- суммарная стоимость монтажных работ, $\Sigma C_м$;
- суммарная стоимость монтажно-демонтажных работ при замене разрушенных элементов футеровки (плит, лифтеров и т.д.), $\Sigma C_{Дб}$.

Таким образом, выражение для индекса качества мельниц одного типа с различными конструкциями резиновых футеровок можно представить как соотношение основных показателей мельницы (M) с новой футеровкой к аналогичным показателям мельницы ($M_б$) с базовой футеровкой, т.е.:

$$I_k = \frac{M}{M_б} \cdot 10 \cdot \left(\frac{P}{P_б} \cdot \frac{N}{N_б} \cdot \frac{q}{q_б} \cdot \frac{\eta}{\eta_б} \cdot \frac{t^*}{t^*_б} \cdot \frac{Q}{Q_б} \cdot \frac{\sum C_ф}{\sum C_{фб}} \cdot \frac{\sum C_м}{\sum C_{мб}} \cdot \frac{\sum C_Д}{\sum C_{Дб}} \right).$$

Здесь коэффициент 10 взят для удобства использования индекса качества в инженерной практике.

Индекс качества в принятом варианте может быть использован предприятиями-потребителями при выборе приемлемой конструкции резиновой футеровки для заданных условий эксплуатации мельницы.

УДК 678.4:539.3

Лисица Н.И., Заболотная Е.Ю., Агальцов Г.Н.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ УДАРА ДЛЯ РАСЧЕТА РЕЗИНОВЫХ ЗАЩИТНЫХ ФУТЕРОВОК

В статті подано короткий огляд робіт з теорії удару та запропоновано метод розрахунку гумових захисних футеровок при ударних навантаженнях.

APPLICATION OF THE THEORY OF IMPACT FOR CALCULATION OF RUBBER PROTECTIVE LINERS

In paper brief survey of publications of the theory of shock presented and the computational method of rubber protective liners is offered at shock loads.

Идея применения защитных покрытий (футеровок) для рабочих органов машин не нова и уже давно используется, например, при обогащении угля и руды в мельницах, классификаторах, ситах грохотов, в вибромашинах, работающих на выпуске и доставке руды (вибропитателях).

Процесс разрушения футеровки имеет пространственную форму и осуществляется во времени, от нескольких часов до нескольких лет.

Процессы, касающиеся непосредственно футеровки и, прежде всего, ее долговечности и специфики разрушения, происходят непосредственно на границе загружаемый материал – поверхность футеровки. Именно в этой области происходят практически все процессы, определяющие особенности характера разрушения футеровки; ударные нагрузки, абразивно-усталостный износ, усталостное разрушение, ударно-абразивный износ и т.д.

Разработкой защитных футеровок рудоразмольных мельниц и их исследованием занимается Чижик Е.Ф. [6].

Нами ранее, совместно с Надутым В.П., проведены исследования [1] серийных вибропитателей с различной толщиной резиновой футеровки рабочего органа при ударных и взрывных нагрузках.

Условия работы и конструкция вибромашин, работающих на выпуске и доставке руды, существенно отличаются от других машин. Определяющим здесь является не столько износ, сколько ударные и взрывные нагрузки, от которых необходимо защитить машину.

Анализ результатов исследований позволяет рекомендовать выбор рациональной толщины футеровки по трем факторам: напряжениям, допускаемым деформациям и величине износа.

Исследования были выполнены с применением классического метода механики, созданного Герцем и впоследствии развитого в работах С.П. Тимошенко и Н.А. Кильчевского [2, 3].

В данной статье приведем краткий обзор работ в этой области и наиболее приемлемый, с точки зрения наших разработок, метод расчета резиновых защитных футеровок при ударных нагрузках.

Теория соударения твердых тел за последние годы получила широкое развитие. Количество исследований в этой области механики непрерывно возрастает в связи с проблемами, выдвигаемыми развитием новой техники.

