- розроблення і відпрацювання технології виготовлення ущільнювачів з антифрикційним покриттям і необхідного оснащення для її впровадження;
- дослідження для підтвердження роботоздатності УАП;
- розроблення нормативно-технічній документації на новий тип ГТВ.

Виконання цієї науково-дослідної і конструкторсько-технологічної роботи зі створення і впровадження у виробництво нового типу гумового технічного виробу дозволить вирішити питання забезпечення будівництва нових та реконструкції існуючих гідротехнічних споруд України вітчизняними конкурентноспроможними ГТВ. Опанування виробництва УАП значно підвищить експортну складову національної гумотехнічної продукції.

ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

1. Паншин Ю.А., Малкевич С.Г., Дунаевская У.С. Фторопласты. – Л.: Химия, 1978.
2. Свойства и применение защитных покрытий на основе фторлонов и фторлоно-эпоксидных композиций / Тризно В.Л., Бугоркова Н.А., Бляхман Е.М. и др. – Л.: ЛДНТП, 1975. – 21 с.
3. Погосян А.К. Трение и износ наполненных полимерных материалов. – М.: Наука, 1977. – 77 с.
4. Каталог «Фторопласты». – Черкассы: НИИТЭХИМ, 1983. – 210 с.

УДК 531.624

Козуб Ю.Г.

РАСЧЕТ ЧАСТОТ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ЭЛАСТОМЕРОВ

Розглянуто скінченно-елементну методику розв’язання задач коливань попередньо навантажених еластомірних конструкцій.

CALCULATION OF FREQUENCIES OF FREE VIBRATIONS OF CONSTRUCTIONS FROM ELASTOMERS

The finite element method of decision of tasks of vibrations of the preliminary loaded elastomer constructions is considered.

Введение. В настоящее время все более широкое применение находят конструкции из эластомеров и композитов на их основе. Деформируемость эластомеров является их важнейшей эксплуатационной характеристикой. Как правило, в реальных условиях эксплуатации эластомерные элементы конструкций находятся в условиях динамического нагружения. Прогнозирование динамических свойств таких конструкций на этапе проектирования является достаточно актуальной задачей [1-10].

Проведение экспериментальных исследований требует достаточно большого времени и достаточно больших ресурсов. Поэтому актуальным является создание математических моделей поведения эластомерных конструкций. Основной проблемой при создании моделей является опиисание таких свойств эластомеров, как геометрическая и физическая нелинейность, слабая сжимаемость. Кроме того, технология изготовления и монтажа эластомерных элементов конструкций такова, что изначально в массиве эластомера возникают начальные напряжения.

Одним из наиболее эффективных методов решения задач упругости и вязкоупругости конструкций из эластомеров является метод конечных элементов (МКЭ) [3,7]. В настоящее время существует достаточно большое количество коммерческих пакетов прикладных программ расчета конструкций на основе МКЭ. Однако практически ни в одном из них не реализована модель эластомера как слабосжимаемого материала.

Цель работы. Разработка эффективной методики решения задач динамики эластомерных конструкций является основной целью данной работы.

Материалы исследования. При решении задач теории упругости методом конечных элементов наиболее важным этапом является построение матрицы жесткости. Описание поведения слабосжимаемых эластомеров принимается на основе обобщенного закона Гука [10]

$$\sigma^{ij} = 2\mu\left[g^{ik}g^{jl}\varepsilon_{kl} - \frac{1}{3}J_1(\hat{\varepsilon})\right] + B\left(\sqrt{I_3(G^{\times})} - 1\right)g^{ij},$$

где $B = \frac{2}{3}\mu + \lambda$ – модуль объемного сжатия.

Для учета слабой сжимаемости используется тройная аппроксимация полей перемещений, деформаций и функции изменения объема [3]

$$u_k = \sum_{pqr}^{lmn}\omega_k^{pqr}\psi^{pqr}, \quad \varepsilon_{ij} = \sum_{pqr}^{lmn}e_{ij}^{pqr}\psi^{pqr}, \quad \theta = \sum_{p=0}^{l-1}\sum_{q=0}^{m-1}\sum_{r=0}^{n-1}\xi^{pqr}\psi^{pqr},$$

где ψ^{pqr} – базисные полиномиальные функции специального вида [9], связанные с функциями формы конечного элемента соотношением

$$\{N\} = [A]\{\psi\};$$

N – функции формы КЭ;

A – матрица преобразования.

