

Таким образом, после выполненных расчетов устанавливаются закономерности распределения нормальных нагрузок на слои пород надугольной толщи в заданных условиях с учетом всех технологических параметров. Это позволяет осуществлять прогноз напряженно-деформированного состояния заданных слоев и выбирать технологические параметры, обеспечивающие безопасность работ и эффективность работы техники.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савостьянов А.В., Клочков В.Г. Концепция теории сдвижения пород при подземной разработке угольных месторождений // Сб. науч. тр. НГАУ. – 1999. – Т. 3, №7. – С. 24-29.
2. Савостьянов А.В., Клочков В.Г. Управление состоянием массива горных пород. – К.: УМК ВО, 1992. – 276 с.
3. Шашенко А.Н., Тулуб С.Б., Сдвижкова Е.А. Некоторые задачи статистической геомеханики. – К.: Пульсары, 2002. – 304 с.

---

УДК 622.553.431:552.323.5

Надуть В.П., Эрперт А.М., Гринюк Т.Ю.

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ХАРАКТЕРА ЗАВИСИМОСТИ ВЫХОДА ИЗМЕЛЬЧЕННОЙ ПОРОДЫ И САМОРОДНОЙ МЕДИ ОТ КЛАССА КРУПНОСТИ**

У статті наведені результати математичного моделювання експериментальних досліджень вмісту самородної міді та його залежності від маси і гранскладу проб базальтової сировини.

#### **DEFINITION OF THE LAW OF DISTRIBUTION AND CHARACTER DEPENDENCES OF AN EXIT OF THE CRUSHED BREED AND NATIVE COPPER FROM A SIZE GRADE**

In clause the results of mathematical modelling of experimental researches of the contents native copper and its dependence on weight and granule composition of tests of basalt raw material are given.

Предпромышленная подготовка комплексной переработки добываемого сырья предполагает извлечение самородной меди, которая неравномерно залегают в породах. Возникает необходимость прогноза выхода меди для разработки технологической схемы ее извлечения. Предыдущими экспериментальными исследованиями базальтовых пород Рафаловского карьера были установлены экспериментальные зависимости количества меди от массы и крупности исследуемой дробленой лавобрекчии, которые показали, что наибольший выход самородной меди наблюдается в мелкодробленой породе крупностью в интервале от 10 до 1,0 мм [1].

Целью выполненных исследований являлось установление закона распределения выхода самородной меди, основанное на конкретных пробах месторождения.

Особенностью выполненных экспериментальных исследований является то, что они основывались на известной методике малых проб, поскольку в процессе исследований было отобрано 10 проб базальтовой лавобрекчии по 10 кг в каждой пробе. Основными компонентами базальтового месторождения являются: чистый базальт, лавобрекчия и туф. Наиболее высокое содержание меди об-

наружено в лавобрекции [2]. Грансостав каждой пробы был произвольным, поэтому они подвергались мелкому дроблению, измельчению и классификации на шесть классов крупности: (+10); (-10+5,0); (-5+1,0); (-1,0+0,5); (-0,5+0,1); (-0,1+0,05) мм, и ранее [1] был представлен графический анализ этих проб.

Поскольку выход породы в класс был разным для каждой пробы, то для получения обобщенной характеристики требуется установить закон распределения выхода. Естественным для подобных опробований является предположение о подчинении выхода породы в класс нормальному закону распределения. Для проверки соответствия теоретическому закону распределения применяют критерии согласия Пирсона, Колмогорова, Шапиро-Уилки,  $\omega^2$  и других. Однако большинство из этих критериев пригодны лишь для средних и больших выборок. В нашем же случае выборка малая ( $n = 10$ ), поэтому эти критерии мало пригодны. Вместе с тем для приближенной проверки гипотезы о нормальности распределения могут быть использованы выборочные асимметрия и эксцесс. Их значения сравнивают со средними квадратическими отклонениями асимметрии и эксцесса и по результатам сравнения судят о согласии с нормальным законом распределения.

Порядок расчетов в этом случае сводится к следующему.

Дана выборка (результаты опробования):

$$x_1, x_2, \dots, x_n,$$

где  $n$  – объем выборки.

Вычисляем:

- среднее значение

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n};$$

- дисперсию

$$S^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2;$$

- среднее квадратическое отклонение

$$S = \sqrt{S^2};$$

- асимметрию

$$A_S = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3}{n \cdot S^3};$$

- эксцесс

$$E = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4}{n \cdot S^4} - 3;$$

- среднее квадратическое отклонение для асимметрии

$$S_{AS} = \sqrt{\frac{6 \cdot (n-1)}{(n+1)(n+3)}};$$

- среднее квадратическое отклонение для эксцесса

$$S_E = \sqrt{\frac{24 \cdot (n-2)(n-3)n}{(n-1)^2(n+3)(n+5)}}$$

Если абсолютные значение асимметрии и эксцесса не превышают своих средних квадратических отклонений, то гипотеза о согласии выборки с нормальным законом распределения подтверждается.

