

18. Расчет времени движения людей при выходе из аварийной зоны/ Потемкин В.Я., Светличный В.П., Кокоулин И.Е.// Техника безопасности, охрана труда и горноспасательное дело: Науч.-техн. реф. сб. ЦНИЭИУголь.- 1977.- № 12.- С. 13-14.

19. Принципы выбора вентиляционного режима при условии возможного осложнения протекания экзогенного пожара взрывом метана / И.А. Ященко // Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук праць / Дніпропетровськ, 2005.- Вип.. 59.- С. 183-188.

20. Повышение надежности работы горного диспетчера в аварийной ситуации на шахте / Кокоулин И.Е. // Безопасность труда в промышленности.- 2000.- № 3.- С. 44-45.

21. Эвакуация людей при пожаре с использованием транспортных средств циклического действия/ И.А. Ященко// Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук праць/ Дніпропетровськ, 2005.- Вип.. 58.- С. 213-219.

22. С.М. Смоланов, В.І. Голінько, Б.А. Грядущий. Основи гірничорятувальної справи (навчальний посібник для студентів гірничих спеціальностей вищих навчальних закладів).- Дніпропетровськ, видавництво НГУ.- 2002.- 267 с.

23. Кокоулин И.Е., Бондарева С.В., Сапунова И.А. Выбор оптимального вентиляционного режима на период ликвидации экзогенного пожара // Известия вузов. Горный журнал, 1987. – № 8. – С. 43-46.

24. Использование компьютерных технологий при проектировании вентиляции угольных шахт (к 60-летию института Луганскгипрошахт) / В.И. Полтавец, А.Ф. Булат, Т.В. Бунько, А.М. Малкин, И.Е. Кокоулин.- Луганск-Днепропетровск, 2003.- 343 с.

**УДК 622.28.044:622.831**

Канд. техн. наук Г.И. Ларионов,  
м.н.с. С.А Головкин, н.с. Ю.Ю Булич  
(ИГТМ НАН Украины)

## **О ПРИМЕНЕНИИ ЗАДАЧИ Н.Е. ЖУКОВСКОГО ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСИЛИЙ В ЗАКРЕПЛЕННОМ МЕТАЛЛОПОЛИМЕРНОМ АНКЕРЕ**

У роботі розглянуто механізм руйнування штанги анкера, зафіксованого у гірському масиві, розривом як найбільш ймовірний. Для встановлення закону розподілу зусиль, які виникають на контакті витків анкера та гірської породи, було використано розв'язок задачі Н.Є. Жуковського. Отримані результати демонструють відповідність уявленням про механізм руйнування штанги анкера розривними зусиллями. Представлено графічні залежності розподілу основних параметрів напружено-деформованого стану вздовж тіла штанги анкера і найбільш навантаженої ділянки від кількості витків, та зроблено висновки.

## **ON BIT FORCE DISTRIBUTION ALONG METAL POLYMER FIXED ANKER AS N.E. ZHUKOVSKY TASK**

Present paper is devoted to elucidate fixed in rock rebar bolt destruction mechanism tensile rupture, as most probability. N.E. Zhukovskiy task solving is used to obtain metal resin anchor bit force distribution in rock-anchor contact. Obtained results are corresponded with famous rebar bolt destruction mechanism under tensile axes forces. Graphics demonstrate main stress-strain parameter distributions along rebar bolt and for most loaded point part via carving number. Conclusions are made.

Анкерное крепление начинает успешно завоевывать позиции в системах крепления горных выработок на шахтах Украины. Применение современных опорно-анкерных систем позволяет в типовых условиях обеспечить безремонтное поддержание подготовительных выработок [1].

Однако, как показывает практический опыт, эффективность применения анкерных систем в ряде случаев оказывается недостаточной, что связано с невыполнением требований технологии опорно-анкерного крепления и нетра-

диционной областью применения анкеров современного технического уровня. Так, требования по обеспечению минимальной скорости проходки и не превышения нормативного отставания анкерного крепления от забоя для выработок арочной формы поперечного сечения часто оказываются невыполненными, и переходной этап растягивается на большую часть выработки. Это же относится к выработкам с буровзрывной технологией проходки. Эффективное применение анкеров современного технического уровня в зонах трещиноватости, повышенного горного давления, на границе с выработанным пространством, в выработках повторного использования требуют изучения механизмов работы анкеров в этих условиях. В условиях пород 3-4 категории устойчивости крепление выработок анкерными системами сопряжено с определенными сложностями. Наличие зон повышенного горного давления, вызванного влиянием проведенных и проводимых очистных работ, на состояние горных пород в окрестности горных выработок приводит к появлению значительных по объему зон разрушения. Представляет интерес, поэтому выяснение и исследование механизма отказа работы анкера в этих условиях.

