

$$\rho_i^{sp} = 0,0581 \cdot d_i^{-0,3351}.$$

Шляхом експерименту на модельних сумішах різної рослинної сировини було виявлено, що насипна щільність суміші часток рослинної сировини краще описується рівнянням (2).

За допомогою одержаних залежностей можна передбачати об'єм, який займатиме суміш часток для такої лікарської рослинної сировини, як трава хвоща польового, лист берези та трава кропиви собачої, при відомому фракційному складі суміші, що надає змогу робити подальші технологічні розрахунки для процесу екстракції.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Визначення технологічних параметрів лікарської рослинної сировини, що входить до складу комплексного препарату «Меллофіт» / О.С. Шпичак, О.І. Тихонов, Т.Г. Ярних, Є.В. Гладух // Вісник Фармації. – 2005. – №2 (42). – С. 38-42.
2. Настойки, экстракты, эликсиры и их стандартизация / Под ред. проф. В.Л. Багировой, проф. В.А. Северцева. – СПб.: СпецЛит, 2001. – 223 с.
3. Технологічні параметри рослинної сировини / П.П. Ветров, С.В. Гарна, С.О. Прокопенко, О.В. Кучер // Фармацевтичний журнал. – 1987. – №3. – С. 52-56.
4. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – Москва: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
5. Батунер Л.М., Позин М.Е. Математические методы в химической технике. – Л.: Химия, 1971. – 824 с.

УДК 631.243.242:539.215:531.13

Бойко И.Г., Русалев А.М.

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАВНОВЕСИЯ И ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ В БУНКЕРЕ С КОЛЬЦЕВЫМ ВЫПУСКНЫМ ОТВЕРСТИЕМ

Приведені теоретичні дослідження рівноваги та руху сыпучого середовища в бункері з кільцевим выпускним отвором.

### THEORETICAL RESEARCHES OF EQUILIBRIUM AND MOTION OF FRIABLE ENVIRONMENT ARE IN A BUNKER WITH A CIRCULAR TAPE-HOLE

Theoretical researches of equilibrium and motion of friable environment are resulted in a bunker with a circular tape-hole.

**Постановка проблемы.** Схема устройства для смешивания сыпучих материалов (Патент RU 2299092 C1), в котором для подачи основного компонента предусматривается наддозаторный бункер для основного компонента, внутри которого находится бункер для добавок показана на рис. 1. Выпускное отверстие, образованное этими конусами, имеет кольцеобразную форму. Необходимо выяснить закономерность условий равновесия и движения сыпучего материала в бункере с подобным выпускным отверстием.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Изучением закономерностей равновесия и истечения сыпучих материалов из бункеров различных

конструкций с выпускными отверстиями разных форм и конфигураций занимались такие видные ученые, как Алферов К.В., Зенков Р.Л., Гячев Л.В., Леонтьев П.И., Рогинский Г.А. и др. [1-3]. Однако они рассматривали бункера с выпускными отверстиями сплошного сечения. Исследований бункеров с кольцевой формой выпускного отверстия в научной литературе не обнаружено.

**Цель исследования.** Целью исследования является выявление закономерностей условия равновесия и движения сыпучего материала в бункере с кольцевым выпускным отверстием.

**Результаты исследований.** В настоящей работе рассматривается равновесие среды, в которое она приходит из некоторого начального ненагруженного состояния, совершая малые упругие перемещения. Поэтому для определения указанного равновесия можно воспользоваться моделью упругого тела, подчиняющегося закону упругого деформирования Гука.

$$\sigma_{ik} = \lambda \vartheta \delta_{ik} + 2\mu \varepsilon_{ik}, \quad (1)$$

где  $\lambda, \mu$  – физические константы, связанные с модулем Юнга  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$  соотношениями

$$\mu = E / 2(1 + \nu), \quad \lambda = 2\mu\nu / (1 - 2\nu), \quad (2)$$

$\vartheta = \varepsilon_{mm}$  – «дилатация» – след тензора деформаций (по повторяющимся парам индексов предполагается суммирование от 1 до 3, согласно правилу, принятому в тензорном анализе [4]).

