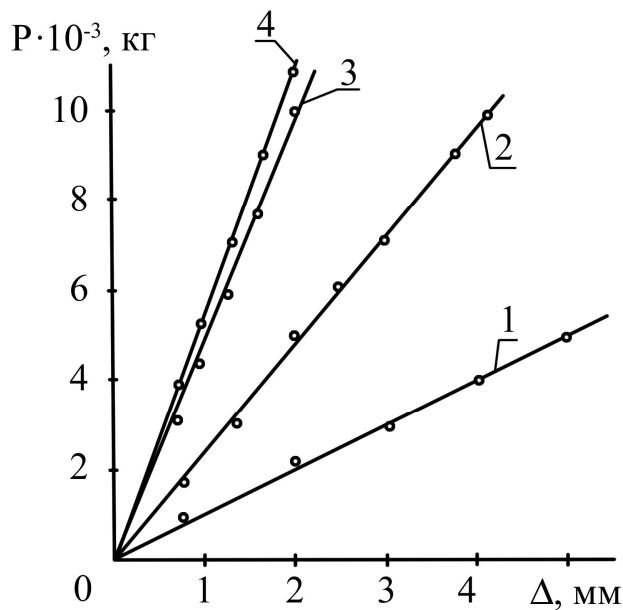
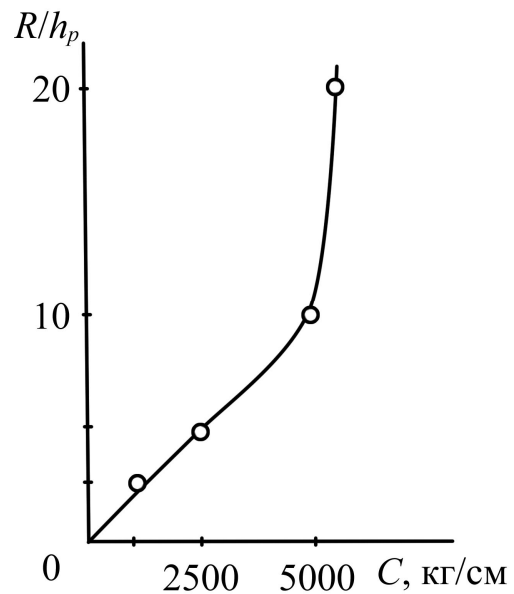
$$\lim_{y_0 \rightarrow 0} \beta = \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}. \quad (18)$$

Осюда следует, что при уменьшении толщины слоя резины жесткость элемента стремится к некоторому предельному значению, в частности

$$\tilde{E}_k \cong \frac{E}{3(1-2\nu)} = K, \quad (19)$$

где K – модуль объемного сжатия.

При $\nu \cong 0,5$ напряженное состояние в тонкослойных элементах близко к всестороннему сжатию. Известно, что особенностью поведения резины в этом случае является существенный рост коэффициента жесткости при уменьшении толщины

Рис. 2 – Зависимость $P \sim \Delta$ Рис. 3 – Зависимость $R/h_p \sim C$

$$\lim_{\nu \rightarrow 0,5} \beta = \frac{1}{c y_0^2},$$

где постоянная c не зависит от y_0 .

Экспериментальные исследования

Цель эксперимента: установить величины соотношений R/h_p , при которых возникает эффект объемного сжатия.

Исследованиям подлежали резинометаллические элементы цилиндрической формы с различной толщиной резинового слоя h_p (см. таблицу). Металлическая арматура была присоединена к резиновому массиву в процессе вулканизации. В таблице приняты следующие обозначения: h_m – толщина металла (для всех элементов $h_m = 5$ мм); n – количество испытываемых элементов в стопке; p – сила при сжатии элементов; Δ – деформация стопки элементов; C – статическая жесткость стопки элементов при сжатии и выдержке под нагрузкой не менее 30 мин. Элементы изготавливались из средненаполненной резины типа 2959.

Исследования проводились на универсальном стенде FP100/1 с автоматической записью кривой «нагрузка-деформация». Предварительно все элементы подвергались тренировке: трехкратному деформированию с последующей разгрузкой, скорость нагружения 0,2 мм/сек.

Результаты испытаний приведены в таблице и на рис. 2 и рис. 3. Как видно (см. рис. 2), зависимость $P(\Delta)$ при деформации сжатия до $\varepsilon \leq 0,1$ практически линейна.

