

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАПРЯЖЕННО-
ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ
КОНСТРУКЦИИ ПУТИ В ЗОНЕ СТЫКА РЕЛЬСОВ**

Стаття присвячена розробці методології розрахунку частотних характеристик і імпульсних перехідних функцій, що визначають напруження і деформації в елементах конструкції колії від дії рухомих динамічних сил.

**MATHEMATICAL MODEL OF THE TENSELY-DEFORMED STATE
OF CONSTRUCTION ELEMENTS OF WAY IN RAILS JOINT AREA**

The article is devoted to development of methodology of calculation of frequency descriptions and impulsive transitional functions determining tensions and deformations in the elements of construction of way from influence of locomotive dynamic forces, at presence of the deformed areas of foundation of way.

Железнодорожный транспорт является одним из основных звеньев транспортной системы страны. На его долю приходится больше половины грузооборота и более третьей части пассажирских перевозок, причем его ведущая роль в перевозке грузов сохранится и на отдаленную перспективу. Следует особо отметить, что железнодорожный путь наряду с конструкцией подвижного состава является ключевым элементом, от которого зависят динамические качества транспортных средств. Поэтому необходимо в теоретических исследованиях учитывать, по возможности, наиболее полно конструктивные особенности, как подвижного состава, так и пути, что является одной из предпосылок успешного поиска резервов улучшения их эксплуатационных характеристик.

Повышенная дефектность элементов конструкции верхнего строения пути в зоне стыка рельсов обусловлена резко нестационарным (ударным) характером работы под динамической нагрузкой. Разрыв поверхности катания характерен как для болтовых, так и для сварных стыков с криволинейной V-образной поверхностью катания, образуемой за счет изначального изгиба (понуности) концевых участков рельсов, а также зазора в болтовых стыках. Экспериментальные исследования, сбор и анализ статистической информации дефектности рельсов традиционно определяют процесс совершенствования конструкции стыка.

В данной статье разработан математический аппарат, позволяющий при заданном законе изменения во времени движущейся силы определять нестационарные процессы, возникающие в локальной точке пути в системе отсчета, связанной с землей. Разработан способ практического расчета изменяющихся во времени вертикальных нагрузок, напряжений и деформаций элементов конструкции пути – рельса, шпалы и поверхности балласта под шпалой – путем решения линейного дифференциального уравнения в частных

производных колебаний балки с упругим шарниром (стык рельсов) на вязкоупругом инерционном основании.

Особенностью данной работы является возможность расчета во времени изменяющейся динамической силы $Q(t)$ воздействия колеса на рельс в зоне стыка, связанной с несовершенством поверхности катания (стыковая V-образная неровность). Методические указания позволяют получить объективную характеристику элементов колебательной системы в виде частотных характеристик (ЧХ) и импульсных переходных функций (ИПФ) как реакцию системы на импульсное воздействие в виде дельта-функции.

Расчетная схема. Примем за основу схему бесконечно длинного рельса [3], включающего упругий шарнир (стык). Рельс на вязкоупругом инерционном основании включает упругий шарнир (стык рельсов) и состоит из трех участков по ходу движения силы: одного до постоянного начала координат (до стыка рельсов $x < 0$), второго – между постоянным началом координат и точкой приложения подвижной нагрузки ($0 \leq x < u$), третьего – после точки приложения нагрузки ($x \geq u$). Нагрузка определяется единичной вертикальной гармонической силой, H ,

$$Q(t) = \exp(i\omega t), \quad (1)$$

прилагаемой вдоль оси Ox со скоростью v , м/с, причем $u = vt$, где u – текущая координата точки приложения силы; i – мнимая единица ($i^2 = -1$); t – время, с; ω – круговая частота, рад/с.

Уравнение вертикального прогиба рельса $z_p(x, t)$, м, без учета сил продольного растяжения-сжатия в неподвижной системе координат имеет вид:

$$EI \frac{\partial^4 z_p}{\partial x^4} + m \frac{\partial^4 z_p}{\partial t^2} + f \frac{\partial z_p}{\partial t} + Uz_p = 0 \quad (2)$$

Здесь z_p – вертикальный прогиб рельса, м., в точке x в момент времени t ; E – модуль упругости рельсовой стали, Н/м²; I – момент инерции рельса относительно главной поперечной горизонтальной оси, м⁴; m – распределенная по длине погонная масса рельса, шпал и подшпального основания верхнего строения пути, кг/м; f – распределенный по длине коэффициент вязкости (демпфирования) основания пути, Н·с/м²; U – модуль упругости подрельсового основания, Н/м².