Рассматриваемый бункер имеет симметричную форму, поэтому для решения задачи достаточно рассмотреть расчетную схему полуплоскости (рис. 2). Пусть сыпучая среда заполняет объем  $V$  бункера, ограниченный твердыми стенками  $\Sigma_1, \Sigma_2$  и свободными поверхностями  $\Sigma_0, \Sigma_3$ .

На рис. 2 изображено сечение бункера полуплоскостью, проходящей через его ось симметрии  $Oz$ . Внешняя граница бункера  $\Sigma_2$  представляет собой прямой круговой усеченный конус  $(A_2A_3)$ , внутренняя граница  $\Sigma_1$   $(A_1CA_4)$  состоит из двух конических поверхностей  $(A_1C)$  и  $(CA_4)$ , примыкающих друг к другу. На сыпучую среду в бункере действует сила тяжести, под влиянием которой происходит деформация среды и возникает напряженное состояние. Считаем, что среда в бункере удерживается в равновесии так, что  $\Sigma_0$  и  $\Sigma_3$  будут неподвижными. Уравнение движения, соответствующее закону изменения импульса,

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \text{div } \hat{\sigma} + \rho \vec{g}, \quad (3)$$

в этом случае переходит в уравнение равновесия

$$0 = \text{div } \hat{\sigma} + \rho \vec{g} \quad (4)$$

с тензором напряжений, связанным с тензором деформаций  $\hat{\varepsilon}$  законом Гука (1). Из-за малости деформаций считаем, что тензор деформаций связан с вектором перемещений  $\vec{u}$  (с компонентами  $(u_1, u_2, u_3)$ ) линейными соотношениями [6]. Пусть  $(x_1, x_2, x_3)$  представляют собой декартовы координаты. Тогда

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right). \quad (5)$$

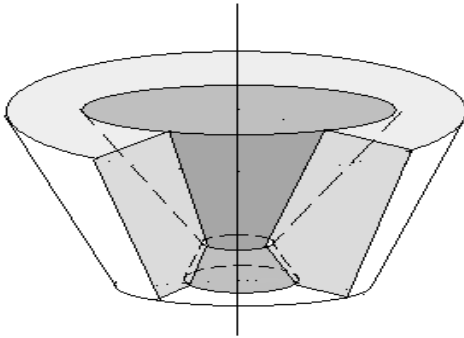


Рис. 1 – Схема бункера

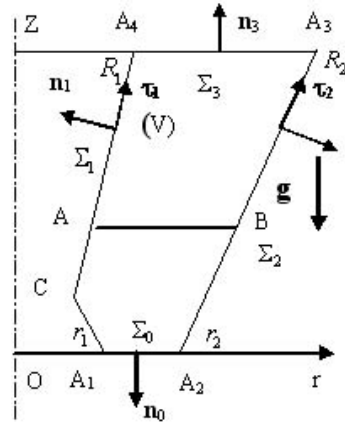


Рис. 2 – Расчетная схема

В этом случае уравнения равновесия (4) переходят в уравнения Ляме

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_m}{\partial x_i \partial x_m} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_m \partial x_m} + \rho g_i = 0, \quad (6)$$

(по повторяющимся индексам суммирование от 1 до 3),  $g_i$  – компоненты вектора интенсивности силы тяжести. Соотношения (6) представляют собой систему трех уравнений в частных производных относительно неизвестных компонент вектора перемещений ( $u_1, u_2, u_3$ ). Для выделения единственного решения этих уравнений требуется задать граничные условия. Граничные условия в теории упругости бывают двух типов: первого рода, когда на границе задан вектор перемещений, и второго рода, когда на границе заданы напряжения. В настоящей задаче сыпучая среда контактирует с твердой поверхностью бункера, на которой имеет место проскальзывание при наличии сухого трения. Поэтому в качестве граничных условий на твердой стенке выберем условие непроницаемости на ней

$$u_n = 0, \quad (7)$$

где  $u_n$  представляет собой нормальную составляющую вектора перемещений на стенке  $\Sigma_1 + \Sigma_2$  (нормаль выбирается внешней по отношению к объему ( $V$ ) (см. рис.2)).