Аналитическое описание процесса удара довольно сложное, поэтому все исследователи обращаются к различным упрощающим предположениям и моделям.

Основные направления исследований по фундаментальным и прикладным работам по теории удара кратко можно сформулировать следующим образом:

- элементарная теория Ньютона – основана на введении коэффициента восстановления скорости при ударе, который зависит исключительно от внутренних свойств веществ соударяющихся сил и не зависит от кинематических характеристик движения тел в момент времени, предшествующей удару. Для абсолютно упругих тел этот коэффициент равен 1. Для всех твердых тел [0,1]. Ньютоновский коэффициент не отображает физических свойств даже изотропных упругих тел;
- волновая теория удара – теория Сен-Венана методы теории упругости были применены к изучению процесса соударения твердых тел. Найдено отклонение коэффициента восстановления от Ньютоновского. Оно зависит не от свойств веществ соударяющихся тел, а от перераспределения механической энергии в консервативной системе;
- исследования по динамическим контактным взаимодействиям между телами при ударе – работы Герца. Герц рассматривает прямой центральный удар. Решает статическую контактную задачу и распространяет полученные результаты на динамическое контактное взаимодействие. Здесь введены ограничения на параметры, характеризующие внутренние и физические свойства соударяющихся тел, в первую очередь на относительную скорость их центров инерции в момент начального контакта их поверхностей.

Герц полагал, что эффекты, определяющие развитие процесса удара охватывают лишь небольшие области внутри тел, примыкающие к поверхности контакта. Остальные части тел не деформируются при ударе, т.е. движутся как абсолютно твердые тела.

Задача о прямом центральном соударении упругих тел сводится к задаче о соударении двух материальных точек с находящимися между ними упругим элементом. Этот элемент можно моделировать пружиной с нелинейной зависимостью между сжимающей силой и уменьшением длины пружины. Коэффициент восстановления по теории Герца так же равен единице. Это относится к недостаткам этой теории, т.к. коэффициент восстановления не зависит от массы, формы и размеров соударяющихся тел.

Однако теория Герца в настоящее время является единственной, содержащей локальное исследование процессов, сопровождающих удар.

В общем случае исследование динамики соударяющихся тел сопряжено с почти непреодолимыми трудностями. Поэтому различные видоизменения теории соударений тел с тремя невырожденными изменениями всегда основываются хотя бы на части упрощающих предположений Герца.

Остановимся подробно на локальной теории удара Герца. Теория Герца применима, если продолжительность удара значительно превосходит период наиболее медленных собственных колебаний соударяющихся тел.

Исходное уравнение теории Герца

$$\frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -P, \tag{1}$$

где m_1, m_2 – массы тел,

P – сила взаимодействия,

α – местное сжатие, $\alpha = kP^{2/3}$,

Если приинять $P = k_1\alpha^{3/2}$, тогда (1) примет вид

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -k_1 k_2 \alpha^{3/2},$$

где $k_2 = \dfrac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}$.

Максимальные сила взаимодействия $P_{\max}$ и продолжительность удара $T_{\max}$ определяются соотношениями

$$P_{\max} = k_1 \left(\frac{5}{4} \frac{v_0^2}{k_1 k_2} \right)^{3/5};$$

продолжительность удара

$$T_{\max} = 2 \int\limits_0^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\sqrt{v_0^2 - \frac{4}{5} k_1 k_2 \alpha^{5/2}}},$$

где $v_0 = \dfrac{d\alpha}{dt}$.

Максимальное нормальное напряжение в центре двух соприкасающихся поверхностей будет

$$\sigma_{\max} = \sqrt{\frac{0,235q\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)^2}{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)^2}},$$

где q – усилие в зоне контакта тел;

R_1 , R_2 – радиусы шаров;

E_1, E_2 – модули упругости шаров.

