

## ВИЗНАЧЕННЯ ДОДАТКОВОГО РЕСУРСУ ЛОПАТКИ ГАЗОВОЇ ТУРБИНИ З ТРІЩИНОЮ ПІД ДІЄЮ ЦИКЛІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

На основі полуаналітичного методу кінцевих елементів (ПМКЭ) виконано численне моделювання розвитку початкової полуеліптичної тріщини в лопатці газової турбіни під дією циклічної навантаження.

### AN ADDITIONAL LIFETIME DETERMINATION OF GAS TURBINES BLADES WITH CRACKS UNDER CYCLIC LOADING CONDITIONS

The numerical modeling of the initial semi elliptical crack propagation in gas turbines blade under cyclic loading conditions using semianalytical finite element method (SFEM) has been implemented.

При розв'язанні задачі про визначення ресурсу відповідальних елементів конструкцій в умовах тривалого навантаження при високих температурах в процесі їх деформування можна виділити наступні етапи: етап накопичення деформацій повзучості і пошкодженості матеріалу, що визначає величину основного ресурсу  $t^*$  (ресурсу безвідмовної роботи) і обмежується моментом часу, коли в певній точці лопатки відбувається утворення початкової зони континуального руйнування; етап наступного зростання початкової зони руйнування до утворення тріщиноподібного дефекту протягом часу  $\Delta t_I^*$  та етап розвитку тріщини до моменту набуття нею критичних розмірів (час  $\Delta t_{II}^*$ ). Таким чином загальний ресурс досліджуваного об'єкта буде визначатися сумою основного ресурсу  $t^*$  та додаткового ресурсу  $\Delta t_I^* + \Delta t_{II}^*$ , що обумовлений процесами руйнування матеріалу. Для визначення величин основного  $t^*$  та додаткового  $\Delta t_I^*$  ресурсів застосовують підходи континуальної механіки руйнування. Визначення величини додаткового ресурсу  $\Delta t_{II}^*$  потребує залучення співвідношень дискретної механіки руйнування (механіки тріщин).

Одним з типових об'єктів, що знаходиться в умовах тривалого силового навантаження при високих температурах є лопатки газових турбін.

Серед факторів, що спричиняють руйнування лопаток основним є циклічне навантаження [1]. Для моделювання зростання тріщин втомі найчастіше використовується формула Періса [5]:

$$\frac{dl}{dN} = C(\Delta K)^m,$$

де  $C, m$  – константи матеріалу.

В роботах [3, 4] наведений опис розробленої методики моделювання розвитку тріщини в просторових тілах під впливом циклічного навантаження і її реалізації для призматичних тіл на основі напіваналітичного методу скінченних

елементів (НМСЕ). Розв'язання тестових задач показало, що застосування цієї методики дозволяє отримувати достовірні результати при значно менших обчислювальних витратах, порівняно з традиційним варіантом МСЕ. В даній роботі на основі розробленої методики проведено моделювання руйнування лопатки стаціонарної газової турбіни з тріщиною під дією циклічного навантаження.

Розглядувана лопатка є просторовим тілом складної форми, характерні розміри якого по висоті значно перевищують розміри поперечного перерізу. Лопатка закручена відносно вертикальної осі, має змінну по висоті площу поперечного перерізу і знаходиться під впливом відцентрового навантаження.

Розв'язання задачі про моделювання напружено-деформованого стану, виникнення початкових тріщиноподібних дефектів і розвиток тріщини для лопатки в цілому пов'язано із значними обчислювальними витратами. Отримані на основі тривимірного МСЕ (3D МСЕ) результати дослідження просторового напружено-деформованого стану лопатки, в припущенні пружного деформування, засвідчили його суттєву нерівномірність як по висоті, так і в межах поперечних перерізів. На основі цих результатів було визначено небезпечний переріз радіусом  $R_0$ , в якому очікується виникнення тріщини, та фрагмент пера лопатки в околі небезпечного перерізу  $R_0$ ,  $0,94 R_0 < R < 1,06 R_0$  (рис.1), в межах якого спостерігається найбільш нерівномірний розподіл напружень.

