

2. Згуровский М.З., Скопецкий В.В., Хрущ В.К., Беляев Н.Н. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде. – Киев: Наукова думка. – 1997. – 368 с.
3. Самарский А.А. Теория разностных схем / 2-е изд., испр. – М.: Наука. – 1983. – 616 с.
4. Эльтерман В.М. Вентиляция химических производств / 3-е изд., перераб. – М.: Химия. – 1980. – 288 с.

УДК 622.755.01

Инж. Б.Ф. Бевзенко (ВАО "Керамет")

ДВИЖЕНИЕ ВОСХОДЯЩЕГО ЗАКРУЧЕННОГО КОЛЬЦЕВОГО ПОТОКА ВНУТРИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИТОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Досліджена гідродинаміка закрученого кільцевого потоку з осевою симетрією всередині циліндричної ситової поверхні. Для опису руху закрученого потоку прийнято наближення ідеальної рідини, а для витікання крізь щілини сита – наближення в'язкої повзучої течії. Отримано розв'язок для внутрішньої вільної поверхні закрученого потоку, який має осьову складову.

THE MOTION OF SWIRL ANNULAR UPFLOW WITHIN THE CYLINDRICAL CLOTHING

The hydrodynamics of swirl annular upflow with axial symmetry within the cylindrical surface is investigated. The perfect liquid approximation for description of swirl flow motion and the viscous creeping flow approximation for outflow through sieve slits were accepted. The problem solution for interior free surface of swirl flow with axial component is found.

В работе [1] обоснована актуальность ситовой классификации питания флотации и рассмотрена технология обработки угольных шламов в циклонно-ситовом классификаторе, подситный продукт которого направляется в флотомашину. Отличием циклонно-ситового классификатора от конечного гидроциклона является наличие в сливной камере цилиндрического сита, сопряженного со сливным патрубком.

Целью настоящей работы является исследование закрученного восходящего потока суспензии, набегающего на ситовую поверхность, с целью обоснования параметров циклонно-ситового классификатора. Расчетная схема движения жидкости приведена на рис. 1.

В работе рассматривается стационарное движение жидкости в восходящем кольцевом вращающемся потоке, ограниченном непроницаемой цилиндрической поверхностью радиусом R_1 при $z < 0$ и проницаемой (ситовой) поверхностью радиусом R_1 при $z \geq 0$. В области $z < 0$ внутренний радиус потока равен R_2 и соответствует радиусу воздушного столба в сливном патрубке гидроциклона.

В наклонном сечении потока при $z = 0$ на внутренней поверхности угловая скорость равна ω , а осевая составляющая скорости составляет U .

В цилиндрической системе координат $\tilde{r}, \tilde{\varphi}, \tilde{z}$ уравнения стационарного движения Навье-Стокса и уравнения неразрывности для закрученного потока, имеющего осевую составляющую, будут иметь вид [2]

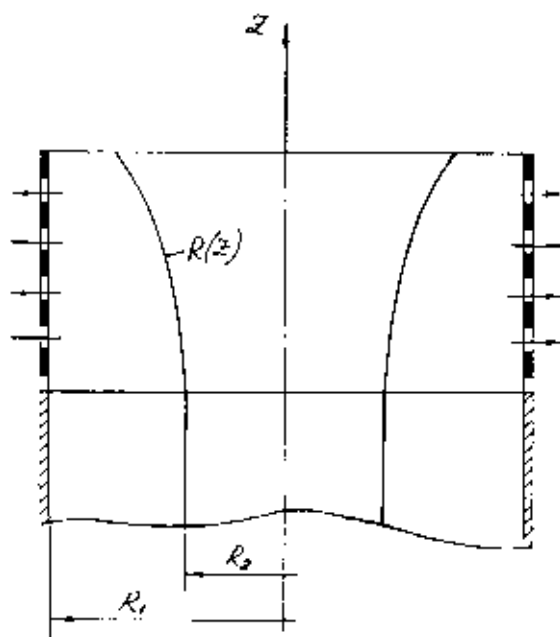


Рис. 1 – Расчётная схема восходящего закрученного сливного потока.