При монтаже и эксплуатации эластомерных конструкций создаются начальные напряжения и/или начальные перемещения. В этом случае матрица жесткости строится на основе инкрементальной теории Лагранжа [4, 5]:

$$[K] = \left[K_{ij}\right] + \left[K^{\sigma}\right] + \left[K^{u}\right], \; K_{ij} = \iiint\limits_V C_{klmn}N_{ki,l}N_{mj,n}dV, \; K_{ij}^{\sigma} = \iiint\limits_V \sigma_{kl}N_{ni,k}N_{nj,l}dV,$$

$$K_{ij}^{u} = \iiint\limits_V C_{klmn}\left(u_{r,k}\delta_{sm} + u_{s,m}\delta_{rk} + u_{r,k}u_{s,m}\right)N_{ri,l}N_{sj,n}dV,$$

где $\left[K_{ij}\right], \left[K^{\sigma}\right], \left[K^{u}\right]$ – инкрементальная матрица жесткости и матрицы жесткости, обусловленные начальными напряжениями и начальными перемещениями соответственно.

Для решения задач динамики эластомерных конструкций могут использоваться два подхода. Основаны эти подходы на основных методах интегрирования дифференциальных уравнений нестационарных процессов. Выбор метода решения зависит от характера динамического нагружения.

В случае периодического нагружения решение уравнений динамики проще определить в виде наложения различных мод собственных и вынужденных колебаний.

В случае импульсного или непериодического нагружения оптимальным является использование различных схем конечно-элементной дискретизации задачи во временной области [6].

Как правило, в реальных условиях эксплуатации эластомерные конструкции находятся в условиях периодического нагружения, поэтому задачи динамики сводятся к решению обобщенной проблемы собственных векторов и собственных значений.

В общем случае вековое уравнение имеет вид:

$$\left(K+\varpi C+\varpi^2 M\right)u=0,$$

где $\tilde{N}$ – матрица демпфирования;

M – матрица масс конструкции.

В большинстве случаев влияние демпфирования на частоты и формы собственных колебаний невелико и им можно пренебречь

$$\left(K+\omega^2 M\right)u=0.$$

При построении матрицы масс можно использовать те же функции формы, что и при аппроксимации координат и перемещений:

$$M=\iiint\limits_V \rho\{N\}^T\{N\}dV .$$

Другой подход при построении матрицы масс состоит в непосредственном распределении массы в узлы конечно-элементной сетки.

Решение полной проблемы собственных чисел может быть получено с помощью различных методов.

Практическую ценность имеют низшие значения собственных частот. В тех случаях, когда матрица жесткости имеет большой порядок, рациональнее использовать приближенные методы определения минимальных собственных значений. Одним из таких методов является степенной алгоритм [7]:

$$Ku_{(n+1)}=Mu_{(n)} .$$

Вектор начального приближения выбирается с учетом кинематических ограничений, накладываемых на конструкцию.

Минимальная собственная частота в этом случае может быть определена по формуле

$$\omega^2\approx\frac{u_{(n)}^T Ku_{(n)}}{u_{(n)}^T Mu_{(n)}} .$$

Используя М-ортогональность собственных векторов можно сократить порядок системы уравнений и затем определить следующее собственное значение.

На основе рассмотренных подходов решен ряд задач вычисления собственных частот конструкций.

Задача 1. Определение низших частот свободных колебаний защемленной по одной грани квадратной пластины. В таблице 1 приведены результаты расчета в виде безразмерных коэффициентов

$$k_i = \frac{\omega_i a^2 \sqrt{\rho h}}{\sqrt{Dg}},$$

где a, h – размеры пластины;
D – цилиндрическая жесткость;
g – ускорение свободного падения;
ρ – плотность материала.

