

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ РЕЗИНОТРОСОВОЙ ЛЕНТЫ В БОБИННОМ ОРГАНЕ НАМОТКИ

Викладено результати розробки моделі гумотросової стрічки в багатошаровій намотці. Дослідження проводилися при використанні універсального пакета скінченно-елементного моделювання ANSYS/ED 6.1.

THE RESULTS OF THE RESEARCH OF FINAL ELEMENTARY OF THE RUBBER-ROPE TAPE IN THE BOBBIN BODY OF WINDING

Here are submitted the results of elaboration of the rubber-rope tape in multilayer winding. In the researches there was used universal complex of final-elementary modelind ANSYS/ED 6.1.

В настоящее время возникла необходимость создания мощных подъемников на глубины свыше 1500 м. Специалисты НГУ, «Кривбасспроекта», НКМЗ, НИИГМ им. Полякова предложили в качестве тягового органа резинотросовые ленты и канаты (РТЛ, РТК) с плотной упаковкой, которые при концевом грузе до 160 т позволяют обеспечить вертикальный подъем груза до 1700 м при ширине ленты 1,65 м. Проф. Колосов Л.В. и его последователи теоретически и практически обосновали создание бобинных подъемных установок с РТК и таких же установок со шкивами трения для вертикальных шахт, карьеров и морской добычи.

В бобинном подъеме присутствует многослойная намотка резинотросового каната – новый, неизученный элемент подъемной установки. При многослойной намотке возможно разрушение каната, бобины, реборд от нагрузки под боковым натяжением каната в бобине.

Целью работы является разработка модели РТЛ в многослойной намотке.

В трудах проф. Колосова Л. В. [1] и его учеников исследованы указанные ленты, которые выпускаются отечественной и зарубежной промышленностью и обоснованы их перспективные конструкции. В табл. 1 приведены краткие технические характеристики РТЛ, применяемые при бобинном подъеме.

Из анализа физической сущности задачи следует, что жесткостные и деформативные свойства слоя РТЛ в намотке зависят от параметров: $t_{\delta} = \frac{t}{d}$, $h_{\delta} = \frac{h}{d}$;

m – общее количество тросов; i – номер слоя в пакете; j – общее количество слоев; $E_{рез}$, $\nu_{рез}$ – модуль упругости и коэффициент Пуассона резины; E_{mp1} , E_{mp2} , ν_{mp1} , ν_{mp2} – модули упругости и коэффициенты Пуассона тросов по направлениям: индекс 1 – направление вдоль троса, 2 – в поперечном к тросу вертикальном и 3 – горизонтальном направлениях.

Для анализа композитов применяется подход, в котором композиционный материал рассматривается как однородная анизотропная среда свойства, которой зависят от свойств компонентов [2]. Для нахождения значений упругих постоянных, определяющих свойства эквивалентного анизотропного материала,

требуется провести большое количество физических экспериментов (общее число упругих постоянных материала, отличных от нуля, – 36). Необходимо также учесть условия закрепления пакета РТЛ на границах. Ограничимся определением интегральных жесткостных характеристик слоев РТЛ в намотке. Введем безразмерные интегральные характеристики слоя пакета РТЛ:

Таблица 1 – Параметры резинотросовых лент

Параметр		Тип ленты						
		РТЛ-3150	РТЛ-4000	РТЛ-5000	РТЛ-6000	РТЛ-7600	РТЛ-8000	РТЛ-9100
Трос	Диаметр троса, мм	8,250	8,000	10,500	11,500	10,000	12,900	11,500
	Шаг троса в ленте, мм	15,000	15,000	17,000	18,000	12,900	16,000	14,000
	Модель материала	Ортотропный						
	Модули упругости по направлениям	10^5 МПа; $2 \cdot 10^5$ МПа						
	Коэффициенты Пуассона по направлениям	0,350; 0,004						
Резина	Модель материала	Изотропный						
	Модуль упругости, МПа	3,000						
	Коэффициент Пуассона	0,499						
	Общая толщина ленты, мм	22,500	23,000	25,500	26,500	20,000	22,000	22,000
	Допустимое удельное давление троса на резиновую матрицу, МПа	2,200	2,200	2,000	2,000	1,800	1,800	1,800
	Предел прочности по касательным напряжениям, МПа	3,400	3,600	3,000	2,900	2,500	2,200	2,400