$$\begin{aligned}
 & \tilde{V}_r \cdot \frac{\partial \tilde{V}_z}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{V}_\varphi}{\tilde{r}} \cdot \frac{\partial \tilde{V}_z}{\partial \varphi} + \tilde{V}_z \cdot \frac{\partial \tilde{V}_z}{\partial \tilde{z}} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{z}} + g + \\
 & + \nu \cdot \left(\frac{\partial^2 \tilde{V}_z}{\partial \tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{V}_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{V}_z}{\partial \tilde{z}^2} + \frac{1}{\tilde{r}} \cdot \frac{\partial \tilde{V}_z}{\partial \tilde{r}} \right); \\
 & \tilde{V}_r \cdot \frac{\partial \tilde{V}_r}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{V}_\varphi}{\tilde{r}} \cdot \frac{\partial \tilde{V}_r}{\partial \varphi} + \tilde{V}_z \cdot \frac{\partial \tilde{V}_r}{\partial \tilde{z}} - \frac{\tilde{V}_\varphi^2}{\tilde{r}} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{r}} + \\
 & + \nu \cdot \left(\frac{\partial^2 \tilde{V}_r}{\partial \tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{V}_r}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{V}_r}{\partial \tilde{z}^2} + \frac{1}{\tilde{r}} \cdot \frac{\partial \tilde{V}_r}{\partial \tilde{r}} - \frac{2}{\tilde{r}^2} \cdot \frac{\partial \tilde{V}_\varphi}{\partial \varphi} \cdot \tilde{V}_r \right); \\
 & \tilde{V}_r \cdot \frac{\partial \tilde{V}_\varphi}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{V}_\varphi}{\tilde{r}} \cdot \frac{\partial \tilde{V}_\varphi}{\partial \varphi} + \tilde{V}_z \cdot \frac{\partial \tilde{V}_\varphi}{\partial \tilde{z}} + \frac{\tilde{V}_r \tilde{V}_\varphi}{\tilde{r}} = -\frac{1}{\rho \tilde{r}} \cdot \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \varphi} + \\
 & + \nu \cdot \left(\frac{\partial^2 \tilde{V}_\varphi}{\partial \tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{V}_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{V}_\varphi}{\partial \tilde{z}^2} + \frac{1}{\tilde{r}} \cdot \frac{\partial \tilde{V}_\varphi}{\partial \tilde{r}} + \frac{2}{\tilde{r}^2} \cdot \frac{\partial \tilde{V}_r}{\partial \varphi} \cdot \tilde{V}_\varphi - \frac{\tilde{V}_\varphi}{\tilde{r}^2} \right); \\
 & \frac{\partial \tilde{V}_r}{\partial \tilde{r}} + \frac{1}{\tilde{r}} \cdot \frac{\partial \tilde{V}_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tilde{V}_z}{\partial \tilde{z}} + \frac{\tilde{V}_r}{\tilde{r}} = 0.
 \end{aligned} \tag{1}$$

В этих уравнениях $\tilde{r}, \varphi, \tilde{z}$ - соответственно радиальная, угловая и осевая координаты; $\tilde{V}_r, \tilde{V}_\varphi, \tilde{V}_z$ - составляющие скорости потока: радиальная, тангенциальная и осевая; \tilde{P} - давление в потоке; ρ и g - плотность жидкости и ускорение силы тяжести; ν - коэффициент кинематической вязкости жидкости.

Будем полагать, что параметры истечения суспензии через щели сита бу-

дет определяться параметрами ячеек сита и давлением вращающегося кольцевого потока убывающей толщины. Для колосниковых тонкоячеистых сит с ячейками трапециидального сечения скорость истечения (в условиях ползущего течения) зависит от перепада давлений на сите в соответствии с [3]

$$\tilde{V}_r = \frac{\gamma \cdot B}{\nu \cdot \rho} \cdot \Delta \tilde{p}, \quad (2)$$

где γ - живое сечение сита, B - геометрический параметр сита, рассчитываемый по формуле

$$B = \frac{1 - \cos \alpha}{2} \cdot \frac{l_1 \cdot l_2^2}{l_2^2 - l_1^2}.$$

Обозначения в этой формуле поясняются схемой на рис. 2.