На першому етапі проведено розв'язання задачі про визначення напружено-деформованого стану лопатки без тріщини із використанням НМСЕ.

Моделювання впливу верхньої частини лопатки ( $R > 1,06 R_0$ ) здійснюється шляхом прикладення до перерізу  $R = 1,06 R_0$  нерівномірно розподіленого навантаження  $q$ , що відповідає діючим в цьому перерізі напруженням. Крім того, фрагмент завантажений розподілений за об'ємом відцентровим навантаженням  $p$ .

Отримані на основі 3D МСЕ розподілення інтенсивності нормальних напружень  $\sigma_i$ , віднесеної до усередненої величини інтенсивності напружень  $\sigma_0$  в небезпечному перерізі  $R_0$ , по радіусу в характерних точках поперечного перерізу (рис. 2, б) свідчать, що напружено-деформований стан фрагменту лопатки має суттєво тривимірний характер: величини інтенсивності напружень в межах поперечного перерізу відрізняються більше ніж в 2,5 рази (точки 1 і 8 (рис. 2, а) перерізу  $R = 0,94 R_0$ ), а в одній і тій самій точці по висоті приблизно в 1,5 рази (т. 1).

Розглядуваний фрагмент лопатки відноситься до неоднорідних призматичних тіл. Відповідна дискретна модель НМСЕ, що утворена із використанням неоднорідних призматичних СЕ, наведена на рис. 3.

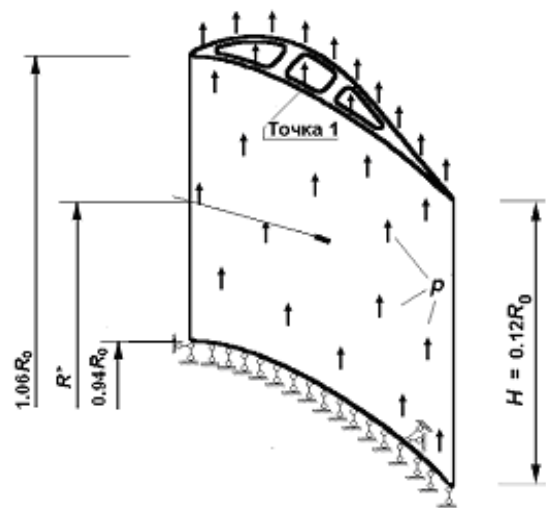
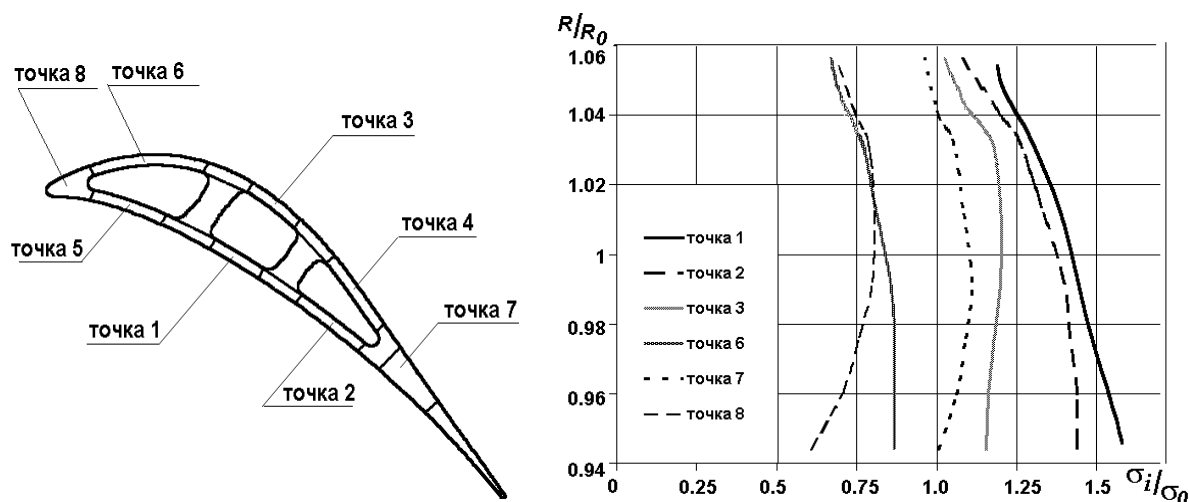