– коэффициент продольной жесткости

$$B_{mp} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{E_{мп1}}{E_{рез}} \cdot \frac{1}{t_{\delta} \cdot h_{\delta}}; \quad (1)$$

– коэффициент поперечной жесткости

$$B = \frac{B_2 \cdot h}{m \cdot t \cdot E_{рез}}, \quad (2)$$

– коэффициент расширения

$$K_{расш} = \frac{u_3}{u_2}, \quad (3)$$

где B_2 – поперечная жесткость слоя пакета РТЛ; u_3 – горизонтальное сред-

нее удлинение (расширение) слоя приведенного пакета; u_2 – вертикальное среднее сжатие (укорочение) слоя.

Выражение (1) устанавливается по исходным данным, а для нахождения коэффициентов (2) и (3) необходимы исследования.

Определим значение коэффициентов B и $K_{расц}$ в зависимости от параметров намотки РТЛ: $t_0, h_0, m, E_{рез}, \nu_{рез}, E_{мп1}, E_{мп2}, \nu_{мп1}, \nu_{мп2}, i, j$. Для решения этой задачи используем методы компьютерного конечно-элементного моделирования, методы планирования многофакторного эксперимента и статистической обработки экспериментальных данных.

Примем такие допущения:

1. В многослойной намотке материал РТЛ находится в напряженно-деформированном состоянии близком к плоской деформации.

2. Коэффициенты поперечной жесткости и расширения слоя пакета РТЛ представим в виде произведения двух коэффициентов:

$$B = B_n \cdot f_n; \quad K_{расц} = k_{расц} \cdot w_n, \quad (4)$$

где $B_n, k_{расц}$ – соответственно коэффициенты поперечной жесткости и расширения слоя пакета, учитывающий только геометрию конструкции и физико-механические свойства компонентов; f_n, w_n – коэффициенты стесненности слоя РТЛ в поперечном направлении, которые учитывают краевой эффект при контакте РТЛ с поверхностью органа намотки.

В соответствии с допущением 2 разделим задачу на два этапа: определение $B_n, k_{расц}$ и f_n, w_n .

1. Определение B_n и $k_{расц}$. Конечно-элементный анализ выполнен с помощью универсального пакета конечно-элементного моделирования ANSYS/ED 6.1. Конечно-элементная модель пакета РТЛ построена из ортотропного материала на основе параболического конечного элемента PLANE82 с дополнительными узлами:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E_x}{h} \left[1 - \nu_{yz}^2 \cdot \frac{E_z}{E_y} \right] \cdot \varepsilon_x + \frac{E_y}{h} \left[\nu_{xy} + \nu_{xz} \cdot \nu_{yz} \cdot \frac{E_z}{E_y} \right] \cdot \varepsilon_y + \frac{E_z}{h} \left[\nu_{xz} + \nu_{xy} \cdot \nu_{yz} \right] \cdot \varepsilon_z; \\ \sigma_y &= \frac{E_y}{h} \left[\nu_{xy} + \nu_{xz} \cdot \nu_{yz} \cdot \frac{E_z}{E_y} \right] \cdot \varepsilon_x + \frac{E_y}{h} \left[1 - \nu_{xz}^2 \cdot \frac{E_z}{E_x} \right] \cdot \varepsilon_y + \frac{E_z}{h} \left[\nu_{yz} + \nu_{xz} \cdot \nu_{xy} \cdot \frac{E_y}{E_x} \right] \cdot \varepsilon_z; \\ \sigma_z &= \frac{E_z}{h} \left[\nu_{xz} + \nu_{xy} \cdot \nu_{yz} \right] \cdot \varepsilon_x + \frac{E_z}{h} \left[\nu_{yz} + \nu_{xz} \cdot \nu_{xy} \cdot \frac{E_y}{E_x} \right] \cdot \varepsilon_y + \frac{E_z}{h} \left[1 - \nu_{xy}^2 \cdot \frac{E_y}{E_x} \right] \cdot \varepsilon_z; \\ \tau_{xy} &= G_{xy} \cdot \gamma_{xy}; \quad \tau_{yz} = G_{yz} \cdot \gamma_{yz}; \quad \tau_{zx} = G_{zx} \cdot \gamma_{zx}, \end{aligned}$$

