

3. Дідух В.Ф., Цизь І.С. Особливості сільськогосподарського виробництва зони Полісся // Конструкція, виробництво та експлуатація СГМ. – Кіровоград, 2005. – Вип. 35. – С. 96-100.
4. Скоклюк С. Чи буде врятовано озеро Нечемне? // Вісті Ковельщини. – 2005 (вересень).
5. Основы расчета и конструкции машин и автоматов пищевых производств / Под. ред. А.Я. Соколова. – М.: Машиностроение, 1969. – 637 с.
6. Булік Ю.В. Обґрунтування процесу і параметрів механізму для добування сапропелю: Дис. ... канд. техн. наук: 05.05.11. – Луцьк, 2005. – 135 с.
7. Бодак В. І. Розробка і дослідження механізмів для добування сапропелів: Дис... канд. техн. наук: 05.20.01. – Луцьк, 1996. – 209 с.
8. Деклараційний патент 15225 Україна, МПК Е 02 F 3/88. Пристрій для добування сапропелів / Цизь І.С., Дідух В.Ф., Шимчук О.П. – №200512720; Заявл. 28.12.2005; Опубл. 15.06.2006, Бюл. №6.

УДК 631.363.01-45

Щур Т.Г., Бойко І.Г.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ СИПУЧИХ МАТЕРІАЛІВ В ВІДЦЕНТРОВОМУ ДОЗАТОРІ

Приведены результаты теоретических исследований движения сыпучих кормов по конической поверхности рабочего органа центробежного дозатора.

A MATHEMATICAL MODEL OF MOTION OF FRIABLE MATERIALS IN A CENTRIFUGAL METERING DEVICE

The results of theoretical researches of motion of friable materials are resulted on the conical surface of working organ of centrifugal metering device.

Принципова схема подаючого конуса дозатора показана на рис. 1 [1, 2].

Ротор дозатора обмежений поверхнею обертання Σ , вісь якої Oz розташована вертикально вздовж напрямку сили тяжіння інтенсивності \vec{g} . На поверхні Σ є канавка L , вздовж якої зверху вниз може переміщатися частинка сипкого матеріалу маси m . Сам ротор обертається навколо своєї осі з постійною кутовою швидкістю $\vec{\omega}$. Напрямок обертання і напрям спіралі канавки узгоджені так, як це зображено на рис. 1. При русі по каналу частинка зазнає опору руху через дію сили сухого тертя. Під дією вказаних чинників частинка здійснює складний рух, рухаючись по каналу від точки A , і в точці B покидає його. Абсолютна швидкість \vec{V}^a частинки в точці B представляє суму переносної \vec{V}^e і відносної \vec{V} швидкостей $\vec{V}^a = \vec{V}^e + \vec{V}$, де вектор \vec{V}^e спрямований перпендикулярно циліндричному радіусу точки B і осі Oz у бік обертання ротора, а вектор \vec{V} є дотичним до лінії L в точці B . Очевидно, при постійній кутовій швидкості $\vec{\omega}$ переносна швидкість \vec{V}^e не змінюється. Відносна ж швидкість \vec{V} залежить як від $\vec{\omega}$, так і форми поверхні ротора Σ і каналу L . Тому тут можна поставити питання про оптимальний вибір параметрів дозатора, при яких відносна швидкість вильоту частинки з каналу буде максимальною.

Математична постановка задачі. Поверхня ротора Σ утворюється обертанням кривої CD навколо осі Oz (рис. 2). Тут R_2 – радіус меншої основи рото-

ра, R_1 – радіус більшої основи, H – висота ротора. Тоді рівняння кривої CD можна записати

$$z = F(r). \tag{1}$$

У робочому стані менша основа знаходиться вгорі, більша внизу (рис. 1). Поверхня Σ виконана так, що дотична площина до неї при прямуванні z до H стає горизонтальною. Це матиме місце тоді, коли дотична до кривої CD в точці D буде горизонтальною, або, іншими словами, похідна $F'(R_1) = 0$.

