

- правленних волокнистих композитів // Вестн. ПГТУ. Сер. Технол. мех. – 2002. – С. 74-80.
3. Терегулов И.Г., Каюмов Р.А., Ильязов Р.Н. Расчет нелинейно-упругих многослойных композиционных оболочек вращения с учетом поперечного сдвига и изменения метрики по толщине // Прикл. пробл. прочн. и пластич. – 2000. – № 61. – С. 17-21.
 4. Каминский А.А., Селиванов М.Ф. Метод операторных ветвящихся цепных дробей в линейной теории вязкоупругости // Доп. Нац. АН Украины. – 2002. – № 8. – С. 42-47.
 5. Yang Haitian, Guo Xinglin. Perturbation boundary-finite element combined method for solving the linear creep problem // Int. J. Solids and Struct. – 2000. – 37, № 15. – P. 2167-2183.
 6. Гребенюк С.Н., Киричевский В.В., Гоменюк С.И. Вязкоупругое деформирование конструкций из композиционного материала // Вісник Східноукраїнського національного університету. – 2003. – № 12 (70). – С. 226-231.
 7. Гребенюк С.Н., Киричевский В.В., Толоч В.А. Определение напряженно-деформированного состояния композиционных материалов в условиях вязкоупругого деформирования // Труды двенадцатого симпозиума «Проблемы шин и резинорезиновых композитов», Москва, 15-19 окт. 2001 г. – М.: Изд-во НИИШП, 2001. – Т. 1. – С. 147-151.
 8. Моделирование и расчет напряженно-деформированного состояния композитной пластины с круговым отверстием / Гребенюк С.Н., Лисица Н.Н., Мизерная Е.Л., Киричевский Вал.В. // Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук. праць / Ін-т геотехнічної механіки ім. М. С. Полякова НАН України. – Дніпропетровськ, 2006. – Вип. 63. – С. 154-160.
 9. Киричевский В.В., Гребенюк С.Н., Мизерная Е.Л. Напряженно-деформированное состояние полого ортотропного цилиндра в условиях вязкоупругого деформирования // Новые материалы и технологии в металлургии и машиностроении. – 2005. – № 2. – С. 76-80.
 10. Киричевский В.В., Дохняк Б.М., Карпушин А.Д. Матрица жесткости пространственного конечного элемента для исследования конструкций из композиционных материалов // Вісник Східноукраїнського державного університету. – 1999. – № 3 (18). – С. 109-116.
 11. Метод конечных элементов в вычислительном комплексе «МРЕЛА+» / Киричевский В.В., Дохняк Б.М., Козуб Ю.Г., Гоменюк С.И., Киричевский Р.В., Гребенюк С.Н.; Под ред. В.В. Киричевского. – К.: Наук. думка, 2005. – 408 с.
 12. Киричевский В.В. Метод конечных элементов в механике эластомеров. – К.: Наук. думка, 2002. – 655 с.
 13. Композиционные материалы. Справочник / Под общ. ред. Д.М. Карпиноса. – К.: Наук. думка, 1985. – 592 с.

УДК539.3: 620.1

Вабіщевіч М.О., Гуляр О.І., Солодей І.І.

ДОСЛІДЖЕННЯ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ ПРОСТОРОВИХ НЕОДНОРІДНИХ ПРИЗМАТИЧНИХ ТІЛ З ТРІЩИНАМИ

В статті виконано обобщення методики визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень для просторово неоднорідних призматических тіл з тріщинами под действием динамических нагрузок.

RESEARCH OF FORCED VIBRATIONS OF SPATIAL HETEROGENEOUS PRISMATIC BODIES WITH CRACKS

In paper generalization of a technique of scaling of factors of intensity of pressure for spacely non-uniform prismatic bodies with cracks under act of dynamic loads is executed.

Вступ. Для прямолінійних призматических тіл розглядаються поздовжні типи тріщин, фронт яких збігається за напрямком твірної тіла (рис. 1).