где $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ – касательные напряжения; G_{xy}, G_{yz}, G_{zx} – модули сдвига для плоскостей, параллельных координатным; $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ – упругие сдвиговые

(угловые) деформации в плоскостях xu , yz и zx соответственно.

В пакете ANSYS/ED 6.1 предусмотрена также проверка выполнения условия положительной определенности материала, которому должны удовлетворять упругие постоянные материала:

$$h = 1 - \nu_{xy}^2 \cdot \frac{E_y}{E_x} - \nu_{yz}^2 \cdot \frac{E_z}{E_y} - \nu_{xz}^2 \cdot \frac{E_x}{E_z} - 2 \cdot \nu_{xy} \cdot \nu_{yz} \cdot \nu_{xz} \cdot \frac{E_z}{E_x}.$$

На рис. 1 изображена конечно-элементная модель троса в резиновой матрице прямоугольной формы и принятая система координат xuz : ось z – вдоль троса, оси y и x – по толщине и ширине РТК соответственно.

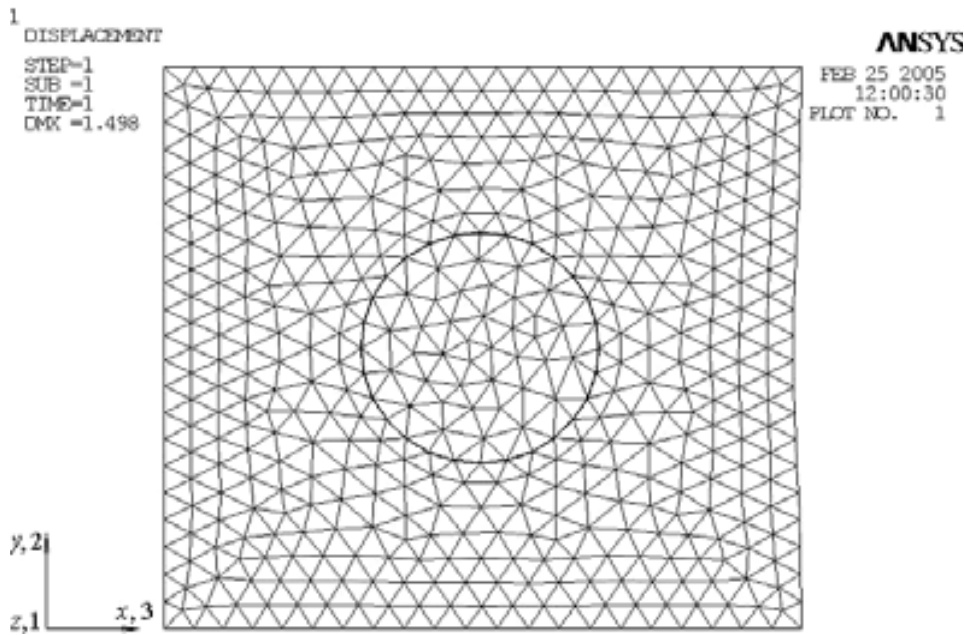


Рис. 1 – Конечно-элементная модель обрзинуенного троса

Граничные условия: по левой кромке прямоугольника – условие симметрии, по нижней – запрет вертикальных перемещений, а по верхней – предписано перемещение.