Позначимо через Z_1 похідну $F'(R_2)$. Криву CD визначимо у вигляді сплайна, що сполучає точки C і D , що задовольняє додатково дві умови [3, 4]. Сплайн в даному випадку є поліномом третього ступеня по змінній r , наприклад, у вигляді

$$F(r) = A_3(R_1 - r)^3 + A_2(R_1 - r)^2 + H. \tag{2}$$

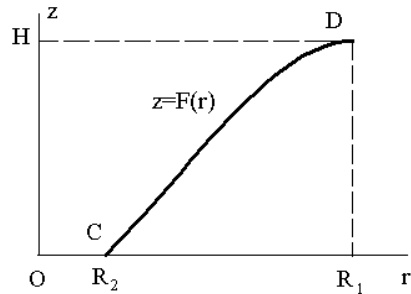
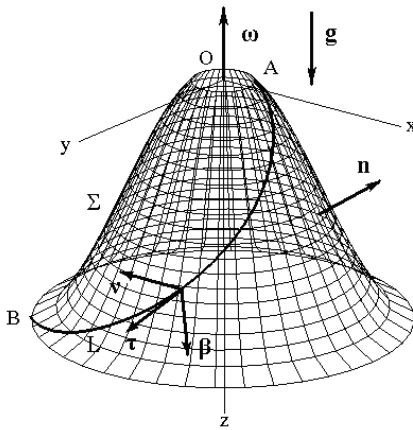


Рис. 2 – Принцип побудови поверхні подаючого конуса дозатора

Рис. 1 – Принципова схема подаючого конуса дозатора

Така функція задовольняє умовам $F(R_1) = H$, $F'(R_1) = 0$. Невизначені коефіцієнти A_2, A_3 беремо з умов $F(R_2) = 0$, $F'(R_2) = Z_1$

$$\begin{cases} A_3(R_1 - R_2)^3 + A_2(R_1 - R_2)^2 + H = 0; \\ -3A_3(R_1 - R_2)^2 - 2A_2(R_1 - R_2) = Z_1. \end{cases} \tag{3}$$

Співвідношення (3) є системою двох лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих A_2, A_3 , вирішення яких мають вигляд

$$\begin{aligned} A_2 &= \left(Z_1 - \frac{3H}{R_1 - R_2} \right) \frac{1}{R_1 - R_2}; \\ A_3 &= \left(\frac{2H}{R_1 - R_2} - Z_1 \right) \frac{1}{R_1 - R_2}. \end{aligned} \tag{4}$$

Таким чином, співвідношення (2) дає однопараметричне сімейство кривих, що описуються рівнянням (1) з параметром Z_1 . Значення цього параметра повинні лежати в інтервалі $(0, \infty)$.

Рівняння поверхні Σ є двомірним різноманіттям, будь-яка точка її однозначним чином визначається значеннями двох параметрів - криволінійних координат [5].

Розглянемо дві системи координат: першу – декартову систему (x, y, z) , другу – циліндричну (r, φ, z) . Вісь Oz виберемо співпадаючу з віссю симетрії ротора і направимо вниз. Початок координат нехай лежить в центрі верхньої основи ротора (рис. 1). Надалі скористаємося прийнятим позначенням компонент будь-якого тривимірного вектора \vec{a} у вигляді набору його проєкцій на осі декартової системи координат $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$. У таких позначеннях радіус-вектор \vec{r} записується як $\vec{r} = (x, y, z)$.

Враховуючи однозначність функції (1), виберемо в якості параметрів поверхні Σ (криволінійних координат) циліндричний радіус \vec{r} і кут φ . Тоді векторне рівняння поверхні можна записати у вигляді

$$\vec{r} = \vec{r}(r, \varphi) = (x(r, \varphi), y(r, \varphi), z(r, \varphi)),$$

або, враховуючи зв'язок між декартовими і циліндричними координатами, у формі [6]

$$\vec{r} = (r \cos \varphi, r \sin \varphi, F(r)). \quad (5)$$

Вектори базису криволінійної системи координат на Σ визначаються у вигляді

$$\begin{aligned} \vec{e}_r &= \frac{\partial \vec{r}(r, \varphi)}{\partial r} = (\cos \varphi, \sin \varphi, F'(r)), \\ \vec{e}_\varphi &= \frac{\partial \vec{r}(r, \varphi)}{\partial \varphi} = (-r \sin \varphi, r \cos \varphi, 0), \end{aligned} \quad (6)$$

де $F'(r) = \frac{dF(r)}{dr}$.

Вектора $\vec{e}_r = \vec{e}_r(r, \varphi)$ є дотичними до координатних ліній паралелей $\varphi = const$ на Σ , а вектора $\vec{e}_\varphi = \vec{e}_\varphi(r, \varphi)$ дотичні до координатних ліній меридіанів $r = const$. Координатна сітка на Σ є ортогональною, що виходить з ортогональності векторів \vec{e}_r і \vec{e}_φ .