Для опису напружено-деформованого стану (НДС) в околі вершини тріщини застосовується система координат y^i , пов'язана з фронтом тріщини, таким

чином, щоб вісь $y^{1''}$ співпадала з нормаллю до поверхні тріщини, $y^{2''}$ орієнтована по нормалі до фронту тріщини, а $y^{3''}$ була спрямована вздовж дотичної до фронту. Сингулярне поле напружень поблизу вершини тріщини в системі координат $y^{i''}$ в усіх точках її фронту буде характеризуватися коефіцієнтом інтенсивності напружень (КІН) [1]. Для найчастіше розглядуваного випадку тріщин нормального відриву (тип I, рис. 2), в яких переміщення берегів тріщини перпендикулярні до її площини

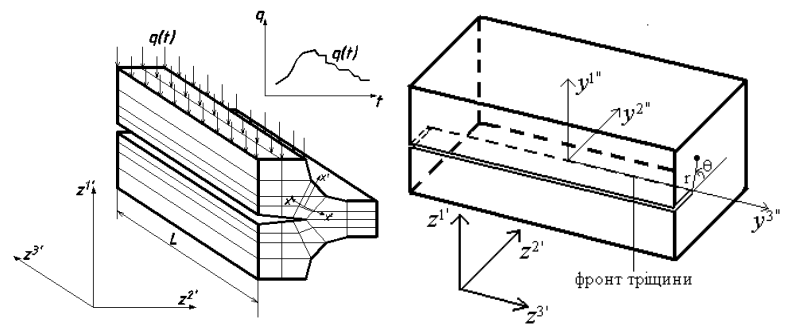


Рис. 1

де r, θ – полярні координати з початком в вершині тріщини (рис. 1); G – модуль зсуву; ν – коефіцієнт Пуассона.

$$\hat{E}_I = \frac{\sigma^{11}}{\frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right)}; \tag{1}$$

$$K_I = \frac{u_1}{\frac{1}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 - 2\nu - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right)} \tag{2}$$

Задача визначення напружено-деформованого стану при дії динамічних навантажень традиційно зводиться до розв’язання системи звичайних диференціальних рівнянь 2-го порядку для момента часу t , яка отримана після просторової скінченно-елементної дискретизації [2]:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{Q\}. \tag{3}$$

Методика обчислення коефіцієнтів матриць мас $[M]$, жорсткості $[K]$ та вектора зовнішніх навантажень $\{Q\}$ на основі призматичного прямолінійного неоднорідного скінченного елемента приведена в роботі [4].

Початкові умови становить відомий розподіл переміщень та швидкостей в тілі у деякий фіксований момент часу t_0 , який приймається за початок часової координати

$$\{U\}|_{t=t_0} = \{U_0\}, \{\dot{U}\}|_{t=t_0} = \{\dot{U}_0\}. \tag{4}$$

Особливістю напіваналітичного методу скінченних елементів (НМСЕ) є характерна блокова структура амплітудних матриць та векторів розв’язуваних рівнянь

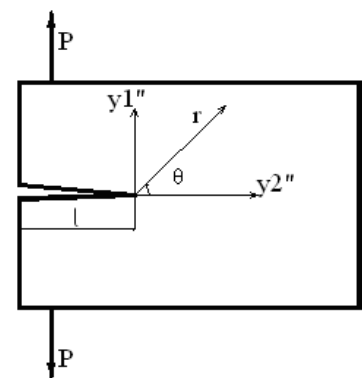


Рис. 2

$$[K] = \begin{bmatrix} [K]_{l_0 l_0} & \dots & [K]_{l_0 m} & \dots & [K]_{l_0 L} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ [K]_{ll_0} & \dots & [K]_{ll} & \dots & [K]_{ll} \\ \vdots & \dots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [K]_{Ll_0} & \dots & [K]_{Lm} & \dots & [K]_{LL} \end{bmatrix}, \quad [M] = \begin{bmatrix} [M]_{l_0 l_0} & \dots & [M]_{l_0 m} & \dots & [M]_{l_0 L} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ [M]_{ll_0} & \dots & [M]_{ll} & \dots & [M]_{ll} \\ \vdots & \dots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [M]_{Ll_0} & \dots & [M]_{Lm} & \dots & [M]_{LL} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\{U\}^T = \{\{U\}_{l_0}^T \dots \{U\}_l^T \dots \{U\}_L^T\},$$