Анализ причин отказа анкеров по поддержанию пород кровли показал, что он происходит исключительно по причине разрыва анкерной штанги в результате растяжения. Разрушение штанги анкера при растяжении, несмотря на все многообразие механизмов его работы, вызвано, прежде всего, значительной разницей модулей упругости материала анкера и окружающих его горных пород. Анализ работ в этом направлении, например [2, 3], представляет результаты как лабораторных, так и полевых испытаний анкеров. Анализ полевых испытаний анкеров дал возможность определить распределение растягивающих усилий по длине анкера. В условиях относительно мягких горных пород распределение растягивающих усилий в теле анкера носит относительно гладкий характер [3]. Основным источником искажения гладкого непрерывного распределения растягивающих усилий по длине анкера является, по-видимому, наличие слоев горных пород с различными механическими характеристиками [2] и, соответственно различные условия закрепления анкера в них. Именно наличие слоев с отличными прочностными характеристиками приводит сначала к скачкам в распределении усилий, а затем к появлению зон нарушения сплошности в зоне их контакта. Затем растягивающие усилия  $Q_1$ ,  $Q_2$ , увеличиваются на этих участках вплоть до разрывных [2] (см. рис. 1).

Появление зон свободных от сил сцепления анкера с фиксирующим составом может быть вызвано значительным количеством систем трещин, раскрывающихся в процессе перераспределения нагрузок в окрестности горных выработок. Так, в условиях 4 северного конвейерного штрека пласта  $k_5$  арендного участка Укруглестроя на шахте им. А.Г. Стаханова извлеченные после перекрепления анкера имели типичный вид разрушения отрывом.

Анализ формы разрушения подтверждает характер разрушения его растягивающими усилиями. Хорошо закрепленный в шпуре анкер разрушился в результате подвижки одного слоя горной породы относительно другого. По сути дела произошло то, что происходит при испытании штанг анкеров на

разрыв. Наличие разрывных усилий противоположного знака на этом участке привело к отрыву одной его части от другой. В условиях лабораторных испытаний анкерных штанг на разрыв вопроса о величине предельных разрывных усилий не возникает. Их величины являются характеристиками материала, из которого они изготовлены. А какова же природа и величины разрывных усилий в реальных условиях закрепленного металлополимерного анкера?