Дополнительным условием на этих стенках может служить соотношение, выражающее закон сухого трения

$$\tau \leq f_{mp} p, \quad (8)$$

где  $f_{mp}$  – коэффициент внешнего трения;

$\tau$  – максимальное касательное напряжение;

$p$  – максимальное нормальное напряжение на стенке бункера.

Свободные поверхности  $\Sigma_0, \Sigma_3$  будем считать неподвижными и сохраняющими горизонтальное положение. В этом случае вертикальные перемещения этих поверхностей равны нулю

$$u_z = 0 \quad (9)$$

при  $z = 0; H$ .

Будем разыскивать осесимметричные решения задачи. Введем цилиндрическую систему координат  $(r, \varphi, z)$ , ось  $Oz$  которой совпадает с осью симметрии бункера и направлена вертикально вверх. В этом случае вектор перемещений имеет нулевую трансверсальную составляющую  $u_\varphi = 0$  и ненулевые радиальную и вертикальную составляющие  $u_r, u_z$ . Тогда для осесимметричного решения физические компоненты тензора деформаций и тензора напряжений в цилиндрической системе координат можно записать следующим образом [4]:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & 0 & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \\ 0 & \frac{u_r}{r} & 0 \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) & 0 & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \lambda \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} & 0 & \mu \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \\ 0 & \lambda \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{u_r}{r} & 0 \\ \mu \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) & 0 & \lambda \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Уравнения равновесия для осесимметричных решений в цилиндрической системе координат имеют два нетривиальных соотношения

$$\begin{cases} 0 = \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - \rho g, \\ 0 = \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r^2}. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь учтено, что сила тяжести направлена противоположно оси  $Oz$ . Условие на свободных поверхностях  $\Sigma_0 (z = 0)$ ,  $\Sigma_3 (z = H)$  ( $H$  – высота бункера) сводится к равенствам

$$u_z = 0 \quad (z = 0; H). \quad (13)$$

Для решения задачи о равновесии среды в бункере воспользуемся методом осреднения по площади поперечного сечения бункера [7]. Для этого представим вертикальную составляющую вектора перемещений  $u_z$  в виде осредненной по поперечному сечению канала бункера скорости

$$u_z = W(z). \quad (14)$$

Радиальную составляющую  $u_r$  будем аппроксимировать линейной по  $r$  зависимостью, выбирая ее так, чтобы точки поперечного сечения А и В скользили по стенкам бункера (см. рис.2)

$$u_r = W \frac{R_1'(R_2 - r) + R_2'(r - R_1)}{R_2 - R_1}. \quad (15)$$

Здесь  $R_1 = R_1(z)$ ,  $R_2 = R_2(z)$  – уравнения линий  $A_1CA_4$ ,  $A_2A_3$  пересечения поверхностей  $\Sigma_1, \Sigma_2$ , соответственно, с полуплоскостью  $\varphi = const$ , проходящей

через ось  $Oz$  (рис. 2),  $R_k' = \frac{dR_k(z)}{dz}$  ( $k = 1, 2$ ).

Подставляем (14), (15) в первое уравнение (12) и применяем к нему оператор осреднения, имеющий вид

$$S[f(r, z)] = \int_S f(r, z) dS = \int_0^{2\pi} \int_{R_1(z)}^{R_2(z)} f(r, z) r d\varphi dr = 2\pi \int_{R_1(z)}^{R_2(z)} f(r, z) r dr. \quad (16)$$