Решение уравнения (2) записывается в виде произведения двух функций [4]:

$$z_p(x, t) = W_z^Q(x, u, i\omega) \exp(i\omega t) \quad (3)$$

Здесь $W_z^Q(x, u, i\omega)$ – параметрическая частотная характеристика прогиба конструкции пути с входом по силе Q и выходом по прогибу z_p . Тогда вместо

(2) можно записать:

$$EI \frac{\partial^4 W_z^Q}{\partial x^4} + (-m\omega^2 + i\omega f + U)W_z^Q = 0 \quad (4)$$

Соответствующее (4) характеристическое уравнение

$$EI r^4 + (-m\omega^2 + i\omega f + U) = 0 \quad (5)$$

имеет четыре комплексных корня с двумя положительными и двумя отрицательными действительными частями

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(r_1) \geq 0, \operatorname{Re}(r_2) \geq 0 \text{ при } x \leq 0 \\ \operatorname{Re}(r_3) \leq 0, \operatorname{Re}(r_4) \leq 0 \text{ при } x \geq 0 \end{aligned}$$

С учетом граничных условий на бесконечности $z_p(x, t)|_{x \rightarrow \pm\infty} = 0$ искомый прогиб (3) на участках до постоянного начала, за постоянным началом и за точкой приложения силы (участки *I*, *II*, *III*):

$$\left. \begin{aligned} (z_p)_I &= (W_z^Q)_I \exp(i\omega t) \\ (z_p)_{II} &= (W_z^Q)_{II} \exp(i\omega t) \\ (z_p)_{III} &= (W_z^Q)_{III} \exp(i\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Определение ЧХ колебаний рельса в зоне стыка. ЧХ на участках *I*, *II*, *III* определяется суммой частных решений, м/Н:

$$\left. \begin{aligned} (W_z^Q)_I &= A_1 e^{r_1 X} + A_2 e^{r_2 X}; \\ (W_z^Q)_{II} &= A_3 e^{r_1 X} + A_4 e^{r_2 X} + A_5 e^{r_3 X} + A_6 e^{r_4 X}; \\ (W_z^Q)_{III} &= A_7 e^{r_3 X} + A_8 e^{r_2 X}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Решение уравнения прогиба рельса сводится к определению восьми коэффициентов $A_1(u, i\omega) \dots A_8(u, i\omega)$ на основании системы уравнений четырех краевых условий для постоянного начала координат ($x = 0$) и четырех краевых условий для точки приложения силы ($x = u$).

На границе участков *I* и *II* – в точке постоянного начала координат, где расположен упругий шарнир ($x = 0$), должно соблюдаться равенство прогибов в стыке рельсов, изгибающих моментов и поперечных сил, а алгебраическая сумма углов поворота сечений рельса должна быть пропорциональна изгибающему моменту:

$$\left. \begin{aligned} (W_z^Q)_I &= (W_z^Q)_{II} \\ (W_z^Q)'_I &= (W_z^Q)'_{II} \\ (W_z^Q)''_I &= (W_z^Q)''_{II} \\ C[(W_z^Q)'_{II} - (W_z^Q)'_I] &= (W_z^Q)''_I EI \end{aligned} \right\} \text{при } x=0$$

Здесь $C = c_M EI$ – относительный изгибающий момент в упругом шарнире, Н·м/рад, или момент сил, требуемый для изгиба стыка на угол в 1 рад; c_M – коэффициент приведения, (м·рад)⁻¹. ЧХ со штрихами означают первую, вторую и третью производные ЧХ по x . В результате получим систему первых четырех уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} A_1 + A_2 &= A_3 + A_4 + A_5 + A_6; \\ r_1^2 A_1 + r_2^2 A_2 &= r_1^2 A_3 + r_2^2 A_4 + r_3^2 A_5 + r_4^2 A_6; \\ r_1^3 A_1 + r_2^3 A_2 &= r_1^3 A_3 + r_2^3 A_4 + r_3^3 A_5 + r_4^3 A_6; \\ C[-r_1 A_1 - r_2 A_2 + r_1 A_3 + r_2 A_4 + r_3 A_5 + r_4 A_6] &= EI[r_1^2 A_1 + r_2^2 A_2] \end{aligned} \right. \quad (8)$$