Рис. 1 – Розрахункова схема лопатки



а) – в характерних точках поперечного перерізу      б) – по висоті лопатки  
 Рис. 2 – Розподіл безрозмірної інтенсивності напружень

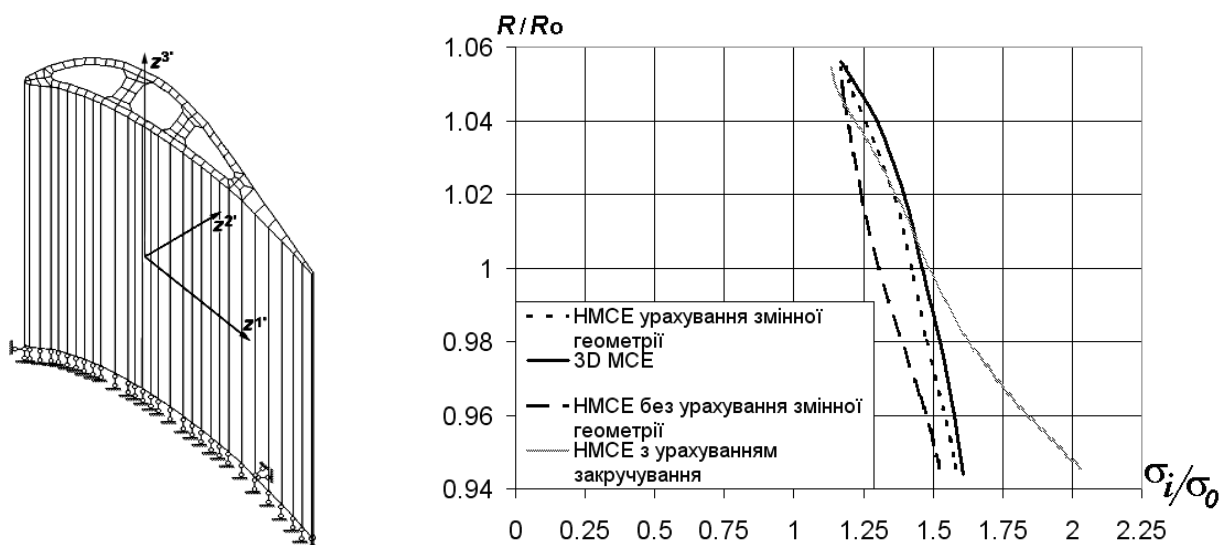


Рис. 3 – Дискретна модель лопатки в НМСЕ      Рис. 4 – Розподіл безрозмірної інтенсивності напружень вздовж вісі лопатки в т. 1 при поетапному врахуванні змінної геометрії

Прийнята розрахункова схема і наведена дискретна модель НМСЕ передбачають відсутність закручування і незмінність площі поперечного перерізу лопатки відносно осі  $z^3$ , що є характерним для об'єктів, розрахунок яких традиційно здійснюється на основі НМСЕ. Результат такого розрахунку, виконаний із використанням неоднорідних призматичних СЕ без урахування закручування і змінності площі поперечних перерізів, засвідчив суттєві відмінності в розподілі параметрів напружено-деформованого стану по висоті лопатки. Порівняння цих результатів із отриманим на основі 3D-МСЕ для найбільш навантаженої точки перерізу (т. 1) наведене на рис. 4.