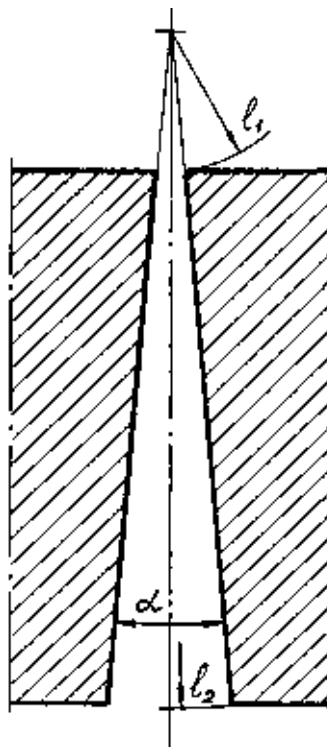


Рис. 2 – Щель винтового сита

Кроме того, на внутренней, свободной стороне поверхности потока выполняется условие

$$\frac{d\tilde{R}(Z)}{dZ} = \frac{\tilde{V}_r}{\tilde{V}_z}, \quad (3)$$

где $\tilde{R}(Z)$ - изменяющийся вдоль осевой координаты радиус свободной по-

верхности потока.

Представим систему уравнений (1) и граничные условия в безразмерной форме. Для этого введем безразмерные величины с помощью следующих соотношений:

$$\begin{aligned} r &= \frac{\tilde{r}}{R_2}; Z = \frac{\tilde{Z}}{R_2}; V_z = \frac{\tilde{V}_z}{U}; V_r = \frac{\tilde{V}_r}{U}; V_\varphi = \frac{\tilde{V}_\varphi}{U}; \\ p &= \frac{P}{\rho \cdot U^2}; Re = \frac{UR_2}{\nu}; Fr = \frac{U^2}{R_2 g}; R = \frac{\tilde{R}}{R_2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Тогда с учетом осевой симметрии ($\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$, $\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} = 0$) уравнения стационарного движения примут вид

$$\begin{aligned} V_r \cdot \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \cdot \frac{\partial V_z}{\partial Z} &= -\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{1}{Fr} + \frac{1}{Re} \cdot \left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial Z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial r} \right), \\ V_r \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \cdot \frac{\partial V_r}{\partial Z} - \frac{V_\varphi^2}{r} &= -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{Re} \cdot \left(\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial Z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_r}{r^2} \right), \\ V_r \cdot \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + V_z \cdot \frac{\partial V_\varphi}{\partial Z} + \frac{V_r V_\varphi}{r} &= -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial \varphi} + \frac{1}{Re} \cdot \left(\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial Z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - \frac{V_\varphi}{r^2} \right), \\ \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{\partial V_z}{\partial Z} + \frac{V_r}{r} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Граничные условия для уравнений (5) в безразмерном виде таковы:

$$\begin{aligned} \text{при } r = \tilde{R}_1 / \tilde{R}_2 = r_1 \quad V_r &= \gamma B U \Delta p / \nu, \\ \text{при } Z = 0, r = r_2 = 1 \quad V_\varphi &= \omega \tilde{R}_2 / U, \end{aligned} \quad (6)$$

а кинетическое условие на свободной поверхности

$$\frac{dR}{dZ} = \frac{V_r}{V_z}. \quad (7)$$

Будем полагать, что распределение радиальной и тангенциальной составляющих скорости одинаково по сечению трубы вдоль координаты Z , то есть

$$V_r = V_r(r), V_\varphi = V_\varphi(r), V_z = V_z(r) \cdot V_z(z). \quad (8)$$

Тогда, после подстановки (8) в (5), система уравнений движения распадается на следующие дифференциальные уравнения:

$$\frac{dV_z(z)}{dZ} = C_1; \quad (9)$$

$$\frac{dV_r}{dr} + \frac{V_r}{r} + V_z(r) \cdot C_1 = 0; \quad (10)$$

$$V_r V_z(z) \frac{\partial V_z(r)}{\partial r} + V_z(z) \cdot V_z^2(r) C_1 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Fr} + \frac{1}{\text{Re}} \left[V_z(z) \frac{\partial^2 V_z(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} V_z(z) \frac{\partial V_z(r)}{\partial r} \right]; \quad (11)$$

$$V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_\varphi^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_r}{r^2} \right); \quad (12)$$

$$V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_r V_\varphi}{r} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - \frac{V_\varphi}{r^2} \right). \quad (13)$$

Полученная система уравнений (9-13) является полной системой уравнений движения восходящего кольцевого вращающегося потока, в которой использована гипотеза об автомодельности осевой составляющей скорости. Причем в выражения (9-11) не входит тангенциальная составляющая скорости.