Теория С.П. Тимошенко о поперечном ударе о стержень объединяет наиболее существенные положения теории Сен-Венана и теории Герца. Тимошенко вводит в рассмотрение местные деформации ударяющего тела и балки [3].

Расчетная схема выглядит следующим образом. На середину балки, свободно лежащей на опорах, падает тяжелое тело, имеющее в момент соприкосновения с поверхностью балки скорость v_0. Под действием удара в балке и в теле возникают местные деформации и поперечные колебания балки. Смещения тела будут состоять из части, зависящей от местного сжатия, и части, определяющейся динамическими прогибами балки. Динамические прогибы балки постоянной жесткости удовлетворяют следующему дифференциальному уравнению:

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -\gamma\frac{F}{g}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + q(x,t), \qquad (2)$$

где EI – жесткость балки;

γ– удельный вес материала балки;

F – площадь поперечного сечения;

$q(x, t)$ – переменная нагрузка;

y – прогиб.

Решение (2) имеет вид

$$y = \frac{2g\ell}{\pi^2\gamma Fa}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}\int_0^{\ell} P(t)\sin\frac{a\pi^2(2n-1)^2}{\ell^2}(t-t_1)\,dt,$$

где ℓ – длина балки; $a^2 = \dfrac{gEI}{\gamma F}$.

Если полное смещение падающего тела S, местное сжатие α, тогда $S = \alpha + y$. S удовлетворяет дифференциальному уравнению движения

$$m_1\frac{d^2S}{dt^2} = -P(t),$$

где m_1 – масса падающего тела.

Отсюда $S = v_0 t - \frac{1}{m_1}\int\limits_0^t\int\limits_0^{t_1} P(t_2)\,dt_2 dt_1$.

С учетом формулы Герца $\alpha = kP^{2/3}$, получаем известное функциональное уравнение теории удара С.П. Тимошенко [3]

$$v_0 t - \frac{1}{m_1}\int\limits_0^t\int\limits_0^{t_1} P(t_2)\,dt_2 dt_1 = kP^{2/3} + \frac{2g\ell}{\pi^2 \gamma F a}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}\int\limits_0^t P(t)\sin\frac{a\pi^2(2n-1)^2}{\ell^2}(t-t_1)\,dt.$$

Это уравнение решается численными методами. Тимошенко обнаружил неизвестные ранее детали в применении силы взаимодействия между ударяющим телом и стержнем и строго установил возможность возникновения повторных ударов, возникающих через малые промежутки времени, соизмеримые с периодом наиболее медленных собственных поперечных колебаний стержня.

Задачи, рассмотренные Тимошенко, лежат на границе области применимости статической теории Герца о сжатии упругих тел к задачам динамики.

Соударение упругих тел при наличии локальных и общих деформаций было рассмотрено Кильчевским [2].

В частности решена задача о поперечном ударе упругого тела о прямоугольную пластину со свободно опертым контуром.

Дифференциальное уравнение поперечных колебаний пластины имеет следующий вид:

$$\nabla^4 w \equiv \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{k_1}{D}w - \frac{\rho}{D}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{q(x,y,t)}{D}, \qquad (3)$$

где ρ – масса, приходящаяся на единицу площади срединной плоскости пластины;
D – жесткость;
$k_1 w$ – реакция упругого основания;
q – нагрузка на единицу площади;
w – прогиб.

Применяя к уравнению (3) интегральное преобразование, получаем

$$\frac{\partial^4 w^*}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w^*}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w^*}{\partial y^4} + \frac{\rho}{D}\left(p^2 + \frac{k_1}{\rho}\right)w^* = \frac{q^*(x,y,p)}{D}$$

Решение находим в форме Навье

$$w^*(x,y,p) = \sum_{m,n} A_{mn}\sin\frac{\pi m x}{a}\sin\frac{\pi n y}{b},$$

где a, b – стороны пластины.