Для урахування впливу закручування фрагменту лопатки на напружено-деформований стан був застосований підхід, що ґрунтується на зміні вихідної щільності матеріалу по площині поперечного перерізу: в центральній частині перерізів (в околі точок 1-3), для якої закручування призводить до збільшення напружень, вихідна щільність була збільшена, для периферійних частин перерізу – зменшена, при цьому усереднена по кожному перерізу величина щільності

матеріалу залишилась незмінною. Отриманий результат (рис. 4) має найбільші відмінності в нижній частині фрагмента лопатки.

Лопатка знаходиться в полі дії відцентрових сил, що спрямовані вздовж осі лопатки. Для моделювання НДС лопатки, який є наближеним до умов поздовжнього розтягу, використані призматичні СЕ із змінною за напрямком  $z^3$  площею поперечного перерізу. Порівняння отриманого розподілення безрозмірної інтенсивності нормальних напружень  $\sigma_i/\sigma_0$  по висоті фрагмента лопатки з розв'язком, отриманим на основі 3D-МСЕ при пружному деформуванні в зазначених характерних точках перерізу (рис. 2, а) засвідчило добре узгодження цих результатів, що проілюстровано на прикладі точки 1 (рис. 4) [4].

Таким чином, лише за умови одночасного врахування закручування та зміни площі поперечного перерізу розподіл інтенсивності напружень, отриманий НМСЕ, збігається з результатами тривимірного МСЕ (рис. 4). Аналогічна тенденція збігу результатів НМСЕ і 3D-МСЕ спостерігається для всіх перелічених постановок задачі про НДС фрагмента лопатки в усіх інших характерних точках перерізу.

Для визначення додаткового ресурсу лопатки під дією циклічного навантаження початковий тріщиноподібний дефект розглядався як напівеліптична тріщина з розмірами  $a = 0,3$  мм,  $c = 0,5$  мм (рис. 5). Розташування початкової тріщини в поперечному перерізі визначено на основі результатів розв'язання задачі континуального руйнування [4].

Дослідження збіжності розподілення КІН вздовж фронту початкової тріщини, обчислення яких виконувалось за методикою описаною в роботі [3], засвідчило, що для опису розподілення КІН достатньо СЕ моделі, що апроксимують фронт еліптичної тріщини 12 елементами.

Для опису розвитку тріщини при дії циклічного навантаження за формулою Періса [5], використовувались константи матеріалу  $C = 2,2 \cdot 10^{-10}$  м/цикл,  $b = 5,6$ . Частота циклічного навантаження 1 Гц. Амплітуда циклічного навантаження  $\Delta\sigma = 0,05\sigma_{\max}$ , відповідно величина  $\Delta K$  становить 5 % від  $K_{\max}$ .

Дослідження збіжності результатів моделювання росту тріщини за величиною кількості циклів навантаження  $\Delta N$  на кроці було проведено із використанням найрідшої сітки (рис. 5). Залежність величини характерного розміру тріщини  $a$  в напрямку малої півосі еліпса від числа циклів навантаження  $N$  для різних  $\Delta N$  наведені на рис.6. Як видно збіжність досягається при використанні кроку за навантаженням  $\Delta N = 0,5 \cdot 10^7$  циклів. Подальше зменшення  $\Delta N$  призводить до уточнення ресурсу менше ніж на 1 %

Далі проводилось дослідження збіжності за сітковими моделями при однаковому кроці за кількістю циклів. Виявилось, що для моделювання росту тріщини при числі циклів навантаження меншому ніж  $8 \cdot 10^7$  достатнім є застосування сітки, що містить 12 СЕ вздовж фронту тріщини: при згущенні сітки уточнення величини ресурсу є меншим 1 % (рис. 7), а похибка визначення характерного розміру тріщини лежить в межах 5 %.

Подальше моделювання росту тріщини після  $8 \cdot 10^7$  циклів навантаження засвідчило, що визначення конфігурації і розташування фронту тріщини потребує

дискретних моделей більшої розмірності: так, уточнення характерних розмірів тріщини при збільшенні кількості СЕ вздовж фронту тріщини з 12 до 24 становило більше 30 %. На сітці з 24 елементів збіжність результату досягається з точністю біля 7 % (рис. 7).