$$\{\dot{U}\}^T = \{\{\dot{U}\}_{l_0}^T \dots \{\dot{U}\}_l^T \dots \{\dot{U}\}_L^T\}, \quad (6)$$

$$\{\ddot{U}\}^T = \{\{\ddot{U}\}_{l_0}^T \dots \{\ddot{U}\}_l^T \dots \{\ddot{U}\}_L^T\},$$

$$\{Q\}^T = \{\{Q\}_{l_0}^T \dots \{Q\}_l^T \dots \{Q\}_L^T\}. \quad (7)$$

Кожний блок матриць (5) представляє собою стрічкову амплітудну підматрицю, що сформована для двовимірної сіткової області, яка апроксимує поперечний переріз тіла.

У класичному випадку НМСЕ, для однорідних вздовж направляючої тіл при використанні базисних функцій у вигляді рядів Фур'є система рівнянь (3) розпадається на низку незалежних амплітудних систем для кожного із членів ряду:

$$[M]_{ll} \{\dot{U}\}^l + [K]_{ll} \{U\}^l = \{Q\}_l, \quad l = l_0, \dots, L. \quad (8)$$

При аналізі тіл обертання із змінними вздовж направляючої фізико-механічними параметрами не вдається досягти розділу змінних та подати задачу у вигляді (8).

1. Особливості дискретизації об'єктів з тріщинами при обчисленні коефіцієнтів інтенсивності напружень. Оскільки при розв'язанні задач динаміки визначення КІН прямим методом виконується на основі обчислених значень параметрів пружно-деформованого стану, які змінюються у часі, його величина теж буде функцією t . Для кожного значення t обчислення КІН базується на методиці, докладне викладення якої при застосуванні НМСЕ для призматичних тіл міститься в [3].

В просторових тілах визначення КІН проводиться в низці точок по фронту тріщини. Для тіл з поздовжніми тріщинами такими точками є точки інтегрування, розташовані вздовж вісі x^3 .

Привершинні області, в яких проводиться визначення КІН за напруженнями та переміщеннями і його подальше усереднення, розташовані в площині $y^1 - y^2$, яка є ортогональною до поверхні і фронту тріщини (рис. 3).

Для тіл з поздовжніми тріщинами КІН визначаються по всім точкам інтегрування вздовж вісі z^3 , яка збігається за напрямком з фронтом тріщини. Привершинна область для

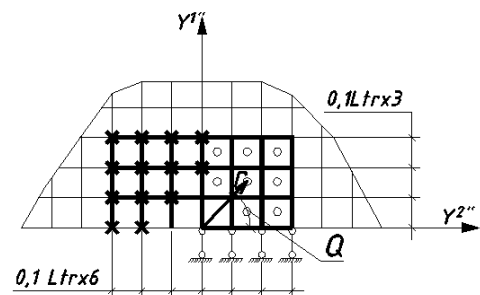


Рис. 3

кожної точки інтегрування знаходиться в площині поперечного перерізу тіла $z^3 - z^2$, $K(\sigma)$ визначається в центрах СЕ, $K(u)$ – у вузлах СЕ моделі (рис. 3), тобто в цьому випадку визначення КІН в межах привершинної області відбувається в поперечному перерізі тіла.

$$K = \frac{K(u) + K(\sigma)}{2}, \quad (9)$$

Враховуючи вимоги методики, пов'язані з явищем сингулярності, в точках, розташованих на відстанях менших $0,1L_{tr}$ (L_{tr} довжина тріщини) вздовж вісей y^1, y^2 від вершини тріщини КІН не визначається. Також не визначається КІН за напруженнями в точках, що розташовані ближче $0,05L_{tr}$ від вісі y^2 (рис. 3, точки обчислення КІН за напруженнями позначені кружками, за переміщеннями – хрестиками).