Функция Грина имеет вид:

$$G^*\left(\frac{a}{2},\frac{b}{2},q\right) = C\sum_{m,n}\frac{1}{q^2 + \mu_{mn}^4},$$

где $C = \frac{4_{m1}}{ab\rho}$; $\mu_{mn}^4 = \frac{m_1^{4/5}k_m^{6/5}}{V_0^{2/5}}\left\{\frac{k_1}{\rho} + \frac{D}{\rho}\left[\frac{\pi^2}{a^2}(2m-1)^2 + \frac{\pi^2}{b^2}(2n-1)^2\right]^2\right\}$.

Для определения силы взаимодействия $P(\tau)$ применяется теорема Бореля [4]

$$P(\tau) \cong \left(\frac{m_1 V_0^2}{k}\right)^{3/5} \left[f_3(\tau) - \int_0^\tau f_3(\tau_1) \frac{df_2(\tau - \tau_1)}{d\tau} d\tau_1 \right]$$

$P(\tau)$ определяется в квадратурах через табулированные функции переменной τ, элементарные функции и интегралы Френеля.

Для нахождения решения в аналитической форме к уравнениям эластодинамики и краевым условиям применяется метод интегрального преобразования по Лапласу-Карсону. Этим методом решается широкий класс задач теории соударения твердых тел. Однако и этот способ приводит к противоречиям.

Соударение твердых тел вызывает возникновение вторичных эффектов в соударяющихся телах, в первую очередь термомеханических эффектов.

Рассмотрим два изотропных упругих тела с идеально гладкой поверхностью, которые касаются друг друга в точке 0. Точка 0 – начало прямоугольных прямолинейных координат, оси $0x$ и $0y$ – в касательной плоскости к поверхностям обоих тел, ось $0z$ – по нормали.

Тела прижаты друг к другу нормальной силой P, вследствие упругих деформаций они соприкасаются по некоторой части своих поверхностей около т. 0 – поверхность давления, а ее контур – контур давления. Задача о сжатии соприкасающихся тел состоит в определении формы и величины поверхности давления, сближения тел, перемещения и напряжения материала в различных точках обоих тел по заданным геометрическим и физическим постоянным и силе, сжимающей тела.

Основные уравнения упругого равновесия имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} &\Delta^2 u + \frac{1}{1-2\nu}\frac{\partial\Delta}{\partial x} = 0; \\ &\Delta^2 v + \frac{1}{1-2\nu}\frac{\partial\Delta}{\partial y} = 0; \\ &\Delta^2 w + \frac{1}{1-2\nu}\frac{\partial\Delta}{\partial z} = 0, \end{aligned} \tag{4}$$

где u, v, w – проекции перемещений на оси x, y, z;

ν – постоянная Пуассона;

Δ^2 – оператор Лапласа;

$\Delta^2 u$, $\Delta^2 v$, $\Delta^2 w$ – означает операцию Лапласа – $\Delta^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ и т.д.

Δ – объемное расширение, $\Delta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$.

Решение дифференциальных уравнений (4) – решения Герца.

За контур поверхности давления принимается эллипс. Полуоси эллипса a и b.

При этом нормальная сжимающая сила P представляет собой потенциал бесконечно сжатого эллипсоида, контуром которого служит эллипс давления $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$.

$$P=\frac{3p}{16\pi}\int_{\lambda}^{\infty}\frac{1-\frac{x^2}{a^2+\lambda}-\frac{y^2}{b^2+\lambda}-\frac{z^2}{\lambda}}{\sqrt{\left(a^2+\lambda\right)\left(b^2+\lambda\right)}}d\lambda, \tag{5}$$

где λ – положительный корень уравнения

$$\frac{x^2}{a^2+\lambda}+\frac{y^2}{b^2+\lambda}+\frac{z^2}{\lambda}=1$$

и эллиптическая координата т. (x, y, z).

