

**РЕШЕНИЕ ОБЪЕМНОЙ ЗАДАЧИ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ  
МЕТАНА ИЗ УГОЛЬНОГО ПЛАСТА В ВЫРАБОТКУ МЕТОДОМ  
КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Використання методу кінцевих елементів для розв'язання нестационарної задачі трьохвимірної фільтрації метану у вугільному пласту, що перетинається гірничою виробкою. У статті наведені розподіли тиску метану в різні моменти часу.

**THE DECISION OF THE VOLUMETRIC PROBLEM OF THE NON-  
STATIONARY METHANE FILTRATION FROM THE COAL SEAM  
IN MINE WORKING BY THE FINITE ELEMENT METHOD**

Application of a finite element method for the decision of non-stationary volumetric methane filtration task in coal seam which is crossed by mine working. The distributions of methane pressure during the various moments of time are resulted in this article.

Геомеханические процессы и процессы фильтрации метана, протекающие в зонах ведения горных работ, имеют сложный пространственный характер.

Задолго до подхода горной выработки в горном массиве начинает проявляться ее влияние - увеличивается вертикальная составляющая тензора напряжений, образуется зона опорного давления. В результате сжатия пористых газосодержащих пород в этой зоне происходит уменьшение объема их порового пространства. Это вызывает повышение давления газа, содержащегося в порах и пустотах. Угольный пласт на некотором расстоянии впереди забоя чаще всего начинает интенсивно разрушаться, выделяя в выработку большое количество метана. Именно здесь проходит передняя граница области фильтрации – части породного массива, связанной единой системой сообщающихся микро- и макро-трещин.

В боках выработки в 2 - 4 м за забоем также находятся области опорного давления, в которых давление свободного метана принимает максимальное значение.

Под действием растягивающих напряжений и давления сжатого газа в горных породах, в которых достигнут предел прочности, начинается интенсивное трещинообразование. По быстро развивающейся системе трещин метан перемещается в направлении градиента давления, то есть из областей с большим давлением в области с меньшими значениями давления метана. Параметры движения газа в этой области, напрямую зависящие от напряженного состояния горных пород, также изменяются по всем трем пространственным координатам и поэтому сведение задачи о расчете параметров фильтрации метана к плоской существенно исказило бы результаты расчетов. Кроме этого, имеет место изменение во времени интенсивности метановыделения в горную выработку, что вызывает необходимость в нестационарной постановке задачи.

Для построения трехмерной математической модели нестационарной фильтрации метана в горном массиве в окрестности выработки примем гипотезу

сплошности, которая позволяет представить газовый поток как непрерывную, сплошную среду, и будем считать его изотермичным.

Нестационарное изотермическое движение сжимаемого газа в трещиновато-пористой среде описывается уравнениями неразрывности газового потока [1, 2] и уравнением Дарси для случая, когда скорости фильтрации малы (число Рейнольдса должно удовлетворять условию  $Re < 1$  [3, 4]), которые после преобразований можно записать в виде [5]:

$$\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{\mu}{\rho} Q = 0. \quad (1)$$

где  $\rho$  - плотность газа;  $p$  - его давление;  $t$  - время;  $Q$  - интенсивность источников газовой выделению;  $k_x, k_y, k_z$  - компоненты тензора проницаемости породы;  $\mu$  - вязкость газа.

Уравнение (1) является основным уравнением, описывающим трехмерное нестационарное движение газа, при условии наличия в области фильтрации источников газовой выделению. В случае газовой выделению из угольного пласта в роли источника будет выступать десорбирующийся в процессе трещинообразования и разрушения связанный метан.

Граничные условия для данной задачи можно определить, задавая давление газа на внешних и внутренних границах области фильтрации, начальные условия – распределение давления в начальный момент времени, при  $t = 0$ .

При решении поставленной задачи методом конечных элементов исследуемая область разбивается на  $N$  объемных конечных элементов – прямых призм (рис.1) – с узлами  $x_j^i, y_j^i, z_j^i$ , где  $i$  изменяется в пределах от 1 до 6,  $j$  – от 1 до  $M$ , где  $M$  – число узлов.