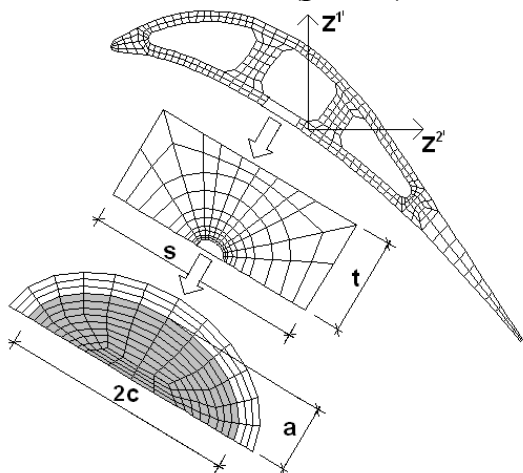


Рис. 5 – Дискретна модель лопатки в плані при апроксимації фронту тріщини 12 СЕ

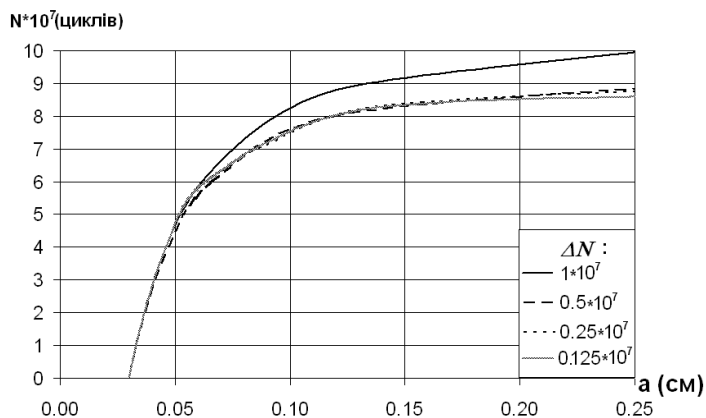


Рис. 6 – Збіжність результатів моделювання розвитку тріщини

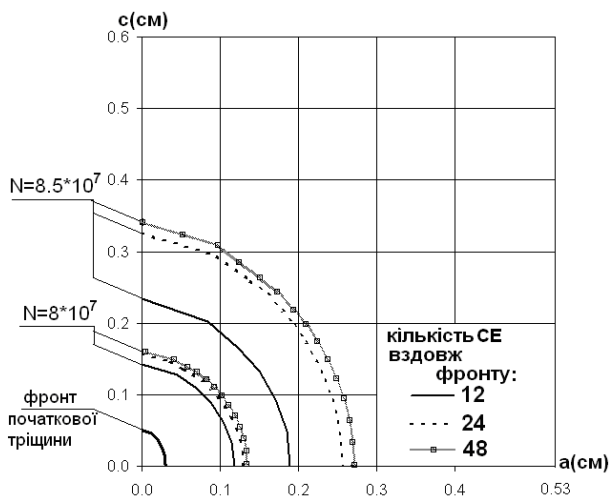


Рис. 7 – Зміна конфігурації фронту тріщини на різних сітках

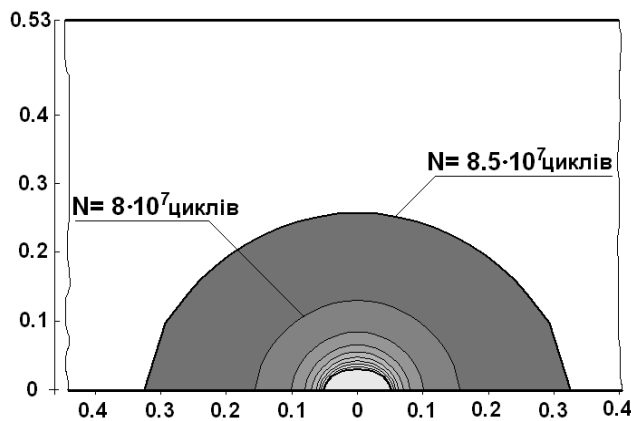


Рис. 8 – Зміння конфігурації фронту тріщини в стінці лопатки (крок за навантаженням  $\Delta N = 1 \times 10^7$  циклів)

На рис. 8 показане поступове зростання тріщини в стінці лопатки з кроком навантаження  $\Delta N = 1 \cdot 10^7$  циклів до  $N = 8 \cdot 10^7$  циклів і кінцеве положення фронту тріщини після  $N = 8 \cdot 10^7$  циклів.