Во внешнем относительно эллипсоида пространстве P удовлетворяет уравнению Лапласа.

$$\Delta^2 P=\frac{\partial^2 P}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 P}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 P}{\partial z^2}=0. \tag{6}$$

Касательные напряжения имеют вид

$$\begin{aligned} X_z&=G\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)=2G\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Pi}{\partial z}+\frac{4\left(1-\nu^2\right)}{E}P\right),\\ Y_z&=G\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)=2G\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Pi}{\partial z}+\frac{4\left(1-\nu^2\right)}{E}P\right). \end{aligned} \tag{7}$$

или, учитывая, что $E = 2G(1+\nu)$, получим

$$X_z=-2z\frac{\partial^2 P}{\partial x\partial z};\quad Y_z=-2z\frac{\partial^2 P}{\partial y\partial z}$$

На поверхности тел при $z = 0$, $X_z = Y_z = 0$.

Нормальные напряжения

$$Z_z=2G\left(\frac{\partial w}{\partial z}+\frac{\nu}{1-2\nu}\Delta\right), \tag{8}$$

или

$$Z_z=-2z\frac{\partial^2 P}{\partial z^2}+2\frac{\partial P}{\partial z} \tag{9}$$

На поверхности тела $Z_z=2\frac{\partial P}{\partial z}$.

Учитывая (5) нормальные напряжения приобретают вид

$$Z_z=\frac{-3P}{2\pi ab}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}. \tag{10}$$

По всей поверхности эллипса давление будет

$$P=-\iint Z_z ds.$$

Одним из основных критериев надежной работы футеровки является правильный выбор ее толщины из соображений максимальных допустимых напряжений. Расчет оптимальной толщины футеровки представляет собой довольно сложную динамическую и прочностную задачу.

На первом этапе исследований рассмотрим прямой центральный удар двух тел, в предположении, что тела движутся по линии, соединяющей их центры инерции, со скоростями v_1 и v_2. Относительная скорость тел $V = v_1 - v_2$. При соприкосновении тела начнут деформироваться, и кинетическая энергия относительного движения перейдет частично в потенциальную энергию деформаций, частично в энергию упругих волн. Первая часть времени удара – от момента первого касания тел до момента наибольшего сжатия. Вторая часть – от момента наибольшего сжатия до момента последнего касания [5].

По закону сохранения количества движения общая скорость u в момент наибольшего сжатия будет

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2},$$

где m_1, m_2 – масса тел,
потерянная энергия

$$T_1 = \frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} V^2 .$$

Если ввести время t – момент наибольшего сжатия, то приращение энергии будет

$$\Delta T = \frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\left(V^2 - \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2\right),$$

или $$\Delta T = \Pi + E,$$

где E – энергия упругих колебаний;
Π – потенциальная энергия деформаций;
α – сближение тел.

Потенциальная энергия деформации

$$\Pi = \int_0^{\alpha} P d_{\alpha}^2, \quad \alpha = c_2 p^{2/3},$$

где p – давление одного тела на другое,
c_1, c_2 – коэффициенты

$$c_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2};$$

$$c_2 = F_1(k)\sqrt[3]{\frac{9(v_1 + v_2)^2 k^2 (K_{11} + K_{12} + K_{21} + K_{22})}{128\pi^2 E_1(k)}}.$$

Тогда

$$\Pi = \frac{2}{5} c_2 p^{5/3},$$

$$\frac{1}{2c_1}\left(V^2 - \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2\right) = \frac{2}{5} c_2 p^{5/3} + E, \tag{11}$$

где $K_{11} = K_{12} = K_1 = \dfrac{1}{R_1}$; $K_{21} = K_{22} = K_2 = \dfrac{1}{R_2}$; $F_1(k) = E_1(k) = \dfrac{\pi}{2}$; $k = 1$.