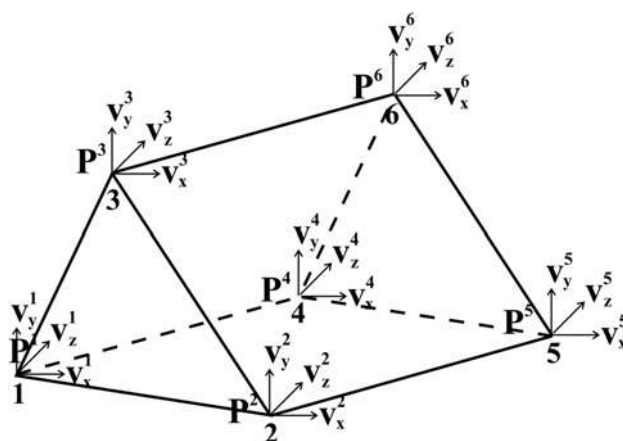


Рис. 1. – Схема призматического конечного элемента

Путем минимизации функционала, связанного с уравнением (1), оно может быть преобразовано к следующей системе дифференциальных уравнений [5]:

$$[C] \frac{\partial \{P\}}{\partial t} + [K] \{P\} + \{F\} = 0, \quad (2)$$

где (в пределах каждого элемента) матрицы  $[c]$ ,  $[k]$  и вектор  $\{f\}$  равны:

$$[c] = \int_V \frac{\mu}{\rho} [N]^T [N] dV, \quad (3)$$

$$[k] = \int_V [B]^T [D] [B] dV, \quad (4)$$

$$[f] = \int_V Q [N]^T dV, \quad (5)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial x} & \frac{\partial N_5}{\partial x} & \frac{\partial N_6}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_5}{\partial y} & \frac{\partial N_6}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial z} & \frac{\partial N_4}{\partial z} & \frac{\partial N_5}{\partial z} & \frac{\partial N_6}{\partial z} \end{bmatrix};$$

$$[D] = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} - \text{матрица проницаемости.}$$

При подстановке в выражение (3) функций формы получим, что матрица  $[C]$  имеет вид:

$$[C] = \frac{V \mu}{36 \rho} \cdot \begin{bmatrix} 8 & 6 & -2 & 4 & 3 & -1 \\ 6 & 8 & -2 & 3 & 4 & -1 \\ -2 & -2 & 4 & -1 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -1 & 8 & 6 & -2 \\ 3 & 4 & -1 & 6 & 8 & -2 \\ -1 & -1 & 2 & -2 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Чтобы получить решения дифференциального уравнения (2) на определенном временном промежутке, применяется конечно-разностный метод, с помощью которого для достаточно малых значений  $\Delta t$  уравнение (2) преобразовывается к виду:

$$\left( [K] + \frac{2}{\Delta t} [C] \right) \{P\}_{t+\Delta t} = \left( \frac{2}{\Delta t} [C] - [K] \right) \{P\}_t - (\{F\}_t + \{F\}_{t+\Delta t}) \quad (6)$$

Полученная система матричных уравнений решается с помощью хорошо известного итерационного метода сопряженных градиентов [6-8], при котором производится согласование невязок, возникающих в результате подстановки пробных решений в исходные алгебраические уравнения. Полагая, что на момент времени  $t$  распределение давлений задано, из решения системы уравнений (6) получаем ответ о распределении температур на момент времени  $t + \Delta t$ . Этот процесс продолжается от исходного состояния до любого текущего момента времени. Изложенная процедура решения является устойчивой.

Величина коэффициентов проницаемости тесно связана с параметрами, характеризующими напряженное состояние горного массива вокруг выработки. Зависимости величины коэффициента проницаемости от главных напряжений  $k(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  в каждой точке массива приведены в работах [9, 10]. Надо заметить, что если проницаемость среды изменяется во времени, то матрицу проницаемости  $[K]$  необходимо пересчитывать на каждой итерации.

Рассмотрим задачу о нестационарной фильтрации метана в выработку с размерами 3x4 м, расположенную на глубине 1200 м. Природная газоносность угольного пласта – 20 м<sup>3</sup>/т. При расчетах учитывается затухание метановыделения во времени. Скорость проведения выработки – 0,3 м/ч.

Расчетная схема к задаче представлена на рис. 2.