Результаты расчетов для показателя выхода породы в классы  $\gamma_{ni}$ ,  $i = 1, 2, \dots, 6$ , приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Зависимость выхода породы от контролируемых классов крупности

Номер класса, $N$	Пределы крупности в классе, мм	Среднее значение выхода породы в классе, $X_{cp}$ , кг	Средний вес навески в классе из 10 проб, $X_{cp}$ , кг	Средне-квадратичное отклонение, $S$	Асимметрия, $A_s$	Эксцесс, $E$
1	0,1-0,05	0,115	1,15	0,634	-0,28	-1,2
2	0,5-0,1	0,135	1,35	0,743	-0,025	-0,584
3	1-0,5	0,175	1,75	0,844	0,187	-1,3
4	5,0-1,0	0,205	2,05	0,567	-0,196	-0,753
5	5,0-10,0	0,19	1,9	0,663	0,37	-0,78
6	+10	0,18	1,8	0,4	-0,328	-0,336

При объеме выборки  $n = 10$  имеем

$$S_{AS} = 0,615; \quad S_E = 0,922.$$

Сравнивая асимметрию и эксцесс с этими критическими значениями, отметим, что в подавляющем большинстве случаев условие согласия выборки с нормальным законом распределения выполняется. Только в двух случаях эксцесс превышает критическое значение (для классов 1...0,5 и 0,1...0,05), однако это превышение можно считать незначительным.

Таким образом, можно утверждать, что показатель  $\gamma_{ni}$  (выход породы) согласуется с нормальным законом распределения. Этот закон распределения является симметричным относительно математического ожидания, следовательно, обобщающей характеристикой выхода породы в класс является ее среднее значение.

На рис. 1 приведена зависимость выхода породы от класса крупности.

Эта зависимость имеет параболический характер

$$\gamma_n(i) = 0,053 + 0,0611 \cdot i - 0,0066 \cdot i^2, \quad i = 1, 2, \dots, 6.$$

Коэффициент детерминации  $R^2 = 0,926$ , что говорит о высоком уровне адекватности этой модели.

Аналогичные исследования были выполнены для проверки согласия нормальному распределению выхода меди в единичной навеске каждого класса. Результаты расчетов приведены в табл. 2.

Таблица 2 – Зависимость выхода меди от контролируемых классов крупности

Номер класса, $N$	Пределы крупности в классе, мм	Среднее значение выхода меди в классе, $X_{cp}$ , кг	Среднеквадратичное отклонение, $S$	Асимметрия, $A_s$	Экссесс, $E$
1	0,1-0,05	0,0051	0,00239	-0,654	-0,384
2	0,5-0,1	0,0058	0,00266	-0,569	0,0547
3	1-0,5	0,01	0,006	1,278	1,64
4	5,0-1,0	0,0127	0,0063	-0,28	-1,39
5	10,0-5,0	0,0177	0,0117	0,59	-0,876
6	+10	0,014	0,01	1,228	0,63

Из таблицы видно, что за исключением класса 1...0,5 согласие с нормальным распределением можно признать удовлетворительным.

Зависимость выхода меди  $\gamma_m(i)$  от класса  $i$  с высоким уровнем адекватности подчиняется кубической параболе:

$$\gamma_m(i) = 0,01063 - 0,009334 \cdot i + 0,004351 \cdot i^2 - 0,000449 \cdot i^3, \quad R^2 = 0,9682.$$

Зависимость выхода меди ( $\gamma_m$ ) от класса крупности приведена на рис. 2.

Из графика видно, что основное содержание меди соответствует классам 4, 5 и 6, т.е. классам 5...1; 10...5; > 10.

Итоговый выход меди в классе по отношению ко всей пробе

$$\gamma(i) = \gamma_n(i) \cdot \gamma_m(i).$$

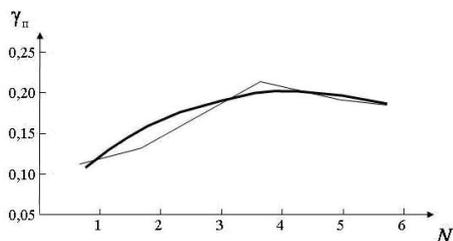


Рис. 1 – Характер зависимости выхода класса дробленой породы от крупности

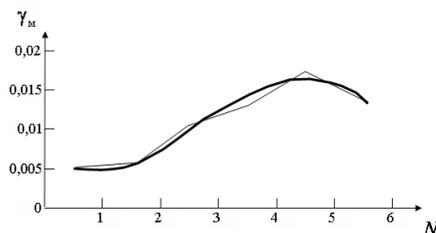


Рис. 2 – Зависимость выхода меди от класса крупности

Результаты расчетов приведены в табл. 3. Там же приведены данные по выходу накопленным итогом в долях и процентах.