В момент окончания первой части удара, когда относительная скорость u обращается в нуль, при этом наибольшее давление p будет

$$p = \left(\frac{5V^2}{4c_1c_2}\right)^{3/5}$$

или окончательно

$$p = \sqrt[5]{\frac{250\pi^2 E_1(k)}{9k^2 c_1^3 F_1^3 (\nu_1+\nu_2)^2 (K_{11}+K_{12}+K_{21}+K_{22})}} V^{6/5}$$

Отсюда находится максимальное сближение тел α, полуоси эллипса давления a, b, напряжения

$$\alpha = \frac{1}{4}\sqrt[5]{\frac{225k^2F_1^3(k)(K_{11}+K_{12}+K_{21}+K_{22})(\nu_1+\nu_2)^2}{2\pi^2C_1^2E_1(k)}} V^{4/5};$$

$$a = \sqrt[5]{\frac{15E_1^2(k)(\nu_1+\nu_2)}{8\pi k^4 F_1(k) c_1 (K_{11}+K_{12}+K_{21}+K_{22})^2}} V^{2/5};$$

$$b = \sqrt[5]{\frac{15kE_1^2(k)(\nu_1+\nu_2)}{8\pi F_1(k) c_1 (K_{11}+K_{12}+K_{21}+K_{22})^2}} V^{2/5}.$$

Наибольшее напряжение в центре эллипса

$$Z_z = \frac{3p}{2\pi ab}\sqrt[5]{\frac{60k(K_{11}+K_{12}+K_{21}+K_{22})^3}{\pi F_1(k)\cdot E_1^3(k)\cdot c_1(\nu_1+\nu_2)^4}} V^{2/5}.$$

Найдем время удара, в течение которого тела были в касании.

Из (11) имеем

$$\frac{d\alpha}{dt} = \pm\sqrt{V^2 - \frac{4}{5}c_1c_2p^{5/3}},$$

или

$$dt = \frac{2c_2}{3V}\frac{dp}{p^{1/3}\sqrt{1-\frac{4c_1c_2}{5V^2}p^{5/3}}}. \quad (12)$$

Начало отсчета – момент наибольшего сжатия, $t = 0$, $p = P$.

В момент начала удара $t = -T_1$, $p = 0$.

В момент окончания удара $t = +T_2$, $p = 0$,

где T_1 и T_2 – продолжительности первого и второго этапов удара.

В случае удара упругих тел ($T_1 = T_2$) все время удара

$$T = T_1 + T_2 = 2T_1.$$

Из (12)
$$T = \frac{4c_2}{3V}\int_0^p \frac{dp}{p^{1/3}\sqrt{1-\frac{4c_1c_2}{5V^2}p^{5/3}}}.$$

Используя Эйлеровы функции [4] и интегралы Эйлера второго рода окончательно получаем

$$T = 0,7358\sqrt[5]{\frac{225k^2F_1^3(k)(K_{11}+K_{12}+K_{21}+K_{22})(\nu_1+\nu_2)^2}{2\pi^2E_1(k)c_1^2\cdot V}}$$

Таким образом, первый интеграл движения дает возможность найти наибольшее давление тел при ударе, наибольшие сближения и напряжения. Второй интеграл дает возможность определить время удара.

В частном случае удара двух упругих шаров радиусов R_1, R_2 и различных материалов (плотности ρ_1, ρ_2, коэффициентов Пуассона ν_1, ν_2) в (4) – (9) положим

$$k = 1, \quad F_1(k) = E_1(k) = \frac{\pi}{2}; \quad K_{11} = K_{12} = K_1 = \frac{1}{R_1};$$

$$K_{21} = K_{22} = K_2 = \frac{1}{R_2}; \quad c_1 = \frac{m_1+m_2}{m_1m_2} = \frac{3}{4\pi}\frac{\rho_1K_2^3+\rho_2K_1^3}{\rho_1\rho_2},$$

где R_1, R_2 – радиусы шаров,

ρ_1 и ρ_2 – их плотности.