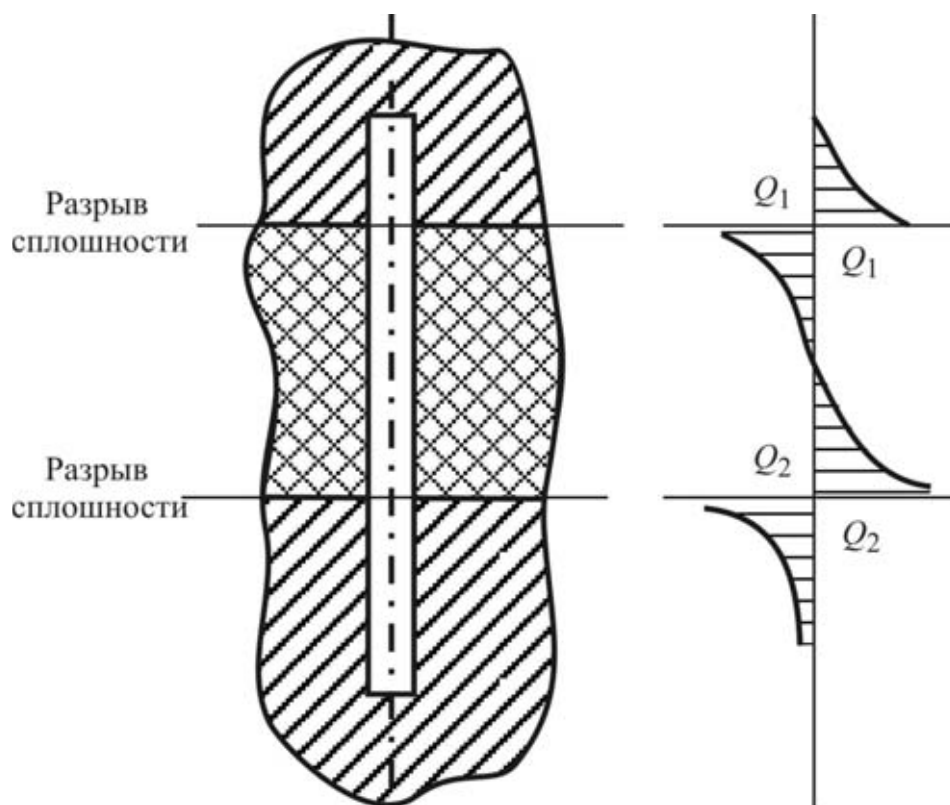


Рис. 1 – Схема распределения усилий по длине анкера

Натурные испытания по выдергиванию анкера из горной породы показали, что разрыв штанги анкера происходит или на незакрепленном или на ослабленном резьбой участке. Поскольку в глубине массива анкер находится в состоянии сцепления с горной породой и отсутствует свободный от сцепления с горной породой участок, нередко делается вывод о возникновении усилий в зафиксированном анкере, существенно превышающих разрывные. Как показывает опыт эксплуатации систем анкерного крепления и их отказа, в наиболее общем случае схема нагружения может быть представлена на рис. 1. Другими словами, наличие зоны, свободной от сцепления с горной породой, является необходимым условием для возникновения разрыва анкерной штанги в этой зоне. При наличии свободной от сцепления с горной породой зоны схема локального нагружения штанги анкера растягивающими усилиями симметрична относительно зоны нарушения сплошности (см. рис. 1). Учет этой симметрии позволяет далее рассматривать расчетную схему анкера нагруженного осевой растягивающей силой.

Постановка задачи. При выборе модели необходимо учесть, что модуль

упругости фиксирующего состава и горных пород близки по величине. Это дает нам основания рассматривать анкер, закрепленный не в фиксирующем составе, а непосредственно в горной породе. По-видимому, такая замена не очень исказит картину распределения усилий в теле анкера. Усилия растяжения анкера, закрепленного в горной породе, состоят из усилий на преодоление сил сцепления или адгезии между горной породой и телом штанги анкера и зацепления выступов породы на поверхности горной породы с ответными выступами на штанге анкера.

Для оценки вклада каждой из составляющих в общее усилие выдергивания можно воспользоваться хорошо разработанными и проверенными практикой исследованиями в области производства железобетонных конструкций.

Как следует из [4], прочность сцепления арматурных стержней, закрепленных в бетоне, зависит от таких факторов, как: зацепление выступов на поверхности арматуры периодического профиля; сил трения, развивающихся при контакте арматуры с бетоном под влиянием его усадки; склеивания арматуры с бетоном, возникающего благодаря клеящей способности цементного геля. Как установлено [4], наибольшее влияние на прочность сцепления оказывает первый фактор, он обеспечивает около  $\frac{3}{4}$  общего сопротивления скольжения арматуры в бетоне. Подобие процессов происходящих при выдергивании анкера из бетона с рассматриваемой дает нам основания считать, что принимаемая нами модель, основанная на учете влияния на прочность сцепления, наличия выступов на поверхности анкера и горной породы, отражает основные механизмы их взаимодействия.

И, как результат, для выяснения распределения растягивающих усилий в теле анкера, возникла идея использования классической задачи Н.Е. Жуковского о распределении усилий в винтовой паре гайка – винт [5]. Совершенно очевидно, что в этом случае роль гайки будет играть массив горной породы в окрестности анкера, а роль винта будет играть сам анкер. Понятно, что роль винта наилучшим образом подходит анкеру, так как на поверхности анкера имеются выступы, расположенные по винтовой спирали. Совершенно очевидно, что в зависимости от решаемой задачи можно рассматривать в качестве гайки и горную породу, и фиксирующий состав. Следует заметить, что в выбранной модели усилия, возникающие в зоне контакта анкера с горной породой, прикладываются непосредственно к телу анкера, а влияние таких факторов, как адгезия и силы трения на контакте вполне могут быть учтены выбором коэффициентов пропорциональности между смещениями и усилиями, возникающими на контакте выступов анкера и горной породы. Это обстоятельство как нельзя лучше характеризует адекватность выбранной модели реальной ситуации.

На рис. 2 представлена схема взаимодействия анкера с окружающей его горной породой.

Принимаемая расчетная схема, реализующая указанный вид нагружения штанги анкера изображена на рис. 3.

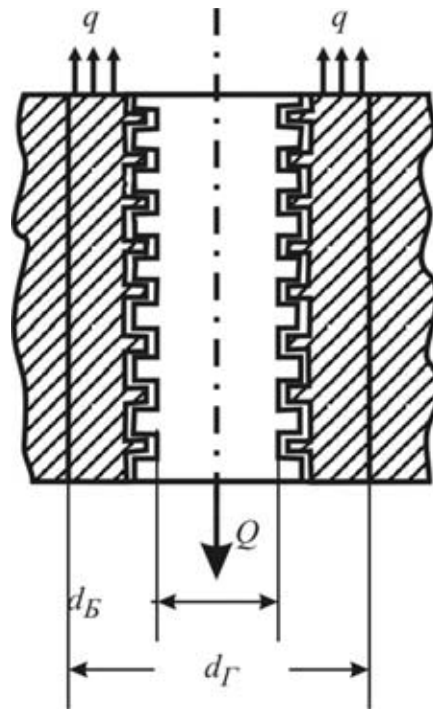


Рис. 2 – Взаимодействие анкера с окружающей горной породой

Задача, на решении которой основано дальнейшее исследование, решена с использованием операционного исчисления. Использование операционного исчисления при решении конечно-разностных задач показало свою эффективность в решении некоторых классов задач механики [5]. Замечательным свойством применения подобного подхода к решению указанной задачи, является получение решения в виде непрерывной функции от номеров витков. Это обстоятельство позволяет в дальнейшем облегчить ее применение в вычислительных схемах и алгоритмах.