Основываясь на данных практики углеобогащения о содержании твердого компонента и его плотности в сливном продукте гидроциклона, можно положить, что $1/Re \approx 0$. Тогда систему уравнений (9-13) можно переписать следующим образом:

$$V_z(z) = 1 - \frac{2gR_2}{U^2} Z; \quad (14)$$

$$\frac{dV_r}{dr} + \frac{V_r}{r} - \frac{2gR_2}{U^2} = 0; \quad (15)$$

$$V_r \frac{dV_r}{dr} - \frac{V_\varphi^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r}; \quad (16)$$

$$\frac{dV_\varphi}{dr} + \frac{V_\varphi}{r} = 0; \quad (17)$$

Решая уравнение (17) с учетом граничных условий (6), получим

$$V_\varphi = a \frac{r_2}{r}, \quad (18)$$

где $a = \omega R_2 / U$, а общее решение уравнения (15)

$$V_r = \frac{C}{r} + \frac{r}{F_r}, \quad (19)$$

где $F_r = \frac{U^2}{g\tilde{R}_2}$, C - постоянная интегрирования.

Поскольку скорость истечения через щели тонкоячеистого сита намного меньше тангенциальной составляющей скорости, т.е. $V_r \ll V_\phi$, то интегрирование уравнения (16) дает

$$p = -\frac{1}{2} a^2 r_2^2 \frac{1}{r^2} + C_1. \quad (20)$$

На внутренней свободной поверхности потока выполняется условие $p = p_0$ при $r = R$. Тогда

$$p - p_0 = \frac{1}{2} a^2 r_2^2 \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{r^2} \right). \quad (21)$$

С другой стороны, используя граничное условие (2) на проницаемой поверхности, получим $\Delta p = \nu V_r / \gamma B U$, а с учетом (19)

$$\Delta p = \frac{1}{\gamma Re_1} \left(\frac{C}{r} + \frac{r}{F_r} \right), \quad (22)$$

где $Re_1 = BU / \nu$ – безразмерный параметр, имеющий смысл числа Рейнольдса, рассчитанного по осевой составляющей скорости и геометрическому параметру сита.

Приравняв правые части выражений (21) и (22) при $r = r_1$, определим постоянную C

$$C = a^2 \gamma Re_1 r_2^2 \frac{r_1^2 - R^2}{r_1 R_2} - \frac{r_1^2}{F_r}. \quad (23)$$

Тогда радиальная скорость равна

$$V_r = \frac{1}{2} a^2 \gamma Re_1 r_2^2 \frac{r_1^2 - R^2}{r_1 R_2 r} - \frac{r_1^2}{r F_r} + \frac{r}{F_r}. \quad (24)$$

С учетом полученных решений для V_z и V_r уравнение свободной поверхности потока (7) примет вид

$$\frac{R^3 dR}{\frac{R^4}{F_r} - DR^2 + G} = \frac{dZ}{1 - \frac{Z}{F_r}}, \quad (25)$$

где $D = r_1^2 / F_r - \frac{1}{2} a^2 \gamma \text{Re}_1 r_2^2 / r_1$; $G = \frac{1}{2} a^2 \gamma \text{Re}_1 r_2^2 r_1$.

Интегрирование уравнения (25) дает

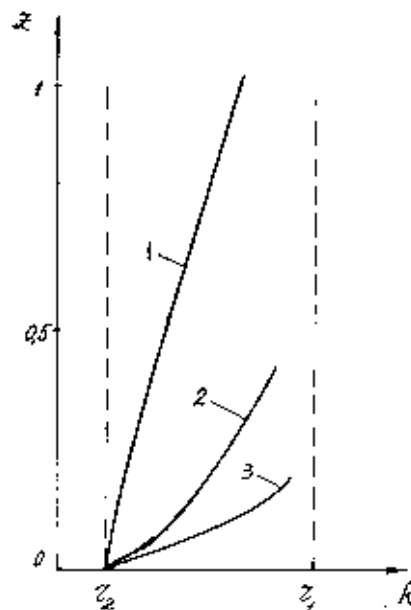
$$\ln\left(1 - \frac{Z}{F_r}\right) = \frac{1}{4} \ln \frac{1 - DF_r + GF_r}{R^4 - DF_r R^2 + GF_r} - \frac{D}{2\delta} \left(\arctg \frac{2R^2 - DF_r}{\delta F_r} - \arctg \frac{2 - DF_r}{\delta F_r} \right), \quad (26)$$