Разделим обе части уравнения на  $2\pi$  ( $f(r, z)$  – любая функция, к которой применяется операция осреднения). В результате указанного действия приходим к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка относительно неизвестной функции  $W(z)$

$$a_2 W'' + a_1 W' + a_0 W = f \quad (17)$$

с коэффициентами  $a_2, a_1, a_0$ , зависящими от переменной  $z$  и определяемыми следующими соотношениями

$$\begin{aligned} a_2 &= (\lambda + 2\mu) \frac{R_2^2 - R_1^2}{2}; \\ a_1 &= R_2' \left( \mu \frac{R_1 + R_2}{2} + \lambda R_2 \right) - R_1' \left( \mu \frac{R_1 + R_2}{2} + \lambda R_1 \right); \\ a_0 &= R_2'' \left( \mu \frac{R_1 + R_2}{2} + \lambda R_2 \right) - R_1'' \left( \mu \frac{R_1 + R_2}{2} + \lambda R_1 \right) - \\ &R_2'^2 \frac{[\mu(R_1 + R_2) + 2\lambda R_2]}{2(R_2 - R_1)} - R_1'^2 \frac{[\mu(R_1 + R_2) + 2\lambda R_1]}{2(R_2 - R_1)} \end{aligned} \quad (18)$$

и правой частью

$$f = \rho g \frac{R_2^2 - R_1^2}{2}. \quad (19)$$

Граничные условия для функции  $W(z)$  вытекают из соотношений (13)

$$W = 0 \quad (z = 0; H). \quad (20)$$

**Выбор критерия начала движения.** Решение краевой задачи (19), (20) позволяет определить некоторое напряженное состояние, задаваемое тензором напряжений (11), где  $u_z$  и  $u_r$  вычисляются по формулам (14), (15). Ненулевые компоненты этого тензора напряжений имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= (\lambda + 2\mu) \frac{R_2' - R_1'}{R_2 - R_1} W + \lambda \left[ W' + W \frac{\Phi}{r} \right]; \\ \sigma_{\theta\theta} &= (\lambda + 2\mu) W' + \lambda \left( \frac{R_2' - R_1'}{R_2 - R_1} + \frac{\Phi}{r} \right) W; \\ \sigma_{zz} &= (\lambda + 2\mu) W' + \lambda \left( \frac{R_2' - R_1'}{R_2 - R_1} + \frac{\Phi}{r} \right) W; \\ \sigma_{rz} &= \mu \left( \Phi W' + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right); \quad \left( \Phi = \frac{R_1'(R_2 - r) + R_2'(r - R_1)}{R_2 - R_1} \right). \end{aligned} \quad (21)$$

В этом состоянии на среду со стороны стенок бункера действуют напряжения  $\vec{p}_n$ . Если свободные поверхности  $\Sigma_0, \Sigma_3$  освободить в некоторый момент времени и дать среде возможность двигаться через бункер, то в этот момент времени вертикальные составляющие напряжений  $p_{nz}$  будут стремиться удерживать объем среды в бункере. В случае если сила тяжести, действующая на среду, будет превышать вертикальную составляющую равнодействующей напряжений  $\vec{p}_n$ , то начнется истечение сыпучей среды из бункера.

Напряжения  $\vec{p}_n$  на поверхностях  $\Sigma_1, \Sigma_2$  определяются через тензор напряжений соотношением

$$p_{ni} = n_k \sigma_{ki}, \quad (22)$$

где  $p_{ni}$  – проекция напряжения на  $i$ -ю ось выбранной системы координат;  $n_k, \sigma_{ki}$  – физические компоненты вектора нормали и тензора напряжений, соответственно (по  $k$  суммирование от 1 до 3).

Главный вектор  $\vec{T}$  этих поверхностных сил представляет собой интеграл

$$\vec{T} = \int_{\Sigma_1 + \Sigma_2} \vec{p}_n d\Sigma = \int_{\Sigma_1 + \Sigma_2} \vec{n} \cdot \vec{\sigma} d\Sigma = \int_{\Sigma_1 + \Sigma_2} n_k \sigma_{ki} \vec{e}_i d\Sigma, \quad (23)$$

где  $\vec{e}_i$  – орты выбранной системы координат.