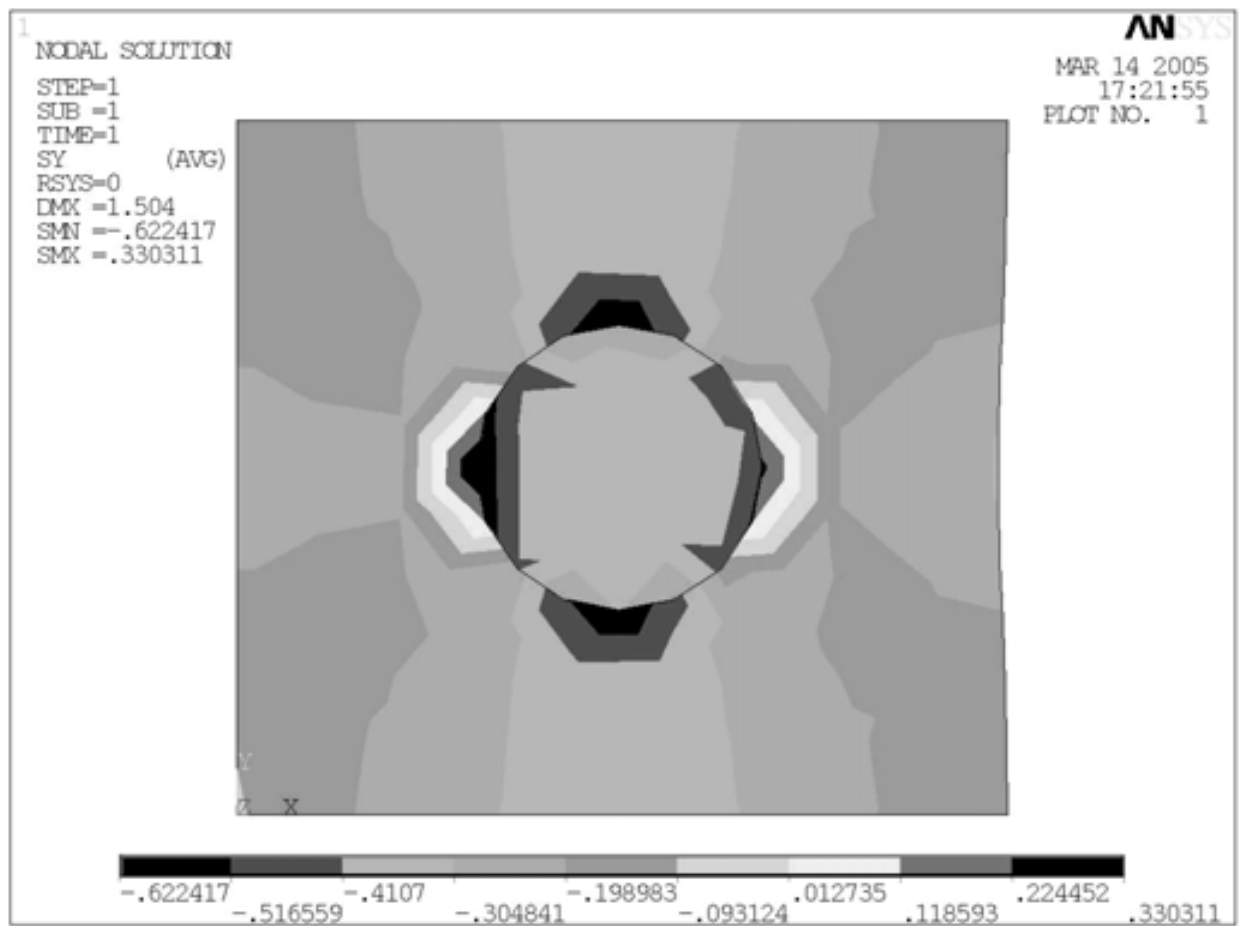
Для оценки достоверности первого допущения сравнены результаты моделирования НДС для плоской деформации (рис.2 а) и объемного НДС (рис. 2 б).