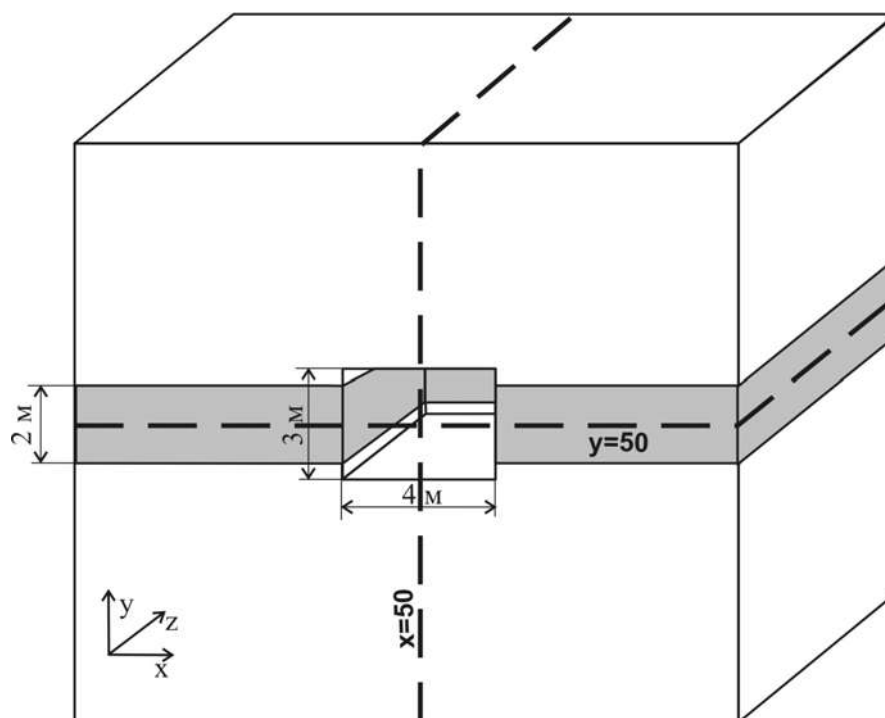


Рис. 1 – Расчетная схема.

Свойства пород, используемые при расчете, приведены в табл.1

Таблица 1- Свойства пород.

Порода	модуль упругости, E, МПа	коэффициент Пуассона, $\mu$	сцепление, C, МПа	угол внутреннего трения, $\varphi$ , °	прочность на растяж., $\sigma_p$ , МПа
Уголь	$5 \cdot 10^3$	0,2	1,75	30	-1
Аргиллит	$10^4$	0,2	3,5	30	-2

Исследуемую область разобьем на призматические конечные элементы. На рис. 2 показана конечно-элементная сетка в различных сечениях:

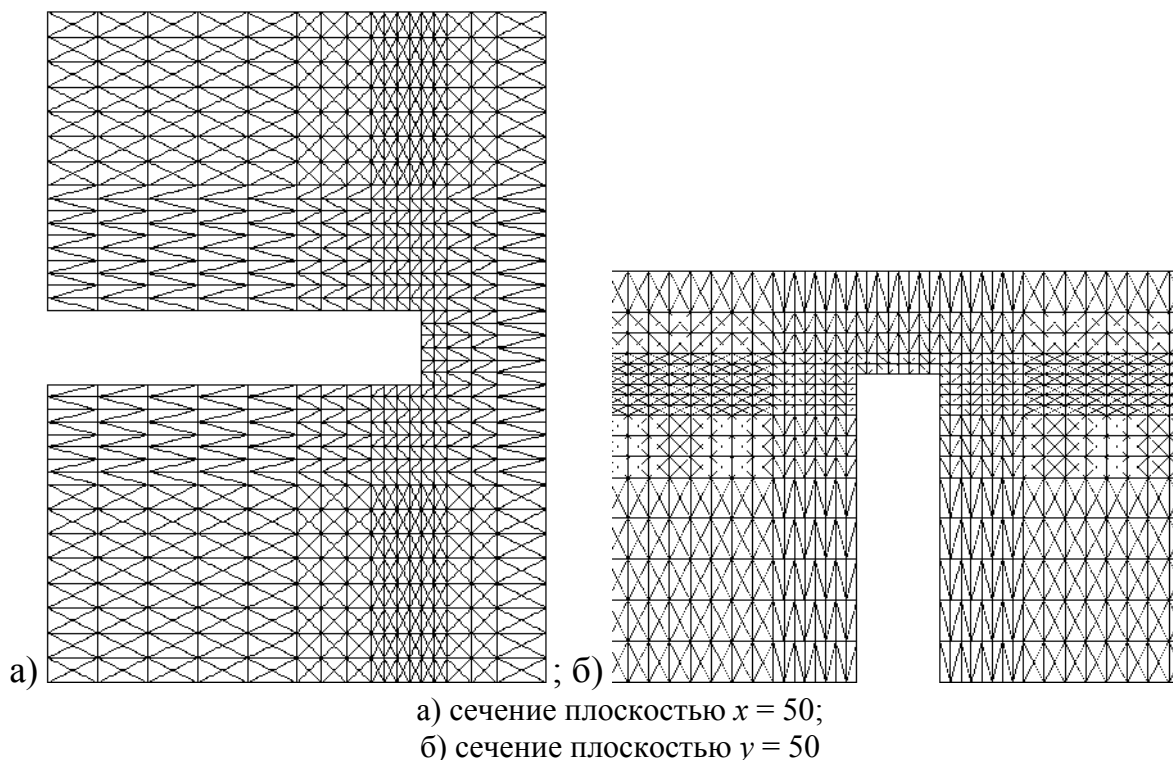
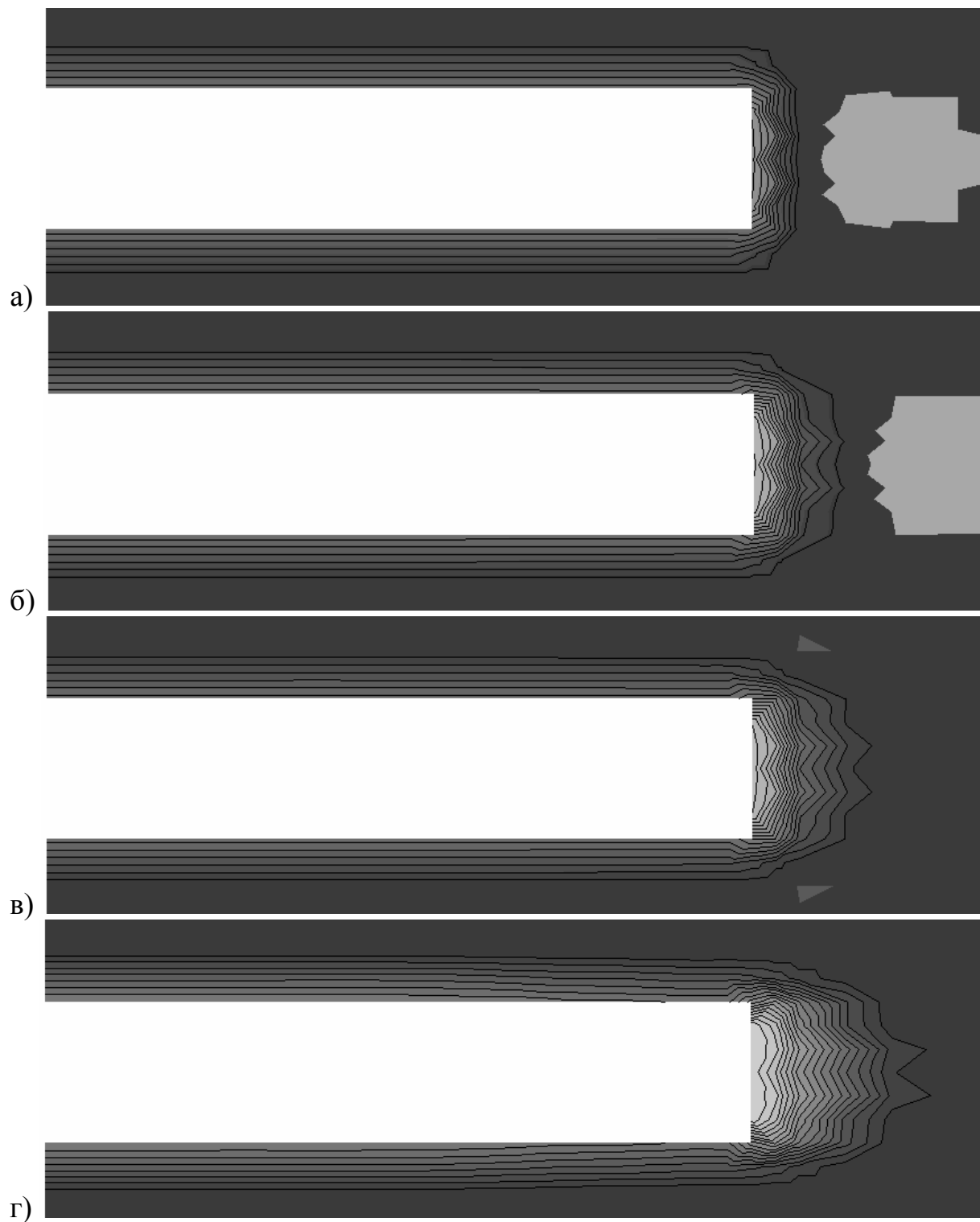