2. Використання методу розкладу невідомих за власними формами. В багатьох випадках для розв'язання системи звичайних диференціальних лінійних рівнянь руху дискретної моделі (3) при заданих початкових умовах (4) використовується чисельний підхід заснований на розкладі розшукуваного рішення за формами власних коливань конструкції.

Перехід до нормальних координат здійснюється в результаті лінійного перетворення

$$\{U\} = [\Phi]\{X\}, \quad (10)$$

де

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \{\Phi\}_{r_0}^{l_0} & \dots & \{\Phi\}_r^{l_0} & \dots & \{\Phi\}_\Omega^{l_0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ \{\Phi\}_{r_0}^l & \dots & \{\Phi\}_r^l & \dots & \{\Phi\}_\Omega^l \\ \vdots & \dots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \{\Phi\}_{r_0}^L & \dots & \{\Phi\}_r^L & \dots & \{\Phi\}_\Omega^L \end{bmatrix}; \quad \{X\}^T = \{x_{r_0} \quad \dots \quad x_r \quad \dots \quad x_\Omega\}; \quad (11)$$

$\{\Phi\}_r^l$ – l -та амплітуда r -ї власної форми дискретної моделі, що знаходиться

за допомогою модального аналізу конструкції;

$x_r(t)$ – невідомі вагові коефіцієнти рішення для r -ої власної форми;

Ω – кількість власних форм, які утримуються при лінійному перетворенні.

За умови підстановки (10) в (3) і множення лівої частини на $[\Phi]^T$

$$[\Phi]^T [M][\Phi]\{\ddot{X}\} + [\Phi]^T [K][\Phi]\{X\} = [\Phi]^T \{Q\}, \quad (12)$$

отримуємо систему рівнянь (12), яка з урахуванням ортогональності власних форм

$$[\Phi]^T [M][\Phi] = [I], \quad [\Phi]^T [K][\Phi] = [\Lambda], \quad (13)$$

де

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_{r_0} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_r & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_{\Omega} \end{bmatrix};$$

λ_r – власне значення r -ої власної форми, перетвориться на низку незалежних диференційних рівнянь вигляду

$$[I]\{\ddot{X}\} + [\Lambda]\{X\} = [\Phi]^T \{Q\} \quad (14)$$

з початковими умовами у вигляді

$$\{X_0\} = [\Phi]^T [M]\{U_0\}, \quad \{\dot{X}_0\} = [\Phi]^T [M]\{\dot{U}_0\}, \quad (15)$$

де $\{X_0\}^T = \{x_{r_0}^{t_0} \dots x_r^{t_0} \dots x_{\Omega}^{t_0}\}$, $\{\dot{X}_0\}^T = \{\dot{x}_{r_0}^{t_0} \dots \dot{x}_r^{t_0} \dots \dot{x}_{\Omega}^{t_0}\}$.

Рішення звичайного диференційного рівняння 2-го порядку (14) подається інтегралом Дюамеля

$$\{X\}^t = [CC]^t \{X\}^{t_0} + [SS]^t \{\dot{X}\}^{t_0} + \int_{t_0}^t [SS]^{t-\tau} [\Phi]^T \{Q\} d\tau, \quad (16)$$

де $[CC]^\tau = \text{diag}[\cos \theta_r \tau]$, $[SS]^\tau = \text{diag}\left[\frac{\sin \theta_r \tau}{\theta_r}\right]$, $\theta_r = \sqrt{\lambda_r}$.

Для кожного з рівнянь можна записати

$$x_r^t = x_r^{t_0} \cos \theta_r t + \dot{x}_r^{t_0} \frac{\sin \theta_r t}{\theta_r} + \frac{1}{\theta_r} \int_{t_0}^t \sum_{l=l_0}^L \{\Phi\}_r^{lT} \{Q\}_l^\tau \sin \theta_r (t - \tau) d\tau. \quad (17)$$

Обчислення інтегралу виконується чисельно на основі формули прямокутників.