Обработка результатов велась по формулам

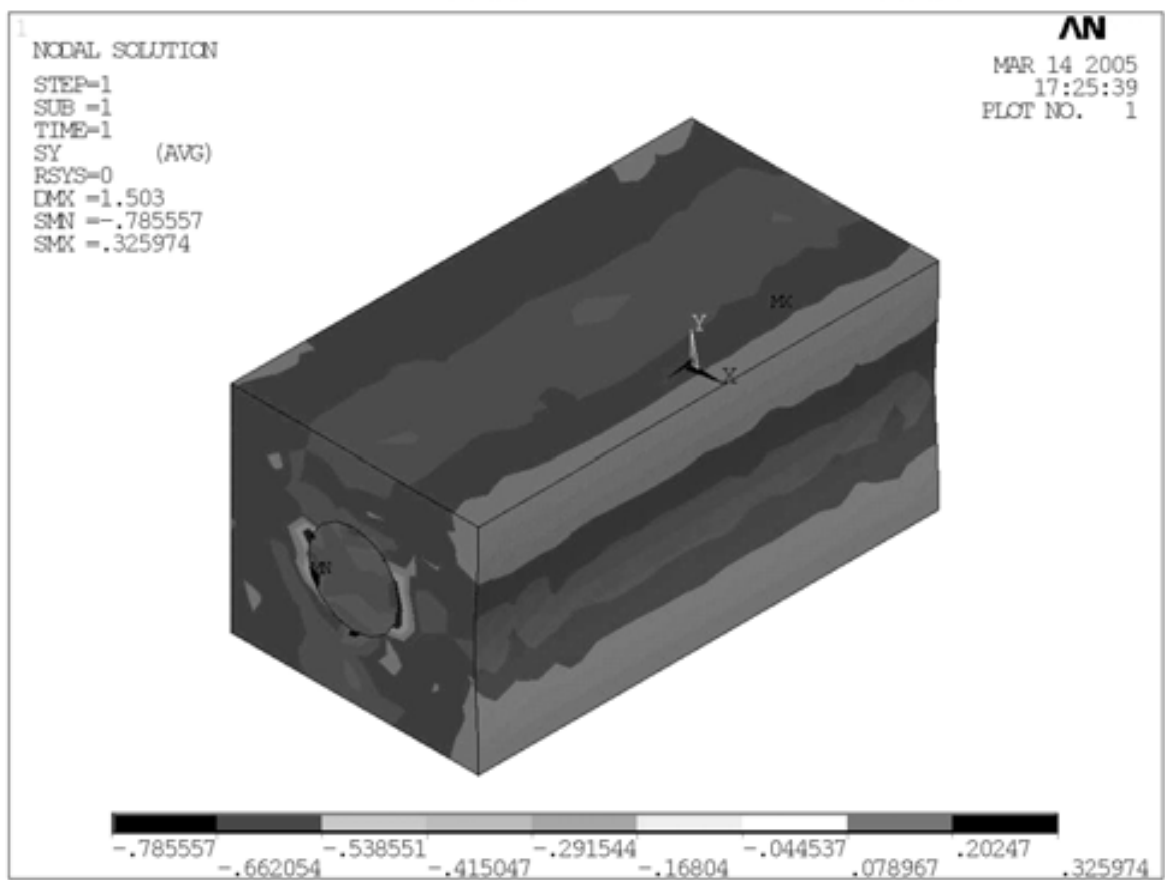
$$B = \frac{F_2}{m \cdot u_2 \cdot E_{рез}}; \tag{5}$$

$$K_{расш} = \frac{u_3 \cdot h_0}{u_2 \cdot t_0 \cdot m}, \tag{6}$$

где F_2 – суммарная вертикальная распределенная нагрузка на слой пакета РТЛ.



a)



б)

Рис. 2 – Поля напряжений а – для случая плоской деформации; б – для трехмерной задачи

Погрешность вычисления при использовании гипотезы плоской деформации для коэффициента поперечной жесткости составила 0,06 %, а для коэффициента расширения – 3. Полученный результат подтвердил первое допущение: основной расчетный случай для РТЛ – плоская деформация.