Вес сыпучей среды в бункере равен произведению плотности среды, которую считаем постоянной, на интенсивность сил тяжести  $\vec{g}$  и объем среды

$$\vec{G} = \rho \vec{g} \int_V dV. \quad (24)$$

Предполагается, что сила тяжести действует в противоположном оси  $Oz$  направлении. Тогда необходимым условием начала движения среды в бункере является превышение проекции на ось  $Oz$  силы тяжести над проекцией на эту же ось главного вектора поверхностных сил  $\vec{T}$ . Условием возможности истечения среды из бункера будет выполнение неравенства

$$T_z < G_z. \quad (25)$$

При вычислении интегралов, входящих в соотношение (23), необходимо знать элемент площади  $d\Sigma$ . Если обозначить через  $s$  дугу линии  $A_1CA_4$  или  $A_3A_4$ , то получим  $d\Sigma = r ds d\varphi = r\sqrt{1+R'^2} dz d\varphi$ . Тогда с учетом осевой симметрии задачи, придем к следующему выражению для  $T_z$  и  $G_z$

$$T_z = \vec{T} \cdot \vec{e}_z = 2\pi \int_0^H \left[ (n_r \sigma_{rz} + n_z \sigma_{zz})_{\Sigma_1} R_1 \sqrt{1+R_1'^2} + (n_r \sigma_{rz} + n_z \sigma_{zz})_{\Sigma_2} R_2 \sqrt{1+R_2'^2} \right] dz, \quad (26)$$

$$G_z = \rho g \pi \int_0^H (R_2^2(z) - R_1^2(z)) dz.$$

Введем единичные вектора, нормальные к линиям  $A_1CA_4$  и  $A_3A_4$  (рис. 2)

$$\begin{aligned} \vec{n}_1 &= (n_{1r}, n_{1z}) = \left( -\frac{1}{\sqrt{1+R_1'^2}}, \frac{R_1'}{\sqrt{1+R_1'^2}} \right), \\ \vec{n}_2 &= (n_{2r}, n_{2z}) = \left( \frac{1}{\sqrt{1+R_2'^2}}, -\frac{R_2'}{\sqrt{1+R_2'^2}} \right). \end{aligned} \quad (27)$$

После подстановки (27) в первое соотношение (26) получим

$$\begin{aligned} T_z &= 2\pi \int_0^H \left\{ (\lambda + \mu)W'(R_1R_1' - R_2R_2') + \right. \\ &+ \frac{W}{R_2 - R_1} \left[ \mu R_1(R_1 - R_2)R_1'' + \mu R_2(R_2 - R_1)R_2'' + \right. \\ &+ [\lambda R_2 - (\mu + 2\lambda)R_1]R_1'^2 + [\lambda R_1 - (\mu + 2\lambda)R_2]R_2'^2 + \\ &\left. \left. + (\lambda + \mu)(R_1 + R_2)R_1'R_2' \right] \right\} dz. \end{aligned} \quad (28)$$

**Алгоритм численного решения задачи.** Краевая задача (17), (20) содержит обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами общего вида. Решение такой задачи возможно в данном случае только приближенными методами. Здесь мы воспользуемся разностным методом решения краевых задач [8]. Для этого на интервале  $z \in [0, H]$  введем сеточную область с узлами  $\{z_k\}_{k=1}^N$ . Коэффициенты уравнения (17)  $a_1, a_0$  являются быстро меняющимися функциями переменной  $z$  в окрестности точки

$z = z_c$ . Это приводит к необходимости введения неравномерной сетки, ее узлы должны располагаться гуще в окрестности особой точки. Так как особая точка лежит вблизи  $z = 0$ , то можно воспользоваться следующим законом распределения узлов

$$z = H \frac{1 - \exp(-x^2)}{1 - \exp(-H^2)},$$

где  $x$  соответствует равномерно распределенным узлам на интервале  $[0; H]$ .

Обозначим через  $h_k$  переменный шаг сетки:  $h_k = z_k - z_{k-1}$  и заменим дифференциальные операторы в уравнении (17) разностными операторами по формулам:

$$W'(z_k) = \frac{W_{k+1} - W_{k-1}}{h_{k+1} + h_k}, \quad W''(z_k) = \frac{1}{h_{k+1}h_k}W_{k-1} - \left( \frac{1}{h_{k+1}h_k} + \frac{1}{h_{k+1}^2} \right)W_k + \frac{1}{h_{k+1}^2}W_{k+1}, \quad (29)$$

где  $W_k = W(z_k)$  – значения функции  $W(z)$  в узлах сеточной области.