Узагальнена проблема власних значень, з якої повинні бути визначені Ω власних рішень, тобто амплітудні матриці $[\Phi]$ та $[\Lambda]$, формулюється у вигляді

$$[K][\Phi] = [M][\Phi][\Lambda], \quad (18)$$

при цьому набір власних векторів $[\Phi] \in [M]$ – ортогональним, тобто задовольняє умовам (13), та $0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2 \dots \leq \lambda_r \dots \leq \lambda_{\Omega}$.

При аналізі вільних коливань найбільш ефективним для визначення спектру власних форм та частот є метод зворотніх ітерацій у підпросторі з ортогоналізацією по Граму-Шмідту.

Використовуючи деякий набір початкових векторів $[\tilde{Y}]_1$ на кожній ітерації $n = 1, 2, \dots$ обчислюємо наступні наближення

$$[K][\tilde{Y}]_{n+1} = [Q]_n, \quad [Q]_n = [M][\tilde{Y}]_n, \quad (19)$$

де

$$[Y] = \begin{bmatrix} \{Y\}_{r_0}^{l_0} & \cdots & \{Y\}_r^{l_0} & \cdots & \{Y\}_\Omega^{l_0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \{Y\}_{r_0}^l & \cdots & \{Y\}_r^l & \cdots & \{Y\}_\Omega^l \\ \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \{Y\}_{r_0}^L & \cdots & \{Y\}_r^L & \cdots & \{Y\}_\Omega^L \end{bmatrix}, \quad [Q] = \begin{bmatrix} \{Q\}_{r_0}^{l_0} & \cdots & \{Q\}_r^{l_0} & \cdots & \{Q\}_\Omega^{l_0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \{Q\}_{r_0}^l & \cdots & \{Q\}_r^l & \cdots & \{Q\}_\Omega^l \\ \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \{Q\}_{r_0}^L & \cdots & \{Q\}_r^L & \cdots & \{Q\}_\Omega^L \end{bmatrix}.$$

Ортогоналізовані амплітудні вектори розшукуваного рішення, які формують амплітудну матрицю $[Y]$ обчислюються у відповідності до процедури Грамма-Шмідта

$$\{Y\}_{r,n+1}^l = \{\bar{Y}\}_{r,n+1}^l - \sum_{s=1}^{r-1} \alpha_{l,n+1}^s \{\tilde{Y}\}_{s,n}^l, \quad (20)$$

$$\alpha_{l,n+1}^s = \sum_{m=l_0}^L \{\tilde{Y}\}_{s,n}^{lT} [M]_{lm} \{\bar{Y}\}_{r,n+1}^m,$$

або у векторному вигляді

$$[Y]_{n+1} = [\bar{Y}]_{n+1} [R]_{n+1}, \quad (21)$$

де $[R]_{n+1}$ – верхня трикутна матриця.

За умови, що початкові амплітудні вектори з $[\tilde{Y}]_1$ не ортогональні до розшукуваного набору власних форм, при завершенні ітераційного циклу отримуємо:

$$[Y]_{n+1} \rightarrow [\Phi], \quad [R]_{n+1} \rightarrow [\Lambda]. \quad (22)$$

Для виконання умов ортогональності (13) нормуємо набір амплітудних векторів $[\tilde{Y}]_{n+1}$. тобто приводимо їх довжини до одиниці з ваговою матрицею $[M]$:

$$[\tilde{Y}]_{n+1} = \frac{[Y]_{n+1}}{([Y]_{n+1}^T [M] [Y]_{n+1})^{1/2}}. \quad (23)$$

На кожній n -ій ітерації із співвідношення Релея обчислюємо наближення до власних чисел:

$$[\Lambda]_{n+1} = \frac{[\bar{Y}]_{n+1}^T [K] [\tilde{Y}]_n}{[\bar{Y}]_{n+1}^T [M] [\bar{Y}]_{n+1}}. \quad (24)$$