Согласно Н.Е. Жуковскому [5], задача сводится к расчетной схеме, показанной на рис. 3. На этой схеме правый стержень изображает тело болта, левый — тело гайки. Выступы, в которых соприкасаются стержни, изображают нарезы (витки) болта и гайки. Максимальное количество витков резьбы (нарезов) характеризуется далее числом  $n$ . Нумеруем нарезы снизу вверх:  $(0), (1), \dots, (n)$ , а соответствующие поля между ними:  $1, 2, \dots, n$ . Искомые усилия на нарезках обозначим через  $p_0, p_1, \dots, p_n$ .

Решение задачи. Растягивающее усилие, действующее в некотором  $i$ -ом поле болта и гайки, записывается в виде [5]

$$p_0 + p_1 + \dots + p_{i-1} = s_i^F = Q - s_i^B. \quad (1)$$

Под действием этого усилия  $i$ -ое поле болта и гайки увеличат первоначальную длину на  $\delta_i = \frac{s_i h}{E_B F_B}$ , где  $h$  — расстояние между двумя выступами,  $F_B$  — площадь поперечного сечения болта. Нарез болта номер  $i$  под действием силы  $p_i$  поднимется относительно тела болта, а нарез гайки сместится

вниз относительно ее тела на величину, пропорциональную этой силе

$$f_i = c p_i,$$

где коэффициент пропорциональности  $c$  зависит от геометрических размеров и формы нареза болта и гайки соответственно; он принимается постоянным для всех нарезок болта и гайки.

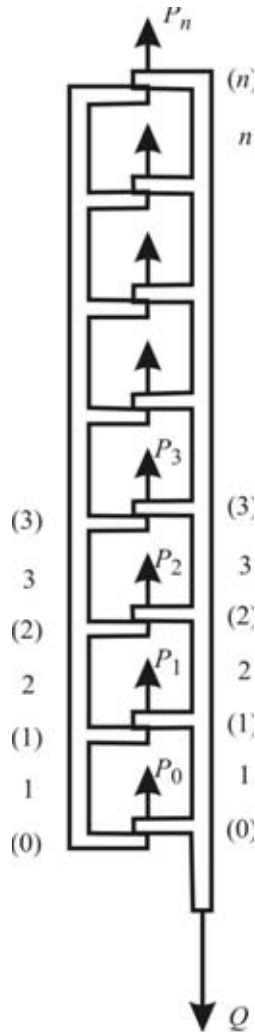


Рис. 3 - Расчетная схема распределения усилий по нарезкам винта и гайки

Обозначая смещение (направленное вниз) тела болта, расположенного ниже всех нарезок, через  $\delta_0$ ,  $k$ -ый нарез сместится вниз на величину

$$\Delta_k^B = \delta_0 - \sum_{i=1}^k \delta_i - f_k = \delta_0 - \frac{h}{E_B F_B} \sum_{i=1}^k s_i - c_B P_k. \quad (2)$$

Перемещение нижней поверхности гайки по отношению к первоначальному назовем  $\Delta_0$ , считая его положительным, если оно направлено вниз. Тогда общее перемещение  $k$ -го нареза гайки будет равно:

$$\Delta_k^r = \Delta_0 - \sum_{i=1}^k \delta_i - f_k = \Delta_0 - \frac{h}{E_r F_r} \sum_{i=1}^k s_i - c_r p_k. \quad (3)$$

Приравнявая выражение (3) выражению (2), получаем:

$$\delta_0 - \Delta_0 = \frac{h}{E_b F_b} \sum_{i=1}^k s_i - \frac{h}{E_r F_r} \sum_{i=1}^k s_i + (c_b + c_r) p_k.$$

Решение, приведенное в [5], дано для случая, когда болт и гайка выполнены из одного и того же материала. Выражения с учетом того, что материал гайки и болта разный, запишутся в виде:

для силы, возникающей на первом витке

$$P_0 = Q \cdot \frac{E_b F_b}{E_b F_b + E_r F_r} \cdot \frac{2sh(\beta/2)ch(n + 1/2)\beta}{sh(n+1)\beta} + \frac{QE_r F_r}{E_b F_b + E_r F_r} \frac{sh(\beta)}{sh((n+1)\beta)};$$

для сил на  $k$ -ом витке

$$P_k = \frac{2Qsh(\beta/2)}{sh(n+1)\beta} \left[ \frac{E_b F_b}{E_b F_b + E_r F_r} ch(n - k + 1/2)\beta \right] + \frac{E_r F_r}{E_b F_b + E_r F_r} ch(k + 1/2)\beta;$$

для усилий в нарезках

$$S_{k+1} = P_0 \frac{sh((n-k)\beta)}{2sh(\beta/2)ch((n+1/2)\beta)} + \frac{QE_r F_r}{E_b F_b + E_r F_r} \left[ 1 - \frac{ch((k+1/2)\beta)}{ch((n+1/2)\beta)} \right];$$

где  $\lambda = \left( \frac{h}{E_b F_b} + \frac{h}{E_r F_r} \right) \frac{1}{c_b + c_r}$ ;  $\beta = \ln \left[ 1 + 0.5\lambda + \sqrt{(1 + 0.5\lambda)^2 - 1} \right]$ ;  $E_b, F_b$  и  $E_r, F_r$  – модуль упругости и площадь поперечного сечения болта и гайки соответственно;  $h$  – шаг резьбы гайки и болта;  $n$  – число нарезков, входящих в зацепление (длина резьбовой части);  $k$  – текущий номер нарезка.

Для ответа на вопрос о величине разрывных усилий возникающих в теле анкера обратимся к формуле (1). Из нее видно, что усилия, возникающие в некотором сечении анкера, являются суммой всех усилий расположенных выше этого сечения, а именно:

$$p_k = \sum_{i=1}^{k-1} p_i.$$

Это означает, что усилия суммируются и при достижении предельно допустимых значений может произойти разрыв поперечного сечения анкерной

штанги в зоне  $k$ -го витка. Как известно, выбор того или иного поперечного сечения, в котором произойдет разрыв, носит вероятностный характер. При этом наиболее вероятными сечениями могут быть сечения находящиеся в зоне разупрочненных или расслоившихся пород. Если этого расслоения не произошло, то разрушение произойдет в сечении в котором усилия превысили предельно допустимые на разрыв значения, а свободная от закрепления зона образуется уменьшением поперечного сечения.

Для определения смещения нарезов гайки в [5] пользуются следующей формулой:

$$f_i = c p_i,$$

где:  $f_i$  – смещение  $i$ -го поперечного сечения под действие усилия  $p_i$ ;  $c$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от геометрических размеров, формы нареза болта и гайки, качества закрепления анкера в горной породе (он принимается постоянным для всех нарезав болта и гайки). Определение этого коэффициента сопряжено с некоторыми трудностями. Для разрешения трудностей в определении коэффициента пропорциональности воспользуемся [6]. В этой работе используется упрощенная схематизация реального соединения путем условного разделения его деформаций на общие (растяжение и сжатие тел болта и гайки) и местные (изгиб и сдвиг витков резьбы). При этом осевое смещение точки витка в некотором сечении  $z$  представляется в виде алгебраической суммы перемещений:

$$\delta_b(z) = \Delta_b(z) - w_b(z); \quad \delta_r(z) = \Delta_r(z) - w_r(z);$$

где  $\Delta_b(z)$  и  $\Delta_r(z)$  – перемещение сопряженных точек витков болта и гайки в результате растяжения и сжатия их тел;  $w_b(z)$  и  $w_r(z)$  – то же, но в результате изгиба и сдвига витков относительно тел болта и гайки. Принимая, что витки изготовлены идеально точно (а в нашем случае так оно и есть, поскольку фиксирующий состав идеально отображает поверхность анкера), уравнение совместности перемещений в болте и гайке будет иметь вид:

$$\Delta_b(z) + \Delta_r(z) = [\delta_b(z) + \delta_r(z)] - [\delta_b(0) + \delta_r(0)].$$

Уравнение имеет ясный физический смысл [6]: алгебраическая разность осевых деформаций тел болта и гайки компенсируется разностью прогибов витков. Если предположить, что давление постоянно вдоль рабочей поверхности витка, и каждый виток деформируется изолированно от других, а деформация болта и гайки в поперечном направлении зависит лишь от среднего напряжения, соответствующему данному сечению, то величины смещений  $\delta_i(z)$  ( $i = 1, 2$ ) при сделанных допущениях можно выразить формулой:



$$\delta_i = \frac{p(z)P}{E_i} \Lambda_i;$$

где  $\Lambda_i$  – безразмерные коэффициенты, зависящие от геометрических параметров резьбы и всего соединения;  $i$  – номер детали соединения, а именно, 1 – болт, 2 – гайка;  $p(z)$  – напряжения на рабочей поверхности нарезки;  $P$  – ширина основания нарезки;  $E_i$  – модули упругости болта и гайки соответственно.