Для ограничения размера задачи при заданной точности вычисления последовательно определены максимальный шаг конечно-элементной сетки, минимальное количество тросов в слое и минимальное количество слоев в пакете. В ходе эксперимента шаг сетки последовательно уменьшался до тех пор, пока разница суммарных вертикальных погонных нагрузок на слой пакета РТЛ – F_2 на нижней кромке в двух последовательных расчетах не стала меньше 1 %. Это было достигнуто при шаге сетки в 1 мм.

Для определения минимального количества тросов в слое сравнены максимальные касательные напряжения, возникающие в резине на поверхности крайнего правого троса в двух последовательных расчетах. Так, при $m = 2$ погрешность составила 15, а при $m = 8$ – 2 %. Аналогично установлено минимальное количество слоев в пакете. Численный эксперимент показал, что напряженно-деформированное состояние не зависит от количества слоев. Далее в расчетах принят один слой РТЛ $m = 8$.

С учетом результатов оценки достоверности проведен численный эксперимент: для конечно-элементной модели заданы граничные условия и определено напряженно-деформированное состояние слоя ленты. Результаты обработаны с использованием формул (5) и (6). Варьировались геометрические параметры РТЛ. Результаты вычислительных экспериментов сведены в табл. 2 и 3.

Как видно из табл. 3 значения коэффициентов расширения слоя слабо зависят от отношений параметров h_d и t_d и в дальнейшем можно принять среднее значение $k_{расц} = 0,993$.

Таблица 2 – Значения B_n от геометрических параметров РТЛ

$h_d \backslash t_d$	1,200	1,300	1,400	1,600	1,800	2,000
1,700	3,973	3,030	2,565	2,102	1,876	1,740
1,900	3,582	2,745	2,323	1,907	1,702	1,583
2,100	3,289	2,540	2,160	1,781	1,540	1,486
2,300	3,056	2,381	2,038	1,692	1,520	1,420
2,500	2,864	2,254	1,939	1,629	1,465	1,371
2,700	2,702	2,147	1,858	1,567	1,420	1,333

Таблица 3 – Значения $k_{расц}$ от геометрических параметров РТЛ

$h_d \backslash t_d$	1,200	1,300	1,400	1,600	1,800	2,000
1,700	0,987	0,991	0,992	0,994	0,994	0,995
1,900	0,988	0,991	0,993	0,994	0,994	0,995
2,100	0,988	0,991	0,993	0,994	0,995	0,995
2,300	0,988	0,991	0,993	0,994	0,995	0,995
2,500	0,989	0,992	0,993	0,994	0,995	0,995
2,700	0,989	0,992	0,993	0,994	0,995	0,995

Взяв h_δ, t_δ за переменные, найдем приближенную функцию, которая их связывает. Аппроксимирующий полином для определения коэффициентов поперечной жесткости пакета РТЛ примем в виде

$$B_n = s_1 + s_2 \cdot \eta + s_3 \cdot \tau + s_4 \cdot \eta^2 + s_5 \cdot \eta \cdot \tau + s_6 \cdot \tau^2. \quad (7)$$

Здесь $\eta = 1/h_\delta - 1$, $\tau = 1/t_\delta - 1$ – новые переменные значения; $\{s\}$ – вектор неизвестных, установлен методом наименьших квадратов, минимизировав квадраты отклонений полинома B .

$$\Delta = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left(-B_{i,j} + s_1 + s_2 \cdot \eta_i + s_3 \cdot \tau_j + s_4 \cdot \eta_i^2 + s_5 \cdot \tau_j \cdot \eta_i + s_6 \cdot \tau_j^2 \right)^2, \quad (8)$$

Найдем частные производные от величины Δ . Приравняв их к нулю, для определения коэффициентов вектора $\{s\}$ получим систему уравнений которую преобразуем к стандартному виду:

$$[A] \cdot \{s\} = \{C\}, \quad (9)$$

Используя метод исключения Гаусса, получено решение системы уравнений (9) с тремя знаками точности:

$$s^T = \{0,657 \quad 0,518 \quad 0,205 \quad -0,156 \quad 0,242 \quad 0,001\}. \quad (10)$$

Следовательно, коэффициенты полинома (7) определены.