Збіжність ітераційного процесу перевіряється за допомогою:

$$\frac{|\lambda_{r,n+1} - \lambda_{r,n}|}{\lambda_{r,n+1}} \leq \varepsilon, \quad \left\| \sum_{l=l_0}^L \{\Delta \bar{Y}\}_{r,n}^l \right\| \leq \varepsilon \left\| \sum_{l=l_0}^L \{\Delta \bar{Y}\}_r^l \right\|. \quad (25)$$

Похибка ε повинна бути не більшою за 10^{-2s} , якщо власні значення $[\Lambda]$ потрібно обчислити з точністю до $2s$ цифр. Власний вектор тоді буде мати s або більше вірних цифр.

Основним кроком методу зворотних ітерацій у підпросторі є розв'язання системи рівнянь (19) для визначення амплітудної $[\bar{Y}]_{n+1}$, більш близької до власних векторів у порівнянні з попереднім наближенням $[\tilde{Y}]_n$.

Для неоднорідних тіл або при використанні для апроксимації вздовж направляючої системи майже ортогональних базисних функцій матриця $[K]$ рівняння (19) має багатодіагональну структуру, тому на кожній n -ій ітерації методу зворотних ітерацій для розв'язання систем лінійних рівнянь найбільш ефективно використовувати процедуру методу блочних ітерацій з верхньою релаксацією. Розмір блоку методу блочної верхньої релаксації визначається амплітудними підматрицями жорсткості та мас. Тоді процес розв'язання набуває вигляду:

$$\{\bar{Y}\}_{r,n+1}^{l,i+1} = \{\bar{Y}\}_{r,n+1}^{l,i} + \omega [K]_{ll}^{-1} (\{Q\}_{r,n}^l + \{R\}_{r,n+1}^{l,i}), \quad (26)$$

де $\{R\}_{r,n+1}^{l,i}$ – вектор вузлових амплітудних реакцій на ітерації i , який визначається співвідношенням

$$\{R\}_{r,n+1}^{l,i} = \sum_{m=l_0}^{l-1} [K]_{lm} \{\bar{Y}\}_{r,n+1}^{m,i+1} + \sum_{m=l}^L [K]_{lm} \{\bar{Y}\}_{r,n+1}^{m,i}. \quad (27)$$

Ітераційний процес закінчується на ітерації $I=i$, якщо виконується умова

$$\left\| \sum_{l=l_0}^L \{\Delta\bar{Y}\}_{r,n+1}^{l,i} \right\| \leq \varepsilon \left\| \sum_{l=l_0}^L \{\Delta\bar{Y}\}_{r,n+1}^l \right\|, \quad (28)$$

де $\{\Delta\bar{Y}\}_{r,n+1}^{l,i}$ – приращення амплітудних невідомих на ітерації i ;

$$\{\Delta\bar{Y}\}_{r,n+1}^l = \sum_{i=1}^l \{\Delta\bar{Y}\}_{r,n+1}^{l,i} \quad \text{– вектор приращень амплітудних невідомих};$$

$$\|\{\Delta\bar{Y}\}\| = |\{\Delta\bar{Y}\}|^2;$$

ε – наперед задане мале додатне число, що визначає точність розв'язання системи рівнянь.

3. Тестові приклади.

Розглянута задача розтягу прямокутної пластини з крайовою тріщиною, поперечний переріз якої показаний на рис. 4, що знаходиться під дією імпульсного навантаження. Фізико-механічні характеристики матеріалу приймалися у відповідності до роботи [6], геометричні параметри моделі: $H = 0,3$ м, $B = 0,1$ м, $L_{mp} = 0,01$ м, $V_{mp} = 0,0003$ м. Величина максимального навантаження $q_{\max} = 2,5 \cdot 10^5$ Па, змінення навантаження в часовому інтервалі $t \in [0, 18]$ мкс наведено на рис. 4, б.