Рис.2. – Конечно-элементная сетка исследуемой области

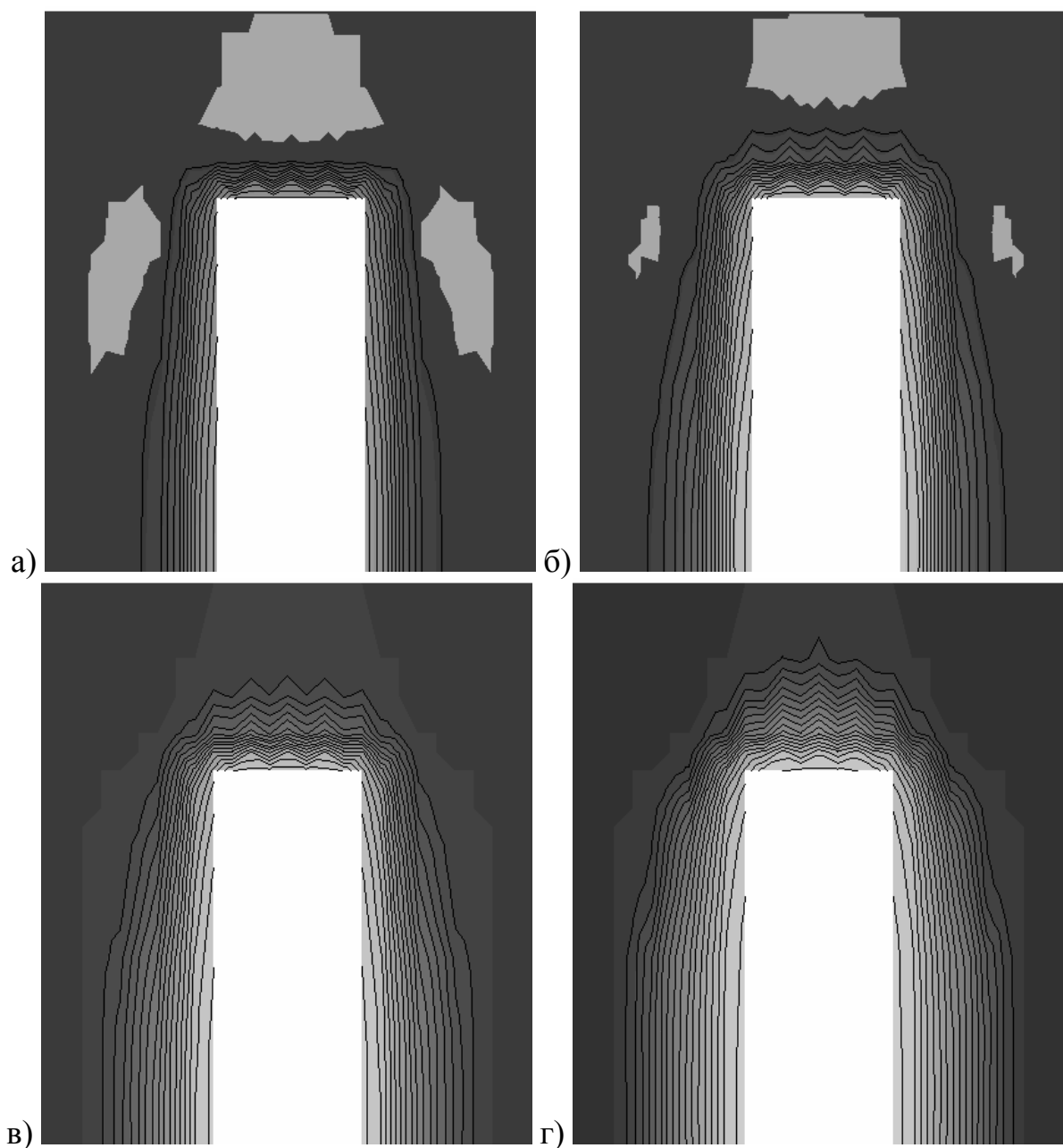
На рис.3 и 4 показаны поля давлений метана вокруг выработки в различные моменты времени в центральных продольном ( $x = 50$ ) и поперечном ( $y = 50$ ) сечениях.