2. Определение f_n . Для конечно-элементной модели краевой эффект смоделирован в граничных условиях путем запрета вертикальных и горизонтальных перемещений нижней кромки слоя РТЛ (стесненное состояние).

В численном эксперименте изменяли количество слоев ленты в пакете и определяли коэффициенты поперечной жесткости и расширения каждого слоя пакета РТЛ соответственно по формулам (4) и (5). В результате вычислений получена матрица $[B]$ (рис. 3).

Очевидно, коэффициент стесненности i слоя РТЛ в поперечном направлении пакета с общим количеством слоев j

$$f_{i,j} = \frac{B_{i,j}}{B_n}. \quad (11)$$

Здесь B_n – коэффициент поперечной жесткости пакета РТЛ, определенный по формуле (7).

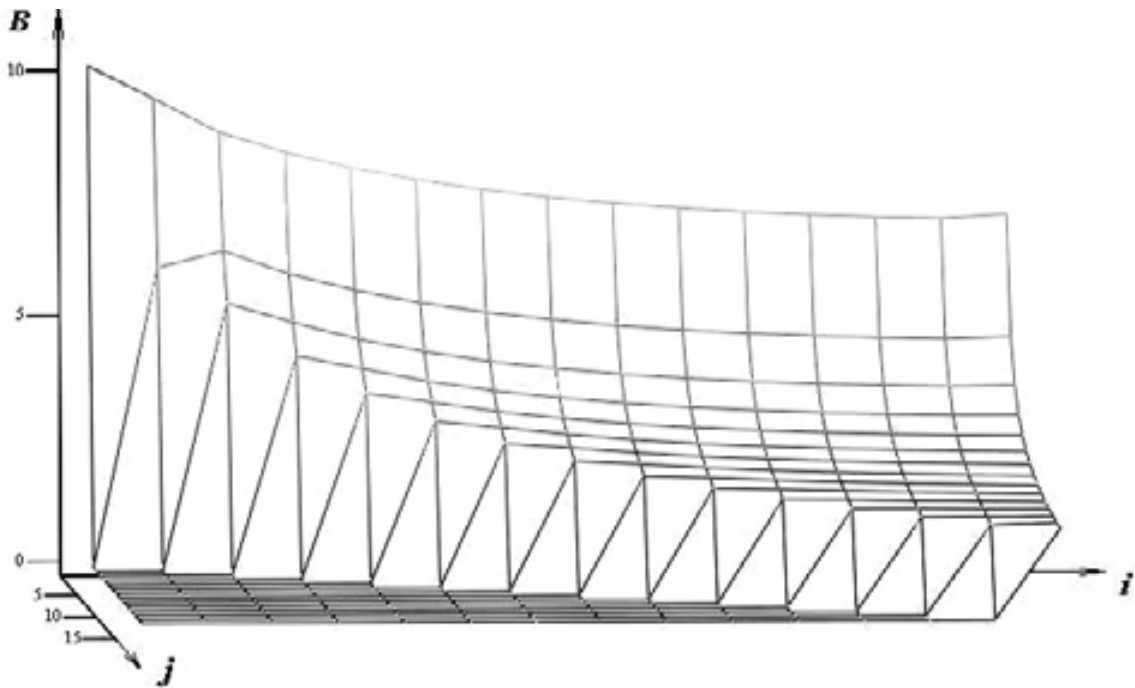


Рис. 3 – Значения B_{ij}

В результате обработки эксперимента получена матрица, а также ее аппроксимирующая функция с вектором коэффициента $\{k\}$, значения которого определено методом наименьших квадратов.

$$f(i,j)=1+k_1 \cdot k_2^{-(i-1)^{k_3}} \cdot (1-k_4^{i-j})+k_5 \cdot k_6^{-(i-1)^{k_7}} \cdot k_4^{i-j}; \quad (12)$$

$$k^T = \{3,123 \quad 1,888 \quad 0,632 \quad 1,292 \quad 5,106 \quad 1,572 \quad 0,807\}. \quad (13)$$