Эти коэффициенты вычисляются по формулам [6]:

$$\Lambda_B = \Omega + \frac{d_B H_B (1 - \nu_B)}{2P^2} \operatorname{tg}^2\left(\frac{\alpha}{2}\right);$$

$$\Lambda_G = \Omega + \frac{d_G H_G}{2P^2} \left( \nu_G + \frac{D_s^2 + d_G^2}{D_s^2 - d_G^2} \right) \operatorname{tg}^2\left(\frac{\alpha}{2}\right);$$

где  $\Omega$  – безразмерный коэффициент, учитывающий влияние деформаций изгиба и сдвига на податливость витков (как рекомендовано в [6],  $\Omega \approx 1$ );  $D_s$  – внешний диаметр круглой гайки;  $\nu_B$  и  $\nu_G$  – коэффициенты Пуассона для материалов болта и гайки;  $\alpha$  – угол профиля резьбы;  $H_B$  и  $H_G$  – высота витков болта и гайки соответственно;  $p(z)$  – давление, возникающее между витками болта и гайки.

Для апробации рассмотренного подхода к определению усилий проводились расчеты для следующих исходных данных:

для анкера (болта) –  $d = 0,0275$  м;  $h = 0,0185$  м;  $E = 1,2 \cdot 10^5$  МПа;  $H_B = 0,0013$  м;  $\nu = 0,3$ ;  $P = 0,0014$  м;

для горной породы (гайки) –  $d = 0,50$  м;  $h = 0,0185$  см;  $E_G = 9 \cdot 10^3$  МПа;  $H_G = 0,0013$  м;  $\nu = 0,2$ ;  $P = 0,014$  м.

Диаметр гайки выбирался из условия размеров опорного столба, возникающего вокруг зафиксированного в горной породе анкера [7].

На рис. 5-8 представлены графики зависимостей силовых факторов, действующих как на витках, так и нарезках. Для простоты чтения графических зависимостей принята следующая схема. На рис. 5-8 для каждого силового параметра представлено по два графика. На левом из двух изображена зависимость изменения параметра по длине соединения при количестве витков равным 30. На правом графике изображена зависимость параметра для наиболее нагруженной точки (участка) от количества витков на штанге анкера. Поскольку шаг резьбы при этом оставался неизменным, то умножение количества витков на шаг резьбы представляет собой длину анкера. Эти зависимости фактически демонстрируют распределение параметра для выбранной точки (участка) от длины зафиксированного анкера.

Сравнение распределений растягивающих усилий, полученных в данной работе, с работами других авторов [2, 3] дает хорошее качественное совпадение. Так отклонение от результатов полученных авторами в натуре не превышает 10%, что подкрепляет уверенность о правильности выбора модели.