где $\delta = (4G/F_r - D^2)^{1/2}$.

При интегрировании уравнения (25) учитывалось, что для фактических параметров потока, геометрических параметров сливного патрубка и отверстий сита разность $D^2 - 4G/F_r < 0$.

Полученное решение (26) связывает изменяющийся радиус свободной внутренней поверхности потока $R(Z)$ с осевой координатой Z .

На рис. 3 приведены графики зависимости $R(Z)$ при разных степенях закрутки потока ω для $\tilde{R}_2 = 0,05 \text{ м}$; $\gamma = 0,1$; $B = 10^{-5} \text{ м}$; $F_r = 8$; $\text{Re} = 20$.



1 — $\omega = 30$ рад/с; 2 — $\omega = 40$ рад/с; 3 — $\omega = 50$ рад/с.

Рис. 3 — Профили свободной поверхности $R(z)$ при

Таким образом, в работе решена задача описания кольцевого вращающегося потока с осевой составляющей внутри цилиндрической ситовой поверхности. Для вращающегося потока принято приближение идеальной жидкости, а для истечения через щели тонкоячеистого сита – приближение вязкого ползучего течения. При этом параметры истечения через щели сита определяются давлением, создаваемым вращающимся потоком с толщиной, убывающей вдоль осевой координаты. Толщина кольцевого потока, в свою очередь, зависит от параметров истечения через щели сита. При решении задачи принята гипотеза об автомодельности осевой составляющей скорости. В результате решения задачи гидродинамики получены зависимости тангенциальной и радиальной составляющих скорости вдоль радиальной координаты, аксиальной составляющей вдоль оси движения, распределение давления по радиальной координате и уравнение свободной (внутрикольцевой) поверхности потока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бевзенко Б.Ф. О необходимости ситовой классификации питания флотации на углеобогатительных фабриках // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. - 2005. - Вип. 23(64). - С. 69-73.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - М.: Наука, 1987. - 840с.
3. Сансиев В.Г. Течение жидкости через щель колосникового сита тонкого грохочения// Обогащение полезных ископаемых: Наук.-техн. зб. - 2004. - Вып. 20(61). - С. 88-94.

УДК 532.528:534-14:621:622:660:669

Канд. техн. наук Ю.А. Жулай
(ИТСТ НАН Украины)

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ КАВИТАЦИИ В ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ

У статті представлені результати дослідження гідродинамічного очищення поверхонь пульсуючими і кавітуючими струменями, одержаними в пристрої, що включає локальний гідравлічний опір, – трубку Вентурі спеціальної геометрії. Природа високочастотних коливань, одержаних в такому пристрої, носить неакустичний характер і пов'язана з періодичним відривом кавітаційної каверни в зоні за критичним перетином трубки Вентурі, віднесенням каверни вниз за течією і її схлопуванням в зоні підвищеного тиску.

HYDRODYNAMIC TO CAVITATION IN INDUSTRIAL TECHNOLOGIES

The paper gives the results of studies on hydrodynamic cleaning surfaces with pulsating and cavitating sprays, obtained in a device including local flow resistance – Venturi tube of special geometry. The nature of high-frequency oscillations obtained in such a device has a nonultrasonic character and related to a periodic detachment of a cavitation cavity in the area behind the Venturi tube critical section, a downstream cavity entrainment and a cavity collapse in the area of the increased pressure.

Одним из основных фундаментальных свойств жидкости является её способность выдерживать действия больших растягивающих напряжений. Это приводит к потере сплошности и образованию каверн, заполненных внутри паром и газом, когда абсолютное давление в какой-то области капельной жидкости по-