С учетом (6), (7), (10), (12), и (13) окончательно получено выражение для коэффициента поперечной жесткости i слоя РТЛ в поперечном направлении пакета с общим количеством слоев j :

$$B=(s_1+s_2 \cdot \eta+s_3 \cdot \tau+s_4 \cdot \eta^2+s_5 \cdot \eta \cdot \tau+s_6 \cdot \tau^2) \cdot (1+k_1 \cdot k_2^{-(i-1)^{k_3}} \cdot (1-k_4^{i-j})+k_5 \cdot k_6^{-(i-1)^{k_7}} \cdot k_4^{i-j}) \quad (14)$$

Установим расхождение результатов между реальными значениями коэффициентов поперечной жесткости и слоя в пакете РТЛ и этого же коэффициента, полученного по формуле (14). Для этого проведен численный эксперимент, аналогичный по определению f_n : для конечно-элементной модели заданы граничные условия и исследовано НДС пакетов из лент РТЛ-2500, РТЛ-5000, РТЛ-6000. В численном эксперименте с 30 слоями в пакете по формулам (4), (5) определены коэффициенты поперечной жесткости и расширения 1, 3, 5, 10, 15, 30 слоев пакета РТЛ. Сравнение показало, что погрешность при определении B и $K_{крси}$ не превысила 6 %.

В [1] представлен процесс эксперимента поперечного сжатия пакета РТЛ – 2500 шириной 400, длиной 1000 мм. Отрезки лент укладывали между плитами

гидравлического пресса так, чтобы тросы были параллельны друг другу. В процессе нагружения измеряли толщину и ширину как всего пакета, так и отдельных слоев. Характерной особенностью деформирования пакета является незначительность деформации в направлении оси тросов, вернее уширение пакета происходит без увеличения его длины. В табл. 4 сравнены экспериментальные значения коэффициентов поперечного сжатия и расширения с соответствующими значениями численного эксперимента. Как видно из таблицы, независимо от числа слоев соответствие результатов – удовлетворительно. Погрешность не превышает 20 %.

Таблица 4 – Значения коэффициентов поперечного сжатия и расширения

Число слоев	Коэффициент поперечной жесткости		Коэффициент расширения	
	ANSYS E_A	Экспериментальный по Колосову E_3	ANSYS ν_A	Экспериментальный по Колосову ν_3
2	14,382	11,963	1,490	1,720
4	4,730	3,924	1,490	1,510
6	3,755	3,309	1,470	1,510
8	2,736	2,927	1,450	1,480
10	2,567	2,927	1,450	1,480

Выводы

1. Основным расчетным случаем для пакета РТЛ является плоская деформация.

2. Для ограничения размера задачи при заданной точности вычисления можно принимать: максимальный шаг конечно-элементной сетки – 1 мм, минимальное количество тросов – 8, количество слоев в пакете – 1. При этом погрешность не превышает 3 %.

3. При отсутствии стесненности $k_{расш}$ слабо зависит от геометрических параметров ленты и может приниматься равным 0,993 с точностью до 1 %, а коэффициент поперечной жесткости слоя пакета B_n для заданных геометрических параметров РТЛ может быть определен с помощью аппроксимирующего полинома (7), где значения вектора-столбца $\{s\}$ характеризуют упругие постоянные материала РТЛ.

4. Матрица $[f_{i,j}]$ аппроксимируется функцией (12), при $\{k\}$ – (13).

5. Допускается представлении B как произведения B_n и $f_{i,j}$ (6). Погрешность при определении B (14) не превышает 6 % по сравнению с численным экспериментом и 15 – с физическим.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колосов Л. В. Научные основы разработки и применения резинотросовых канатов подъемных установок глубоких рудников: Дис. ... д-ра техн. наук: 05.05.06.–Днепропетровск, 1987. – 570 с.
2. Композиционные материалы: Справочник / Под ред. Д.М. Карпиноса. – К.: Наук. думка, 1985. – 152 с.