Тогда с учетом значений функции на границе интервала  $W(0) = W(H) = 0$  получим разностные уравнения, представляющие собой систему  $N$  линейных алгебраических уравнений относительно  $N$ -мерного вектора  $\{W_k\}_{k=1}^N$  с трехдиагональной матрицей вида

$$A_k W_{k-1} + B_k W_k + C_k W_{k+1} = D_k \quad (k = 1, \dots, N), \quad (30)$$

где коэффициенты матрицы определяются соотношениями

$$A_1 = 0, B_1 = 1, C_1 = 0, D_1 = 0 \quad (k = 1), A_N = 0, B_N = 1, C_N = 0, D_k = f_k \quad (1 < k < N),$$

$$D_N = 0, A_k = \frac{a_{2k}}{h_k h_{k+1}} - \frac{a_{1k}}{h_k + h_{k+1}}, B_k = a_k - a_{2k} \left( \frac{1}{h_k h_{k+1}} - \frac{1}{h_{k+1}^2} \right), C_k = \frac{a_{2k}}{h_{k+1}^2} + \frac{a_{1k}}{h_k + h_{k+1}}. \quad (31)$$

Решение алгебраической системы уравнений (30) будем осуществлять методом одномерной прогонки [8]. Интегралы, входящие в неравенство (25) требуют для своего вычисления методов численного интегрирования. Воспользуемся здесь квадратурной формулой трапеций с  $N$  узлами [9].

Вычисления по данному алгоритму проводятся следующим образом. Вначале определяется решение системы уравнений (30), определяются векторы

$$\{W_k\}_{k=1}^N \text{ и } \{W'_k\}_{k=1}^N, \text{ где } W'_k - \text{являются значениями производной функции } W(z)$$

в узлах сетки. Последние вычисляются с привлечением разностной аппроксимации первой производной соответствующим разностным оператором (29). Затем вычисляются компоненты тензора напряжений (21) в узлах сетки  $\{z_k\}_{k=1}^N$  при  $r = R_1(z_k), R_2(z_k)$ . Полученные значения тензора напряжения используются при определении интегралов в (25).

В процессе вычислений определяется дополнительная характеристика напряженного состояния – среднее напряжение  $p$  в области  $(V)$ , осредненное по поперечному сечению (оператор  $S$ )



$$p = p(z) = S[\sigma_{mm}] = (3\lambda + 2\mu) \left[ W' + 2 \frac{R_2 R_2' - R_1 R_1'}{R_2^2 - R_1^2} W \right]. \quad (32)$$

**Результаты численного расчета.** Численные результаты для отрубей и для комбикорма приведены соответственно на рис. 3, рис. 4, рис. 5. Каждый рисунок содержит три графика: а – эпюры распределения перемещений  $W(z)$  при различных значениях  $r_2$ ; б – эпюры для среднего давления  $p$  при тех же значениях  $r_2$ ; в – графики зависимостей  $T_z$  и  $G = G_z$  от разности радиусов  $h_r = r_2 - r_1$  (см. рис. 2).

На рис. 3, рис. 4 отображены результаты для исходных данных:  $\rho = 430 \text{ кг/м}^3$  для отрубей и  $600 \text{ кг/м}^3$  для комбикорма,  $R_1 = 0,15 \text{ м}$ ,  $R_2 = 0,265 \text{ м}$ ,  $r_c = 0,04 \text{ м}$ ,  $z_c = 0,2 \text{ м}$ ,  $H = 0,8 \text{ м}$ ,  $E = 10^6 \text{ н/м}^2$ ,  $\nu = 0,3$ ,  $r_1 = 0,1 \text{ м}$ , соответствующие значения  $r_2$  отображены в надписях на графиках.

На рис. 5 отображены результаты для тех же параметров, но с измененным параметром  $h_r = r_2 - r_1$ .