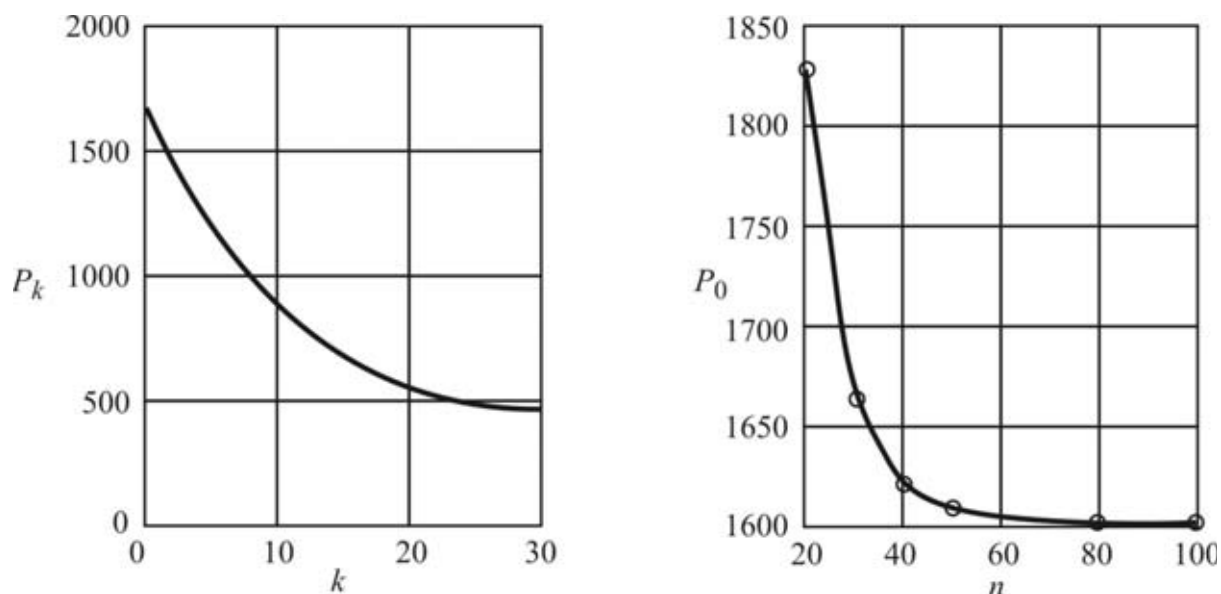


Рис. 5 – Распределение усилий на витках анкера

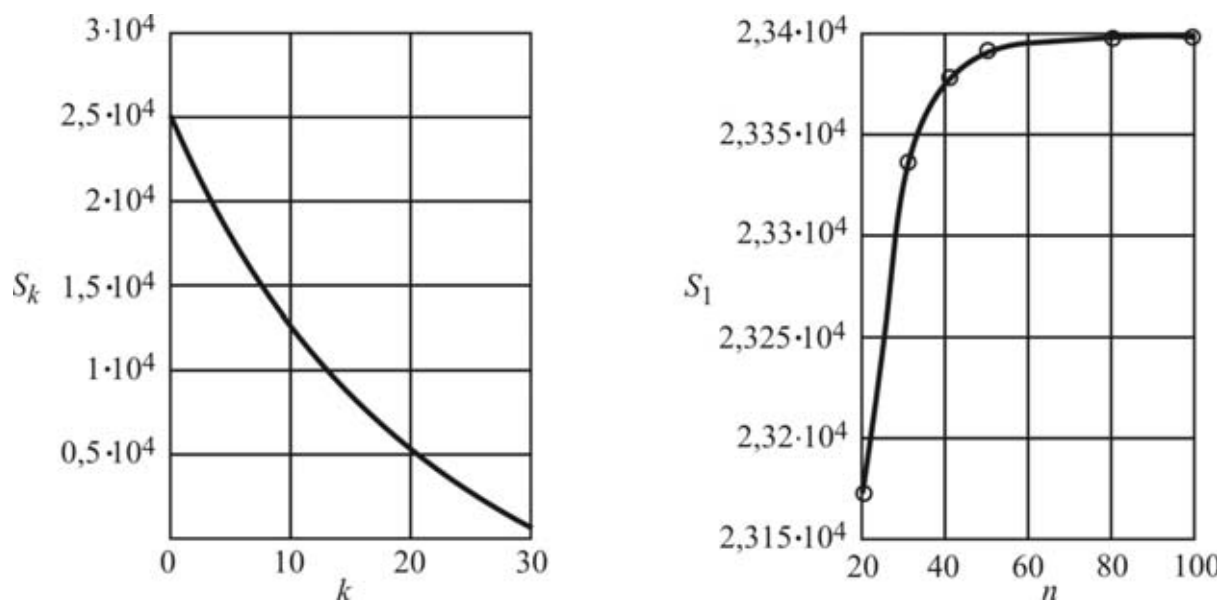


Рис. 6 – Распределение усилий по длине анкера

Выводы:

- 1) разрыв анкерной штанги, зафиксированной в горном массиве, наступает при достижении в поперечном сечении предельно допустимого напряжения;
- 2) максимальные напряжения, действующие в зоне потери сплошности горной породы, нелинейно зависят от числа витков на анкерной штанге;
- 3) напряжения, возникающие в максимально нагруженном поперечном сечении, практически стабилизируются для количества витков больше 50;
- 4) применение решения задачи Н.Е. Жуковского продемонстрировало свою эффективность для получения распределения усилий и деформаций по длине зафиксированного металлополимерного анкера.