На границе участков *II* и *III* – в точке ($x = u$) приложения движущейся нестационарной силы $Q(t)$ – должно соблюдаться равенство прогибов рельсов, углов поворота, изгибающих моментов при любых значениях времени, а поперечная сила должна иметь разрыв со скачком, равным силе $Q(t) = \exp(i\omega t)$, откуда следует:

$$\left. \begin{aligned} (W_z^Q)_{II} &= (W_z^Q)_{III} \\ (W_z^Q)'_{II} &= (W_z^Q)'_{III} \\ (W_z^Q)''_{II} &= (W_z^Q)''_{III} \\ (W_z^Q)'''_{III} - (W_z^Q)'''_{II} &= 1/EI \end{aligned} \right\} \text{при } x = u$$

Вторые четыре уравнения системы имеют вид:

$$\left\{ \begin{aligned} A_7 e^{r_3 u} + A_8 e^{r_4 u} &= A_3 e^{r_1 u} + A_4 e^{r_2 u} + A_5 e^{r_3 u} + A_6 e^{r_4 u}; \\ r_3 A_7 e^{r_3 u} + r_4 A_8 e^{r_4 u} &= r_1 A_3 e^{r_1 u} + r_2 A_4 e^{r_2 u} + r_3 A_5 e^{r_3 u} + r_4 A_6 e^{r_4 u}; \\ r_3^2 A_7 e^{r_3 u} + r_4^2 A_8 e^{r_4 u} &= r_1^2 A_3 e^{r_1 u} + r_2^2 A_4 e^{r_2 u} + r_3^2 A_5 e^{r_3 u} + r_4^2 A_6 e^{r_4 u}; \\ r_3^3 A_7 e^{r_3 u} + r_4^3 A_8 e^{r_4 u} - r_1^3 A_3 e^{r_1 u} - r_2^3 A_4 e^{r_2 u} - r_3^3 A_5 e^{r_3 u} - r_4^3 A_6 e^{r_4 u} &= 1/EI \end{aligned} \right. \quad (9)$$

Решение системы (9) однозначно определяет коэффициенты $A_1 \dots A_8$ с последующим определением по формулам (8) параметрической ЧХ прогиба верхнего строения пути $W_z^Q(x, u, i\omega)$ от единичной динамической нагрузки (1) на участках *I*, *II*, *III*.

ЧХ углов поворота $W_{\chi}^Q(x, u, i\omega)$ определяют дифференцированием $W_z^Q(x, u, i\omega)$ по x [4], 1/Н:

$$W_{\chi}^Q(x, u, i\omega) = EI \frac{\partial}{\partial x} [W_z^Q(x, u, i\omega)] \quad (10)$$

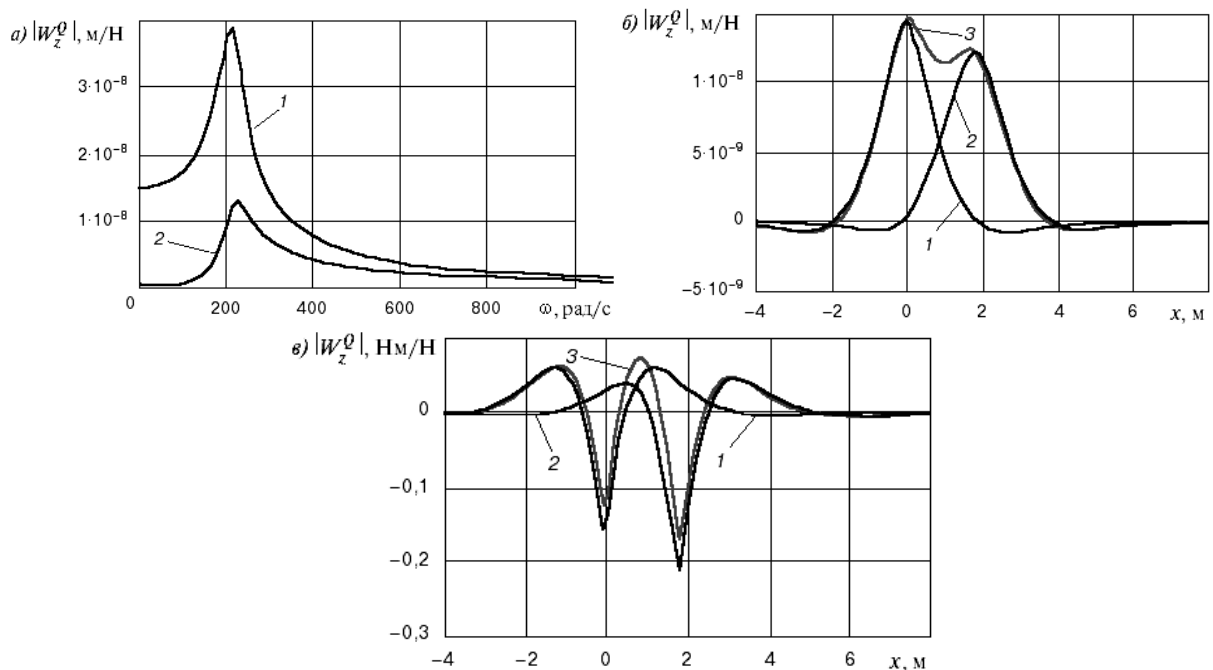
где $\chi(x, t)$ – угол поворота сечения рельса.