Фрагмент дискретної моделі привершинної області в поперечному перерізі пластини, побудованої із урахуванням наявності зони згущення в околі вершини тріщини, наведений на рис. 4, в.

На першому етапі розв'язання задачі проведено дослідження напружено-деформованого стану пластини без тріщини. Визначені власні форми та частоти, отримані розв'язки на основі інтеграла Дюамеля. Дослідження збіжності результатів показало, що для розв'язання задачі достатньо утримання 12 влас-

них форм. На рис. 5 і рис. 6 представлено змінення з плином часу повздовжніх напружень та переміщень в контрольній точці, що співпадає з розташуванням вершини тріщини (суцільна лінія). Для порівняння наведено значення напружень і переміщень, які отримані прямим методом інтегрування рівнянь руху за часом (кружки, розбіжність в межах 2-4 %).

На другому етапі проведено розв'язання з урахуванням наявності тріщини. Обчислені на основі НМСЕ значення КІН при статичному навантаженні співпадають з результатами роботи [5] в межах 3-5 %. Аналогічні дані отримані і при порівнянні з даними роботи [5] при динамічному навантаженні для максимальних значень КІН.

Висновки. Таким чином, на основі модального аналізу та розкладу розв'язку за власними формами і частотами розроблена методика визначення лінійних параметрів механіки руйнування для неоднорідних просторових призматичних тіл з повздовжніми тріщинами, що знаходяться під дією динамічних навантажень. Вірогідність та ефективність отримуваних результатів підтверджена результатами розв'язання тестових прикладів.