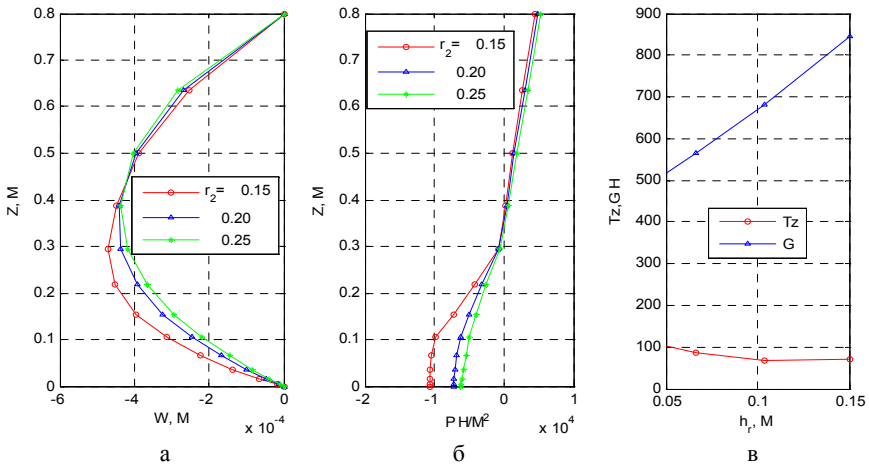


Рис. 3 – Показатели для отрубей

**Выводы.** Как показывают графики, удержание объема в бункере возможно при большом радиусе основания нижнего внутреннего конуса и малого зазора в нижних основаниях внутреннего и внешнего конусов (рис. 5, в). В остальных случаях наблюдается процесс истечения сыпучей среды из бункера, что связано с выполнением неравенства (25).

Характерным для всех графиков является то, что во всех случаях перемещения среды направлены вниз (графики а), среднее напряжение  $p$  в объеме среды вблизи входного отверстия бункера является растягивающим, а по мере

приближения к выходному отверстию – сжимающим и растущим по величине (графики б).