Соотношение $R/h_p \sim C$ (рис. 3) показывает, что в тонкослойных элементах при $R/h_p > 10$ возникает всестороннее сжатие.

Выводы. Экспериментально установлено, что в тонкослойных резинометаллических элементах при $R/h_p > 10$ возникает эффект объемного сжатия; при учете этого эффекта в случае определения жесткостных параметров для тонкослойных элементов следует модуль Юнга E заменять на модуль объемного сжатия K .

№	h_p , мм	n	Δ , мм	p , кг	R/h_p	C , кг/см	h_m , мм
1	40	1	2	2,100	2,5	1050	5
2	20	2	2	5000	5	2500	5
3	10	4	2	10000	10	5000	5
4	5	8	2	10800	20	5400	5

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Потураев В.Н., Дырда В.И., Круш И.И. Прикладная механика резины. - Киев: Наук.думка, 1980. -260 с.
2. Дырда В.И. Прочность и разрушение эластомерных конструкций в экстремальных условиях. – Киев: Наук. думка, 1988. – 232 с.
3. Термомеханика эластомерных элементов конструкций при циклическом нагружении / Потураев В.Н., Дырда В.И., Карнаухов В.Г., Сенченков И.К., Козлов В.И., Мазнецова А.В. – Киев: Наук. думка, 1967. – 268 с.
4. Payne A.R. Histeresis in rubber vulcanisates // 117 Polim. Sci. Symp. - 1974. – N 48. - P. 169-106.
5. Dean G.D., Duncan J.C., Jonson A.F. Determination of nonlinear dynamic properties of carbon-filled rubber // Polym. Test. - 1984. – N 4. - P. 225-249.
6. Дырда В.И., Твердохлеб Т.Е., Шолин М.К. Особенности квазистатических расчетов металлорезиновых систем / Геотехническая механика. Межвед. сб. научн. трудов. – Днепропетровск. – 2003. – Вып. 43. – С. 146-187.
7. Расчет слоистых резинометаллических виброизоляторов / В.И. Дырда, Г.Н. Голуб, А.В. Мазнецова, М.В. Мажаров; ИГТМ АН Украины. – Днепропетровск, 1989. – 11 с. – Деп. в ВИНТИ 22.11.89, № 6987-В89.
8. Мазнецова А.В. Разработка прикладных методов расчета силовых резиновых деталей горных вибрационных транспортных машин: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.05.06 / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск. – 1990. – 17 с.
9. Расчет стационарных колебаний и диссипативного разогрева нелинейных вязкоупругих тел при периодическом нагружении / Сенченков И.К., Дырда В.И., Козлов В.И., Терещенко О.П., Мазнецова А.Б. // Прикладная механика. – 1986. – 22, № 6. – С.49-55.
10. Дырда В.И., Сенченков И.К., Мазнецова А.В., Твердохлеб Т.Е. Универсальный конструкционно-деформационный параметр и β -метод в механизме деформирования резиновых деталей // Тр. II Международного симпозиума по механике эластомеров, июнь 1997 г. – Днепропетровск: Полиграфист, 1997. – С. 204-234.

УДК 622.647.2

Кирия Р.В., Максютенко В.Ю., Мостовой Б.И.

О КРИТИЧЕСКОМ УГЛЕ НАКЛОНА ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ЛОТКА

Вивчено питання руху по лотку насипного вантажу з урахуванням його структурно-механічного стану. Знайдено значення критичного кута нахилання лотка до горизонту з урахуванням співвідношення діаметру частинок насипного вантажу до глибини потоку. Це дозволяє вибрати кути нахилання лотка, які виключають завали та стрибки швидкості потоку.

ON CRITICAL ANGLE OF INCLINE OF RECTILINEAR CHUTE

The question of movement of piled up load on the chute with regard for its structural and mechanical condition is studied. The value of critical angle of chute incline to the horizon with regard for the correlation of diameter of fractions to the depth of flow is found, that allows to choose the angles of its incline under which blockages and sudden changes of the flow speed are excluded.

Опыт эксплуатации конвейерных линий на горных предприятиях показал их низкую надежность и эффективность работы из-за частых отказов перегрузочных узлов. При этом одной из главных причин, вызывающих отказы перегрузочных узлов ленточного конвейера, являются завалы лотков.

Анализ литературных источников показал, что процесс движения насыпного груза по лотку недостаточно изучен. В них в полной мере не учитывается структурно-