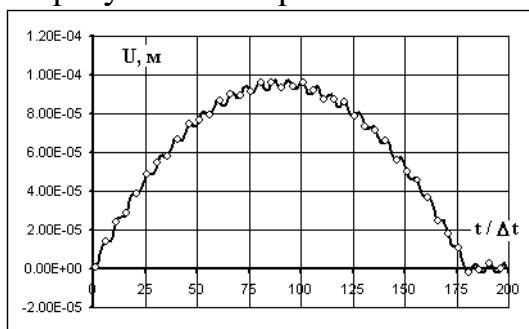


Рис. 5

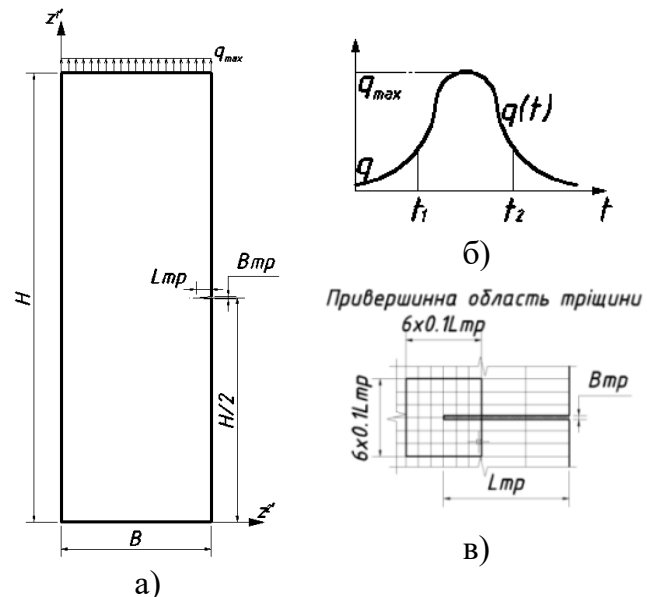


Рис. 4

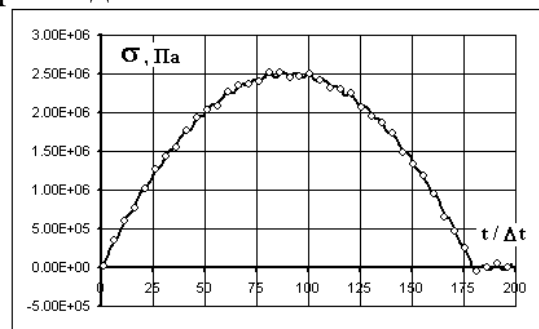


Рис. 6

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Панасюк В.В. Механика квазіхрупкого руйнування матеріалів. – К.: Наук. думка, 1991. – 416 с.
2. Полуаналитический метод конечных элементов в механике деформируемых тел / Баженов В.А., Гуляр А.И., Сахаров А.С., Топор А.Г. – К.: НИИСМ, 1993. – 376 с.
3. Визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень в призматичних тілах з тріщинами / Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С., Шкриль О.О. // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2003. – Вип. 73. – С. 73-82.
4. Солодей І.І. Напіваналітичний метод скінченних елементів в дослідженні пружно-пластичних коливань неоднорідних призматичних тіл // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2002. – Вип. 71. – С. 3-17.
5. Catsamanis F., Raftopoulos D., Theocaris P.S. Dynamic Stress Intensity Factors by the Method of Transmitted Caustics. Static // Journal of Engineering Materials and Technology. – 1977. – Vol. 4 – P. 105-109.

6. Raftopoulos D., Karapanos D., Theocaris T. Static and Dynamic Mechanical and Optical Behaviour of High Polymers // Journal of Physics D (Applied Physics). – 1976. – Vol. 9. – P, 869-877.

УДК 539.3

Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О.,
Андрієвський В.П.

МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОСТОРОВИХ ЗАДАЧ ТЕРМОВ'ЯЗКОПРУЖНОПЛАСТИЧНОСТІ ПРИЗМАТИЧНИХ ТІЛ З УРАХУВАННЯМ ПОШКОДЖЕНОСТІ МАТЕРІАЛУ

Разработана методика решения пространственных задач термовязкоупругопластичности призматических тел с учётом повреждаемости материала на основании полуаналитического метода конечных элементов (ПМКЭ).

TECHNIQUE OF THERMOVISCOELASTOPLASTICITY SPATIAL PROBLEMS DECISION OF PRISMATIC BODIES REGARDING DAMAGEABILITY OF A MATERIAL

The technique of thermoviscoelastoplasticity spatial problems decision of prismatic bodies regarding damageability of a material on the basis of semianalytical finite element method (SFEM) is developed.

Вступ. Значна кількість відповідальних елементів машинобудівних конструкцій являють собою просторові призматичні тіла складної форми, що перебувають під дією довільно розподілених у просторі та часі силового і температурного навантажень. Визначення їх несучої здатності потребує розв'язання просторових задач термов'язкопружнопластичності, що є можливим лише із застосуванням чисельних методів, зокрема методу скінченних елементів (МСЕ) та його ефективних модифікацій, до яких відноситься напіваналітичний метод скінченних елементів (НМСЕ). На теперішній час досвід застосування НМСЕ поширений на широке коло задач механіки деформівного твердого тіла [1-11].

Урахування нелінійного деформування (деформацій пластичності і повзучості) потребує залучення покрокових алгоритмів моделювання процесу навантаження й ітераційного розв'язання отримуваних систем рівнянь на кожному кроці вирішення задачі. При цьому кількість кроків розв'язання задачі при моделюванні тривалого деформування в умовах повзучості може становити порядку тисячі, а, зважаючи на складність форми досліджуваних об'єктів і суттєво просторовий характер напружено-деформованого стану, кількість невідомих становитиме 100 000 і більше. У випадку змінного в часі навантаження, зумовленого зокрема наявністю температурного поля, складність задачі і, пов'язаний з цим обсяг обчислювальних витрат збільшується на порядок.

Суттєве зменшення кількості невідомих дискретної моделі досягається із використанням косокутних скінченних елементів (СЕ), розв'язувальні співвідношення яких враховують змінність компонент метричного тензору в площині поперечного перерізу СЕ. Це потребує розширення скінченноелементної бази в напрямку створення нових модифікацій СЕ, що враховують зазначені геометричні особливості СЕ на основі розгляду напружено-деформованого стану досліджуваних об'єктів в термінах фізичних компонент тензорів напружень та дефо-