Таблица 1 – Относительные коэффициенты k_i

	Коэффициенты k_i		
	k_0	k_1	k_2
Аналитическое решение	35,9	73,4	108,2
Численное решение [7]	35,42	71,01	104,01
Численное решение	36,3	73,9	109,1

Задача 2. Прямоугольный призматический виброизолятор. Линейные размеры: $L = 0{,}1$ м, $B = 0{,}2$ м, $H = a{\cdot}L$. Виброизолятор работает на растяжение-сжатие по направлению H. Физические характеристики материала: плотность $\rho = 1200$ кг/м^3, модуль сдвига $G = 1{,}231$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}499$. В табл. 2 приведены значения безразмерной величины $\Omega = \omega L\sqrt{\rho/G}$, соответствующие низшим собственным частотам для различных значений безразмерной высоты a, а также решения представленные в работе [6]. В табл. 3 представлены результаты расчета низшей собственной частоты для призмы $H/L = 0{,}8$ с начальным смещением нагружаемых граней $u_0 = \lambda H$.

Таблица 2 – Низшие собственные частоты призмы

	Ω/a			
	0,4	0,5	0,6	0,7
Ω_0 [8]	10,955	8,763	7,304	6,266
$\approx\Omega_0$	10.516	8,528	7,147	6,146

Таблица 3 – Зависимость частоты от предварительного поджатия

	λ			
	0,03	0,05	0,1	0,15
ω/ω_0	1,12	1,14	1,21	1,25

Задача 3. Рассмотрим сплошной цилиндрический виброизолятор, нагруженние которого соответсвует граничным условиям $u_r = 0$, $u_z = \pm a_0 R\cos\omega t$, $z = \pm H$, $r = R$. Значения первой безразмерной резонансной частоты

$\Omega = \omega R\sqrt{\rho/G}$ для различных типоразмеров виброизолятора $a = H/R$ приведены в табл. 4.

Результаты расчета собственных частот колебаний для цилиндра при a=0,8 при различных начальных смещениях $u_0 = \lambda H$ приведены в табл. 5.

Таблица 4 – Низшие собственные частоты цилиндра

Ω/a	0,3	0,4	0,5	0,6
Ω_0 [8]	14,556	10,915	8,739	7,301
$\approx\Omega_0$	14.232	10,553	8,487	7,173

Таблица 5 – Зависимость частоты от предварительного поджатия

	λ			
	0,03	0,05	0,1	0,15
ω/ω_0	1,132	1,163	1,227	1,262

Анализ полученных результатов показывает, что рассмотренная методика позволяет получить достаточно точные результаты. Данння методика реализована в виде подсистемы ДИНЭМА в рамках вычислительного комплекса «МІРЕЛА+» [9].

Выводы. Применение инкрементальных теорий для решения задач динамики конструкций из эластомеров позволяют получить достаточно точные результаты. При этом рассмотренная методика позволяет прогнозировать значения динамических характеристик эластомерных элементов конструкций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Потураев В.Н., Дырда В.И..Круш И.И. Прикладная механика резины. – К.: Наук. думка, 1980. – 260 с.
2. Дымников С.И. Расчет резиновых элементов конструкций. – Рига: Зинатне, 1991. – 277 с.
3. Киричевский В.В. Обобщение моментной схемы конечных элементов для исследования конструкций из слабосжимаемых эластомеров // Проблемы прочности. – 1985. – №11. – С. 105-110.
4. Васидзу К. Вариацонные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
5. Дохняк Б.М., Козуб Ю.Г. Расчет предварительно напряженных конструкций из эластомеров // Тр. 13-го Симп. «Проблемы шин и резинокордных композитов». г. Москва, 14-18 окт. 2002 г. – М.: НИИШП, 2002. – С. 119-123.
6. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимации. – М.: Мир, 1986. – 318 с.
7. Метод конечных элементов в механике твердых тел / Сахаров А.С., Кислоокий В.Н., Киричевский В.В. и др. – К.: Вища школа, 1982. – 480 с.
8. Сенченков И.К., Червинко О.П. Справочные частоты и напряжения призматических и цилиндрических виброизоляторов при кинематическом растяжении-сжатии/ Вопросы динамики и прочности. –1987. – Вып. 48. – С. 20-22.
9. Метод конечных элементов в вычислительном комплексе «МІРЕЛА+». / Кирический В.В., Дохняк Б.М., Козуб Ю.Г. и др. – К.: Наук. думка, 2005. – 403 с.
10. Киричевский В.В., Дохняк Б.М., Козуб Ю.Г. Метод конечных элементов в механике разрушения эластомеров. – К.: Наукова думка, 1998. – 200 с.