Як видно, розвиток тріщини відбувається прискорено, причому в проміжку  $8,0 \cdot 10^8 \dots 8,5 \cdot 10^8$  циклів характерні розміри тріщини в напрямку її півосей збільшуються майже вдвічі, а протягом всього процесу навантаження ці розміри збільшуються майже на порядок. Після  $8,5 \cdot 10^8$  циклів навантаження тріщина розповсюджується більше ніж на половину товщини стінки лопатки і її подальший розвиток на залишкову частину товщини стінки відбувається за проміжок часу, менший ніж  $0,125 \cdot 10^8$  циклів навантаження, що майже на два порядки менше часу попереднього розвитку тріщини.

На основі отриманих результатів можна стверджувати, що величина додаткового ресурсу  $\Delta t_{II}^*$  складає  $8 \cdot 10^7$  циклів, що складає біля 12 % від основного ресурсу експлуатації.

Зважаючи на трудомісткість розв'язання задачі про моделювання росту тріщини, для оцінки величини ресурсу тіла з тріщиною на практиці використовуються спрощені моделі. В даному випадку наближена оцінка ресурсу лопатки з тріщиною може бути виконана із використанням результатів розв'язання задачі про зростання тріщини в пластині з боковою тріщиною: початкова довжина тріщини дорівнює початковому розміру малої півосі еліптичної тріщини  $a_0 = 3$  мм, ширина пластини – товщині стінки лопатки  $t = 5,3$  мм. Результат розв'язання цієї задачі в двовимірній постановці показав, що отримана величина ресурсу є меншою більше ніж на порядок. Аналіз отриманих результатів був виконаний на основі дослідження зміни величини КІН в залежності від довжини тріщини (рис. 9).

Як видно, отримані в двовимірній постановці величини КІН в пластині з боковою тріщиною є набагато більшими ніж значення КІН  $K_I(a)$  на малій і  $K_I(c)$  на великій напівосях еліптичної тріщини отримані в просторовій постановці для лопатки. Такі розбіжності можуть бути пояснені наявністю перерозподілу напружень при зростанні еліптичної тріщини і відповідним зменшенням концентрації напружень в околі фронту еліптичної тріщини порівняно із вершиною бокової тріщини в пластині.

Розв'язання просторових задач про розвиток тріщин на основі МСЕ призводить до необхідності використовувати дискретні моделі з кількістю невідомих порядку 300000, при цьому кількість кроків розв'язання задачі сягає сотні. Таким чином виконання моделювання розвитку тріщини потребує багаторазового розв'язання систем рівнянь, що відповідає дискретним моделям зазначеної розмірності. Виконання таких обсягів обчислень на сучасних програмних комплексах призводить до значних витрат часу (порядку десяти годин). В той же час як застосування скінченноелементної бази НМСЕ дозволяє розв'язувати цю задачу за час біля десяти хвилин, що свідчить про ефективність використовуваних ітераційних алгоритмів.