Получим

$$p = \frac{2}{3}\sqrt[5]{\left(\frac{10\pi\rho_1\rho_2}{\rho_1K_2^3+\rho_2K_1^3}\right)^3\cdot\frac{1}{(K_1+K_2)(\nu_1+\nu_2)^2}}\cdot V^{6/5};$$

$$\alpha = \frac{1}{4}\sqrt[5]{\left[\frac{10\pi\rho_1\rho_2(\nu_1+\nu_2)}{\rho_1K_2^3+\rho_2K_1^3}\right]^2(K_1+K_2)}\cdot V^{4/5}.$$

$$a = b = \sqrt[5]{\frac{5\pi\rho_1\rho_2(\nu_1+\nu_2)}{16(K_1+K_2)^2(\rho_1K_2^3+\rho_2K_1^3)}}\cdot V^{2/5};$$

$$Z_z = 4\sqrt[5]{\frac{10(K_1+K_2)^3\rho_1\rho_2}{\pi^4(\rho_1K_2^3+\rho_2K_1^3)(\nu_1+\nu_2)^4}}\cdot V^{2/5};$$

$$T = 0,7358\sqrt[5]{\left[\frac{10\pi\rho_1\rho_2(\nu_1+\nu_2)}{\rho_1K_2^3+\rho_2K_1^3}\right]^2\frac{K_1+K_2}{V}}.$$

Рассмотрим удар шара о плоскость.

Представим плоскость как предельный случай шара с бесконечно большим радиусом.

Введем обозначения: ρ_1 – плотность шара, ρ_2 – плотность плоскости, R – радиус шара, V – скорость, p – давление, α – сближение тел, σ_z – нормальное напряжение, T – время удара, E_1 и E_2 – модули упругости шара и плоскости соответственно.

Исходя их этих обозначений выражения для определения сближения тел, нормальных напряжений и времени удара будут иметь следующий вид [5]

$$\alpha = \frac{1}{4} R \sqrt[5]{\frac{100\pi^2 \rho_1^2 \cdot 16\left(1-\nu^2\right)^2 \left(E_1 + E_2\right)^2}{E_1^2 E_2^2}} \cdot V^{4/5};$$

$$\sigma_z = 4 \sqrt[5]{\frac{10\rho_1 E_1^4 E_2^4}{\pi^4 \cdot 256\left(1-\nu^2\right)^2 \left(E_1 + E_2\right)^4}} \cdot V^{2/5};$$

$$T = 0,7358 R \sqrt[5]{\frac{100\pi^2 \rho_1^2 \cdot 16\left(1-\nu^2\right)^2 \left(E_1 + E_2\right)^2}{E_1^2 E_2^2 \cdot V}}.$$

Скорость V (относительная скорость сближения тел) определяется из выражения

$$\frac{mV^2}{2} = mgh.$$

Отсюда $V = \sqrt{2gh}$, где h – высота падения шара.

Таким образом найдены максимальные сближения тел, давление, напряжения, время удара.

Все параметры, характеризующие процесс удара, представлены непрерывными функциями времени. Поэтому нет необходимости вводить в анализ разрывные функции, как это делается в классической теории удара.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вибрационные машины для выпуска и доставки руды / Потураев В.Н., Дырда В.И. и др. – К.: Наук. думка, 1981. – 152 с.
2. Кильчевский Н.А. Теория соударений твердых тел. – К.: Наук. думка, 1969. – 254 с.
3. Тимошенко С.Б. Курс теории упругости. – К.: Наукова думка, 1972. – 501 с.
4. Лурье А.И. Операционное исчисление и его приложения к задачам механики. – М.: Гостехиздат, 1951. – 431 с.
5. Динник А.Н. Удар и сжатие упругих тел // Избранные труды. Т.1. –К.: Изд-во АН УССР, 1952. –150 с.
6. Защитные футеровки и покрытия горно-обогатительного оборудования / А.А. Тарасенко, Е.Ф. Чижик и др. – М.: Недра, 1985. – 304 с.