ЧХ изгибающих моментов $W_M^Q(x, u, i\omega)$ определяют повторным дифференцированием $W_z^Q(x, u, i\omega)$ по x [4], м:

$$W_M^Q(x, u, i\omega) = EI \frac{\partial^2}{\partial x^2} [W_z^Q(x, u, i\omega)] \quad (11)$$

Использование ЧХ W_M^Q позволяет определить изгибающий момент и осевое напряжение в подошве рельса в зависимости от частоты воздействия для пути с заданными параметрами.

На рис. 1 приведен пример расчета воздействия на путь тележки вагона ЦНИИ-ХЗ под грузовым вагоном в зоне стыка. Определены модули ЧХ упругих деформаций, эпюры статических прогибов и изгибающих моментов рельса.



а – модули ЧХ упругого прогиба рельса в стыке; б – эпюры упругих прогибов рельса; в – эпюры изгибающих моментов; 1 – сила приложена в стыке; 2 – на расстоянии 1,85 м от стыка; 3 – суммарное воздействие

Рис. 1 – Воздействие на путь тележки вагона ЦНИИ-ХЗ:

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Справочник по земляному полотну эксплуатируемых железных дорог/М. В. Аверочкина, С.С. Бабицкая, С.М. Большаков и др.; Под. ред. А.Ф. Подпалого, М.А. Чернышева, В.П. Титова – М.: Транспорт, 1978. 766 с.
2. Шахунянц Г.М. Путь и путевое хозяйство / М.: Трансжелдориздат, 1949. – 632 с.
3. Данилов В.Н. Расчет рельсовой нити в зоне стыка / Труды ВНИИЖТ. Вып. 70. М.: Трансжелдориздат, 1952. – 113 с.
4. Коган А.Я. Динамика пути и его взаимодействие с подвижным составом. М.: Транспорт, 1997. – 326 с.

УДК 622.831:622.411.332

М.н.с. П.С. Пащенко
(ИГТМ НАН Украины)

АНАЛИЗ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ ВЛИЯЮЩИХ НА ГАЗООБИЛЬНОСТЬ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК

У даній статті розглянутий зв'язок геологічних і геомеханічних чинників, що впливають на метановість гірничих виробок.

ANALYSIS OF GEOLOGICAL AND GEOMECHANIC FACTORS OF MINE MAKING INFLUENCING ON GAS CONTENT

In this article communication of geological is considered and geomechanic factors of the mountain making influencing on gas content

К настоящему времени метан угольных месторождений Украины, в отличие от США, Германии, Англии и других стран мира, практически не используется как самостоятельное полезное ископаемое, а осуществляемая попутная его добыча методом шахтной дегазации очень незначительна. Основной причиной такого негативного отношения к комплексному освоению угольных месторождений является ряд нерешенных проблем, касающихся как отсутствия высокопроизводительного бурового оборудования, неотработанной технологии извлечения газа, так и несовершенства применяемой методики изучения и прогноза газоносности, подсчета извлекаемых запасов.

Сдвигание подработанного массива горных пород является одним из факторов, влияющих на выделение метана в подземные выработки. Эта проблема имеет особую актуальность, так как выделение метана приводит к загазованности забоев, взрывам метана, выбросам и другим негативным явлениям. Одним из направлений борьбы является применение дегазации.

При ведении очистных работ, подработанный углепородный массив теряет свое первоначальное состояние [1-3]. В процессе выемки угольного пласта при прохождении динамической мульды сдвижения, происходит разуплотнение и дегазация горного массива. В работе [4] исследователи считают, что основными газопроводниками являются эксплуатационные трещины.

Горные породы, вмещающие угольные пласты, представляют собой слоистую среду, расчлененную плоскостями напластований и системой природных трещин. До проведения горных выработок они находятся в естественном