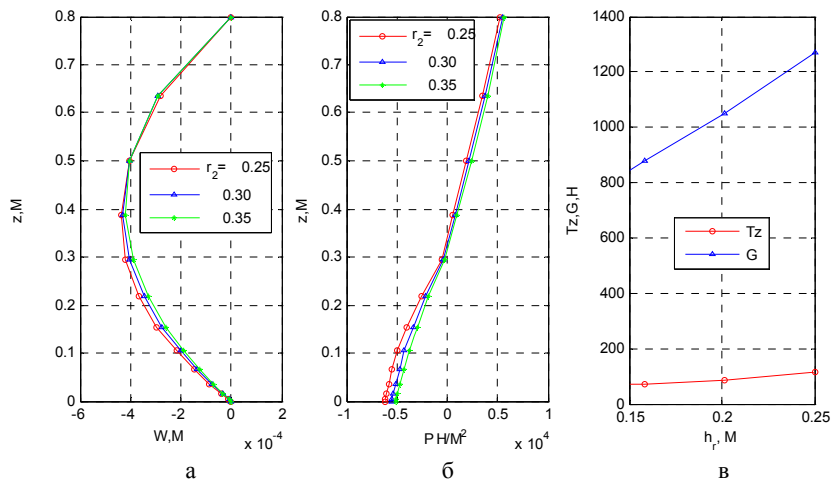


Рис. 4 – Показатели для комбикорма

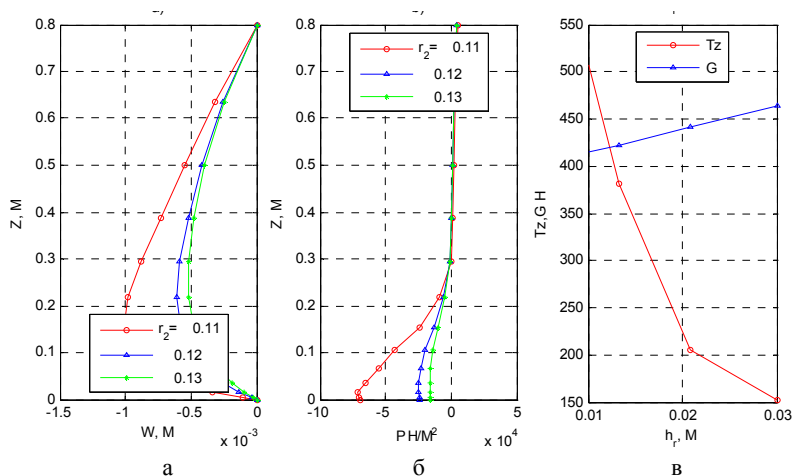


Рис. 5 – Показатели для отрубей при измененных значениях параметра  $h_r = r_2 - r_1$

В рамках выбранной математической модели можно сделать вывод о том, что практически любая конфигурация бункера с достаточной величиной выпускного отверстия приводит к процессу истечения из него сыпучей среды.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гячев Л.В. Основы теории бункеров. – Новосибирск: Издательство Новосибирского университета, 1992. – 310 с.
2. Бункерные устройства / Зенков Р.Л., Гриневич Г.П., Исаев В.С. – М.: Машиностроение, 1997. – 223 с.

3. Технологическое оборудование кормоцехов / Леонтьев П.И., Земсков В.И., Потемкин В.М. – М.: Колос, 1984. – 157 с.
4. Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. – Харьков: Высш. школа, Изд-во при Харьк. ун-те, 1986. – 216 с.
5. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. – М.: МГУ, 1990. – 310 с.
6. Новацкий В.К. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
7. Слеттери Дж. С. Теория переноса импульса, энергии и массы в сплошных средах. – М.: Энергия, 1978. – 448 с.
8. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – Новосибирск: Наука, 1973. – 352 с.
9. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т.1, Т.2. Т.1. – М.: Наука, 1966. – Т.2. – Физматгиз, 1962.

---

УДК 621.873

Бондаренко Л.Н., Дирда В.І., Овчаренко Ю.М.,  
Терещенко М.В.

## ОПІР ОБЕРТАННЮ МАЛООПОРНИХ ПОВОРОТНИХ ПРИБОРІВ

Получены аналитические зависимости для определения сопротивления трению качения не содержащие справочной величины коэффициента трения качения, имеющего широкий разброс значений. Последний определяется через физические константы материалов катка и рейки (направляющей).

### RESISTANCE TO ROTATION OF LITTLE SUPPORTING THUMB DEVICES

Analytical dependencies are received for determination of the resistance to friction of the swing not containing reference value the factor of friction, swings, having broad scatter of importances. The Last is defined through physical constants skating rink material and rods (directing).

При розрахунку малоопорних опорно-поворотних пристроїв (ОПП), наприклад, будівельних кранів, гірничорудного, металургійного обладнання та інш., момент від сил тертя визначається згідно існуючої методики [1] за допомогою приведенного коефіцієнта опору.

Для ОПП з круговою плоскою або конічною рейками опір руху знаходиться через коефіцієнт опору  $\omega = (2k/d_k)c$ , де  $c = 1,3...1,5$  для безребордних котків або роликів – коефіцієнт, який ураховує опір від ковзання циліндричних котків і втрати у ступицях. Якщо вважати, що останні складають незначну величину, то різниця у величині  $\omega$  буде біля 15 %.

Коефіцієнт тертя кочення  $k$  в довідковій і нормативній літературі рекомендується визначати з величин, які отримані для кранових коліс. Але ця таблиця починається із діаметра, що дорівнює 200 мм, і конструктору невідомо як поводитись при менших діаметрах.

Для ОПП з плоскою або конічною рейкою коефіцієнт опору обертанню визначається з виразу  $\omega = [(ud + 2k)d_k]c$  [1], де коефіцієнт  $c$  рекомендується приймати  $c = 1,5$  для конічних безребордних коліс на підшипниках кочення. При цьому  $\omega = 0,006...0,01$  (різниця складає 1,67 разів). На підшипниках ковзання  $\omega = 0,02...0,03$ ; тут  $d_k$  і  $\mu$  – діаметри колеса і коефіцієнт тертя в цапфі колеса.