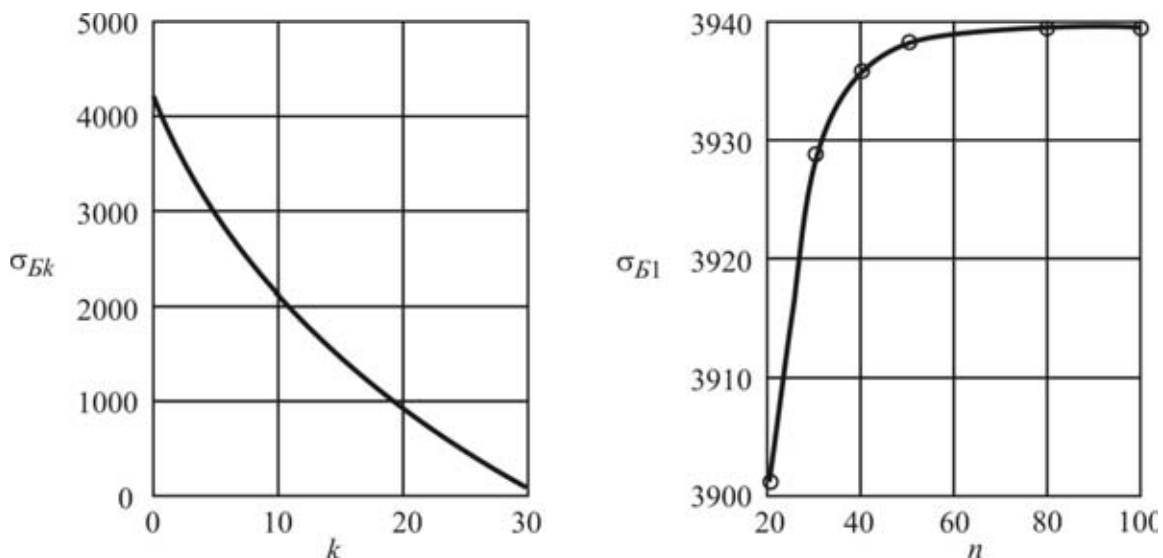


Рис. 7 – Распределение напряжений по длине анкера

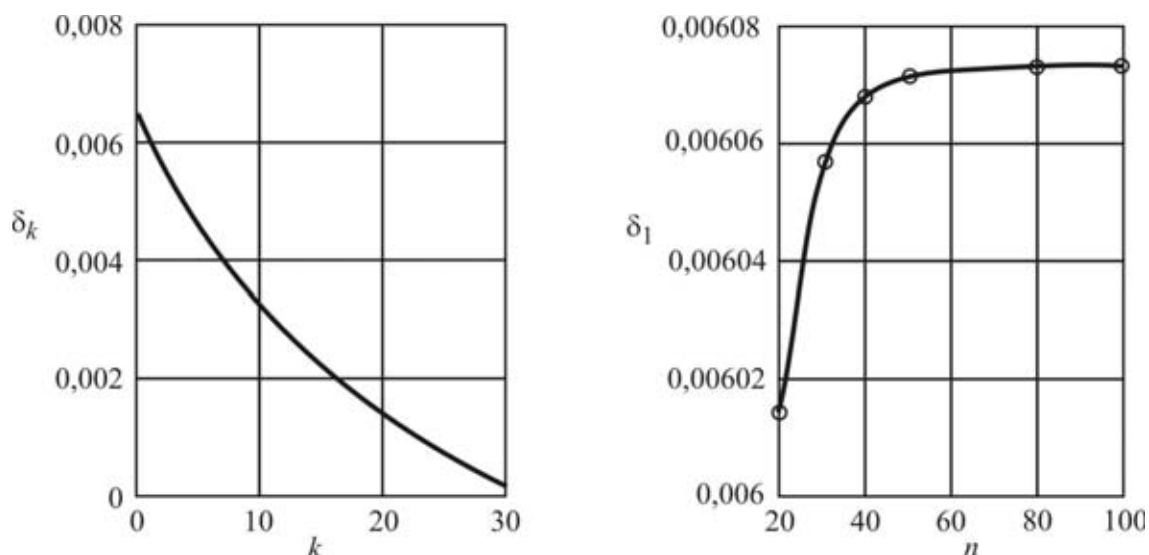


Рис. 8 – Распределение деформаций по длине анкера

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булат А.Ф., Виноградов В.В. Опорно-анкерне кріплення гірничих виробок вугільних шахт. – Дніпропетровськ: Ін-т геотехнічної механіки НАН України, 2002. – 372 с.
2. Aziz N.J., Indraratna B., Dey A. Influence of bolt surface profiles on the load transfer mechanism – laboratory and field study // Проблеми гірського тиску, 2000. – №4. – С. 48-81.
3. Cal Y., Jiang Y.J., Esaki T. A study of rock bolting design in soft rock // Int. J. Rock Mech. Min. Sci, Vol. 41, № 3. – P. 1-6.
4. Байков В.Н., Сигалов Э.Е. Железобетонные конструкции. Общий курс. – М.: Стройиздат, 1991. – 767 с.
5. Лурье А.И. Операционное исчисление и его приложения к задачам механики. – М-Л.: Гос. изд. техн-теор. лит., 1951. – 432 с.
6. Биргер И. А., Иосилевич Г.Б. Резьбовые и фланцевые соединения. – М.: Машиностроение, 1990. – 368 с.
7. Виноградов В.В., Круковский А.П. Геомеханика формирования опор анкерами высокой несущей способности. // Геотехническая механика, 2003. – Вып. 44. – С. 44-53.