Вектор одиничної зовнішньої нормалі \vec{n} до Σ визначається як відношення векторного добутку векторів \vec{e}_φ і \vec{e}_r до модуля цього векторного добутку

$$\vec{n} = \vec{n}(r, \varphi) = \frac{\vec{e}_\varphi \times \vec{e}_r}{|\vec{e}_\varphi \times \vec{e}_r|} = \frac{(F'(r) \cos \varphi, F'(r) \sin \varphi, -1)}{\sqrt{1 + F'^2(r)}}. \quad (7)$$

Канал L на поверхні Σ є просторовою кривою. Тут зручно розглянути параметричну форму подання цієї кривої [5]. Виберемо як параметр полярний кут φ , областю зміни якого є інтервал $[0, 2\pi\lambda]$, де λ визначає, скільки разів крива L обвиває ротор дозатора. Введемо скорочено позначення

$$c = \frac{R_1 - R_2}{2\pi\lambda}, \quad (8)$$

і задамо рівняння кривої L у векторному вигляді

$$\vec{r} = \vec{R}(\varphi) = ((R_2 + c\varphi) \cos \varphi, (R_2 + c\varphi) \sin \varphi, F(R_2 + c\varphi)). \quad (9)$$

З цього співвідношення видно, що якщо частинка рухається по каналу з постійним кроком h_φ по куту φ , то її переміщення вздовж циліндричного радіусу r теж проходитиме з постійним кроком, що дорівнює ch_φ . Крок же вздовж осі z при цьому не буде постійним, і залежатиме від характеру кривої (1).

При природній параметризації кривої як параметр виступає довжина її дуги. Початок і позитивний напрям відліку дуги вибираються довільно. Позначимо через ds нескінченно малий елемент дуги. Він пов'язаний з приростом $d\vec{r}$ радіус-вектора (9) співвідношенням

$$ds = \sqrt{(d\vec{r} \cdot d\vec{r})},$$

де

$$d\vec{r} = d\vec{R} = \begin{pmatrix} c \cos \varphi - (R_2 + c\varphi) \sin \varphi \\ c \sin \varphi + (R_2 + c\varphi) \cos \varphi \\ cF'(R_2 + c\varphi) \end{pmatrix} d\varphi. \quad (10)$$

Таким чином

$$ds = \sqrt{(R_2 + c\varphi)^2 + c^2 (1 + F'^2(R_2 + c\varphi))} d\varphi. \quad (11)$$

Проінтегруємо останнє співвідношення по φ , вважаючи, що початок відліку дугової координати лежить в т. A , а позитивний напрям її відліку співпадає з напрямком руху від точки A до точки B . Отримаємо залежність дугової координати від φ

$$s = s(\varphi) = \int_0^\varphi \sqrt{(R_2 + c\varphi')^2 + c^2 (1 + F'^2(R_2 + c\varphi'))} d\varphi', \quad (12)$$

(φ' – змінна інтеграції).

При звичайному способі завдання руху закон руху матеріальної точки має вигляд залежності дугової координати від часу $s = s(t)$ [7]. Рівняння динаміки при такому способі опису руху записуються в системі координат, пов'язаній з природним тригранником, ортами якої є одиничні вектори \vec{t} – дотичної до L , \vec{v} – головної нормалі, бінормалі $\vec{\beta}$

$$\vec{\beta} = \vec{t} \times \vec{v}. \quad (13)$$

Дотичний вектор визначається як

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{R}}{d\varphi} \left| \frac{d\vec{R}}{d\varphi} \right|^{-1}, \quad (14)$$

що, згідно формулам (10), (11), приводить до виразу

$$\vec{\tau} = \begin{pmatrix} c \cos \varphi - (R_2 + c \varphi) \sin \varphi \\ c \sin \varphi + (R_2 + c \varphi) \cos \varphi \\ cF'(R_2 + c \varphi) \end{pmatrix} \cdot \left\{ (R_2 + c \varphi)^2 + c^2 (1 + F'^2 (R_2 + c \varphi)) \right\}^{-1/2}. \quad (15)$$

Формули Френе встановлюють зв'язок між дотичним вектором $\vec{\tau}$ і вектором головної нормалі $\vec{\nu}$ [3]

$$\frac{d\vec{\tau}}{ds} = k_1 \vec{\nu}, \quad (16)$$

де

$$k_1 = \left| \frac{d\vec{\tau}}{ds} \right| = \left| \frac{d\vec{\tau}}{d\varphi} \left| \left(\frac{ds}{d\varphi} \right)^{-1} \right| \right| \quad (17)$$