Таблица 3 – Зависимость выхода меди по классам крупности накопленным итогом

Номер класса	Пределы крупности в классе, мм	Выход класса	Выход меди в классе	Выход меди по всей пробе, кг	Выход меди по накопленным итогом, кг	Выход меди по накопленным итогом, %
1	0,1-0,05	0,1075	0,0052	0,00056	0,00056	0,05
2	0,5-0,1	0,1488	0,0058	0,00086	0,0014	0,14
3	1-0,5	0,1769	0,00966	0,0017	0,0031	0,31
4	5,0-1,0	0,1918	0,0142	0,0027	0,0058	0,58
1	2	3	4	5	6	7
5	10,0-5,0	0,1935	0,0166	0,0032	0,009	0,91
6	+10	0,182	0,0143	0,0026	0,012	1,17

Зависимость выхода меди по классам крупности накопленным итогом (в %) приведена на рис. 3.

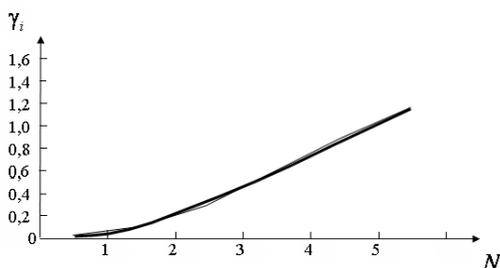


Рис. 3 – Зависимость выхода меди по классам крупности накопленным итогом

Она с высоким уровнем адекватности описывается параболической зависимостью

$$\gamma(i) = -0,0384 + 0,0479 \cdot i + 0,0263 \cdot i^2, \quad i = 1, 2, \dots, 6, R^2 = 0,9949.$$

Полученный график также подтверждает наибольшую эффективность по выходу меди в классах 1÷5; 5÷10 и > 10 мм.

Таким образом, выполненные исследования позволили установить для лавобрекции, как наиболее меденосной породы, характер зависимости выхода класса дробленой породы и выхода меди от класса крупности. В конечном итоге в виде обобщенной модели установлена параболическая зависимость выхода меди от класса крупности и определены наиболее перспективные классы при рудоподготовке для извлечения меди.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Надутый В.П., Гринюк Т.Ю. Определение зависимостей содержания самородной меди в базах от массы и крупности проб // Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут": Зб. наук. праць. – Харків: НТУ "ХПІ", 2007. – № 26. – С. 87-93.
2. Міденосні лавобрекції в трапах Волині та механізм їх утворення / В.Г. Мельничук, В.В. Матеюк, Я.О. Косовський, М.В. Федорчук // Геологічна наука та освіта в Україні на межі тисячоліть: стан, проблеми, перспективи. Матер. наук. конф. – Львів: ЛНУ, 2000. – С. 115-116.
3. Гаскаров Д.В., Шаповалов В.И. Малая выборка. – М.: Статистика, 1978. – 248 с.
4. Степнов М.Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний. – М.: Машиностроение, 1972. – 232 с.

УДК 622.23.05459

Маркелов А.Е.

**ИССЛЕДОВАНИЕ АБРАЗИВНО-УСТАЛОСТНОГО ИЗНОСА  
РЕЗИНОВЫХ ФУТЕРОВОК БАРАБАННЫХ  
РУДОИЗМЕЛЬЧИТЕЛЬНЫХ МЕЛЬНИЦ**

Розглядається модель і алгоритм розрахунку енергії руйнування гумових футеровок барабанних млинів.

**EXPLORATION OF AN ABRASIVE-FATIGUE WEAR OF RUBBER  
LININGS OF TUMBLING MILLS**

The model and algorithm of calculation of a crushing energy of rubber linings of tumbling mills are considered.

**Постановка проблеми.** При использовании резиновой футеровки (РФ) в рудоизмельчительных мельницах возникает ряд проблем, среди которых наиболее важными являются следующие [1-72]: выбор подходящей марки резины, выбор оптимальной формы и геометрических размеров элементов РФ и определение ее долговечности. Известно [1, 2], что доминирующим механизмом разрушения футеровок для шаровых мельниц и мельниц мокрого самоизмельчения является усталостно-гидроударноабразивный износ; в известной литературе [1] принят термин «абразивно-усталостный» износ, этого термина и будем придерживаться в настоящей работе. Усталостное разрушение резин достаточно подробно изложено в работах [3, 53]. Что же касается абразивно-усталостного разрушения поверхностного слоя РФ, то эта проблема является весьма сложной и, несмотря на усилия многих исследователей, до сегодняшнего дня остается практически нерешенной даже при рассмотрении единичного акта истирания. В известной литературе имеются полуэмпирические формулы; часть из них рассматривается ниже. Вместе с тем отсутствует физическая модель и соответствующая ей теория, позволяющая на основе прямых экспериментальных методов определять такой важный параметр как долговечность РФ. Настоящая статья является продолжением работ в этой области [2]; в ней на основе энергетического подхода излагается алгоритм определения энергии, идущей на разрушение РФ от абразивного износа поверхностного слоя, непосредственно контактирующего с мельничной загрузкой.