Таким чином, розроблений алгоритм моделювання розвитку тріщини [2] реалізований із використанням напіваналітичного методу скінченних елементів [4], дозволяє моделювати розвиток тріщини до розмірів, що майже на порядок перевищують розмір початкової трі-

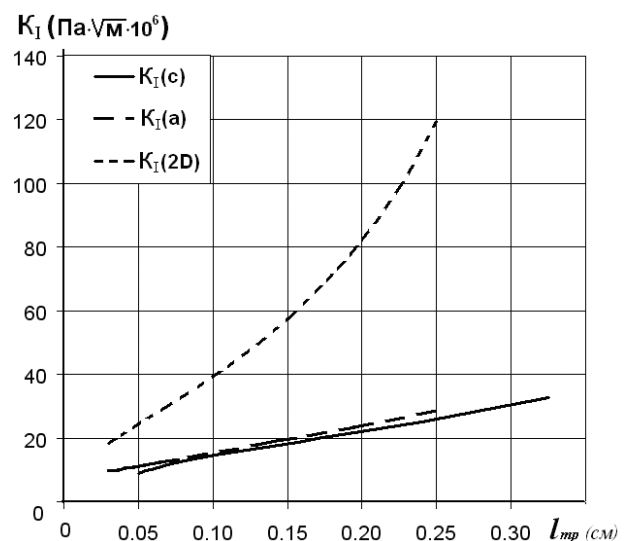


Рис. 9 – Порівняння КІН в еліптичній тріщині в лопатці та в пластині з боковою тріщиною

щини. Поєднання розроблених підходів з ефективними ітераційними алгоритмами розв'язання систем лінійних рівнянь дозволяє розв'язувати подібні задачі з обчислювальними витратами на порядок меншими в порівнянні із відомими сучасними програмними комплексами.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гецов Л.Б. Материалы и прочность деталей газовых турбин. – М.: Недра, 1996. – 591 с.
2. Алгоритм моделювання розвитку тріщини в просторових тілах із застосуванням напіваналітичного метода скінченних елементів / Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С., Шкриль О.О. // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2004. – Вип. 75. – С. 13-26.
3. Визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень в призматичних тілах з тріщинами / Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С., Шкриль О.О. // Опір матеріалів і теорія споруд. – К.: КНУБА, 2003. – Вип. 73. – С. 73-84.
4. Напіваналітичний метод скінченних елементів в задачах руйнування просторових тіл: Монографія / В.А. Баженов, О.І. Гуляр, С.О. Пискунов, О.С. Сахаров. – К.: КНУБА, 2005. – 298 с.
5. Парис П., Эрдоган Ф. Критический анализ законов распространения трещины // Техн. механика. Сер. Д. – 1963. – № 4. – С. 60-68.

УДК 539.3, 539.375

Гуляр А.И., Пискунов С.О., Сахаров А.С.

## ПОСТРОЕНИЕ ДИСКРЕТНОГО АНАЛОГА ИНВАРИАНТНОГО КОНТУРНОГО ИНТЕГРАЛА ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЫСВОБОЖДАЕМОЙ ЭНЕРГИИ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН

Розглянута проблема обчислення величин енергетичних інтегралів, що використовуються при розв'язанні задач механіки руйнування на основі методу скінченних елементів (МСЕ).

### DEVELOPMENT OF THE DISCRETE ANALOGUE OF INVARIANT CONTOUR INTEGRAL FOR CRACK PROPAGATION ENERGY RELEASE RATE

The problem of energy integrals values calculation used for fracture mechanics problem solution on the basis of finite element method (FEM) is considered.

Величина энергии, высвобождаемой при образовании новых поверхностей трещины, является одной из важнейших критериальных характеристик механики разрушения и используется при решении как линейных, так и нелинейных задач. Вычисление величины высвобождаемой энергии основывается на использовании инвариантных энергетических интегралов. Сложность решения краевой задачи об определении напряженно-деформированного состояния тела с трещиной и последующего вычисления значений энергетических интегралов требует привлечения численных методов. Наиболее широкое распространение для решения этой задачи получил метод конечных элементов (МКЭ).

Проблема определения величин энергетических интегралов на основе МКЭ рассмотрена в значительном количестве публикаций [1-14] и др. При этом, имеются данные о нарушении фундаментальных свойств их инвариантности [3, 7], подтвержденные также результатами, приведенными в работе [1]. Этот факт объясняется, в частности, тем, что необходимым условием обеспечения инвариантности является выполнение условий равновесия в пределах всей области по