– головна кривизна кривої, для знаходження якої потрібно знайти похідну $\vec{\tau}$ по куту φ

$$\frac{d\vec{\tau}}{d\varphi} = \frac{\begin{pmatrix} -2c \sin \varphi - (R_2 + c \varphi) \cos \varphi \\ 2c \cos \varphi - (R_2 + c \varphi) \sin \varphi \\ c^2 F''(R_2 + c \varphi) \end{pmatrix}}{\left\{ (R_2 + c \varphi)^2 + c^2 (1 + F'^2 (R_2 + c \varphi)) \right\}^{1/2}} - \frac{c(R_2 + c \varphi) + c^3 F'(R_2 + c \varphi) F''(R_2 + c \varphi)}{\left\{ (R_2 + c \varphi)^2 + c^2 (1 + F'^2 (R_2 + c \varphi)) \right\}^{3/2}} \begin{pmatrix} c \cos \varphi - (R_2 + c \varphi) \sin \varphi \\ c \sin \varphi + (R_2 + c \varphi) \cos \varphi \\ cF'(R_2 + c \varphi) \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Співвідношення (16), (17), (18), (11), (13) дають можливість записати вирази для головної кривизни k_1 , головної нормалі $\vec{\nu}$ і бінормалі $\vec{\beta}$, кінцевий вид яких не надається через їх громіздкість.

Висновки. В результаті проведених теоретичних досліджень отримали раціональну кривизну каналу подаючого конуса дозатора, яка забезпечить максимальну швидкість руху потоку сипучого матеріалу, що суттєво підвищить якісні показники дозатора.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Видинеев Ю.Д. Дозаторы непрерывного действия. – М.: Энергия, 1978. – 184 с.
2. Универсальный дозатор ингредиентов комбикормов / Степук Л.Я., Михасенюк Е.М., Лабочкий И.М. // Мех. и электрификация соц. с. х-ва. – 1976. – №1. – С. 44-45.
3. Стечкин С.Б., Субботин Ю.Н. Сплайны в вычислительной математике. – М.: Наука, 1976. – 248 с.
4. Малоземов В.Н., Певный А.Б. Полиномиальные сплайны. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1986. – 120 с.

5. Погорелов А.В. Лекции по дифференциальной геометрии. – Харьков: Изд-во Харьковск. госунта, 1967. – 163 с.
6. Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. – Харьков: Высш. школа, Изд-во при Харьк. ун-те, 1986. – 216 с.
7. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики. – М.: Наука, 1972. – Т. 1. – 530 с.

УДК 621.928.1:634:635

Березняк О.О., Лукашенко М.І.

МАГНІТОГІДРОДИНАМІЧНА СЕПАРАЦІЯ МАТЕРІАЛІВ В РОЗЧИНІ

Рассматривается процесс сортирования твердых материалов при помощи магнитогидродинамической сепарации.

MAGNETO-HYDRODYNAMIC SEPARATION OF MATERIALS IN SOLUTION

The process of sorting of rigid materials by means of magneto-hydrodynamic separation is considered.

Магнітогідродинамічна сепарація (МГД) ґрунтується на виникненні додаткової до архимедової електромагнітної сили внаслідок взаємодії електричного струму, що протікає через електропровідну речовину, з перпендикулярним до цього струму магнітним полем. В якості електропровідної рідини можна використовувати розчини різноманітних солей у воді, наприклад, хлористого натрію. Такий розчин найбільш сприятливий для МГД сепарації продукції, так як не шкідливий і має невелику вартість. Слід зазначити, що МГД сепарація дозволяє розділити не тільки матеріали з густиною, більшою за густину розчину, а навіть матеріали з густиною, як завжди меншою густини розчину [1, 2].

Сортування продукції (овочів, фруктів, насіння та будь-яких частинок, які знаходяться у провідній речовині) можна проводити в сепараторі, що уявляє собою ємність, вздовж якої, перпендикулярно до напрямку руху рідини, встановлюються магніти зі сталою величиною індукції. В напрямку руху рідини проходить постійний струм, величина якого і напрямок можуть змінюватись, а значить, може змінюватись і напрям дії додаткової об'ємної електромагнітної сили ΔF_e (на постійному струмі невідворотний електроліз розчину на електродах, утворюються бульбашки газу, збільшується споживання електричної енергії).

Відомі магнітогідродинамічні сепаратори, які працюють на змінному струмі [3].

З метою усунення процесу електролізу робочої рідини на електродах необхідно використовувати змінний струм. Якщо густина струму на електродах не перевищує критичного значення для даного матеріалу електродів у рідині певного хімічного складу, то електроліз рідини відсутній. Густина струму пропорційна його частоті: інакше, чим більша частота, тим більший струм можна пропускати через електроди без електролізу.