На рис. а) и б) можно видеть области повышенного давления метана, в которых  $p = \frac{P}{P_0} > 1$  ( $P_0$  - давление метана в нетронутом массиве). Эти области расположены в зонах опорного давления перед забоем (рис. 3, 4) и в боках выработки (рис. 4). На упомянутых рисунках также видно, как развивается во времени область пониженного давления метана, окружающая выработку, в которой  $p = \frac{P}{P_0} < 1$ .



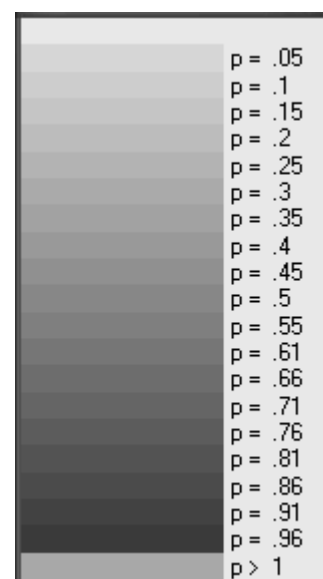
а) через 1 час; б) через 2 час; в) через 3 час; г) через 10 час

Рис.3. – Поля относительного давления метана  $p = \frac{P}{P_0}$  вокруг выработки в сечении  $x = 50$  в различные моменты времени



а) через 1 час; б) через 2 час; в) через 3 час;  
г) через 10 час

Рис.3. – Поля относительного давления метана  $p = \frac{P}{P_0}$  вокруг  
выработки в сечении  $y = 50$  (угольный пласт) в различные моменты  
времени



Посмотрим, как изменяются во времени параметры газовыделения и скоростей фильтрации. На рис. 4 показан график изменения общего газовыделения в выработку.

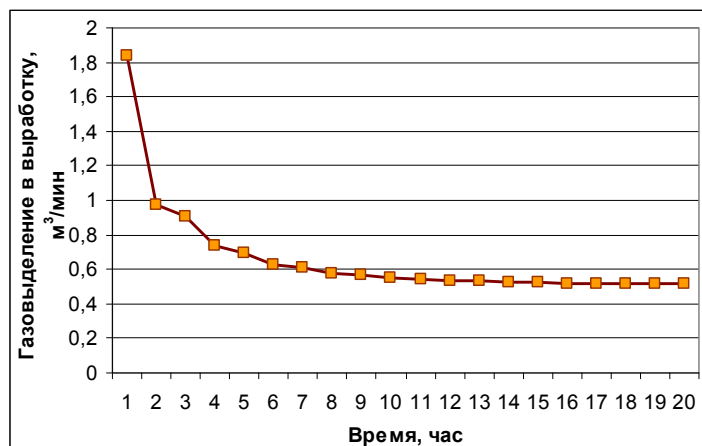
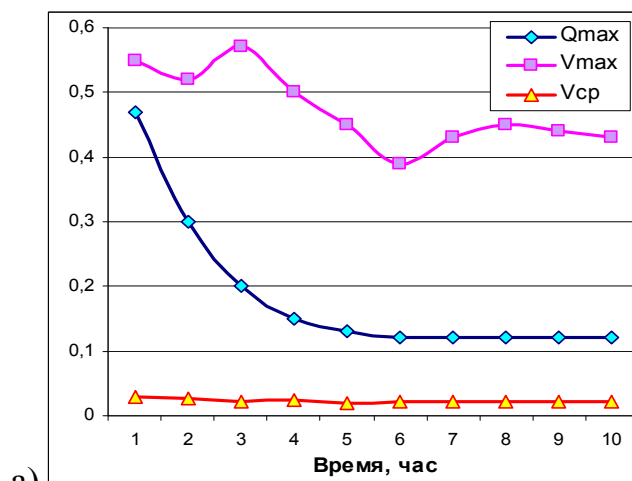
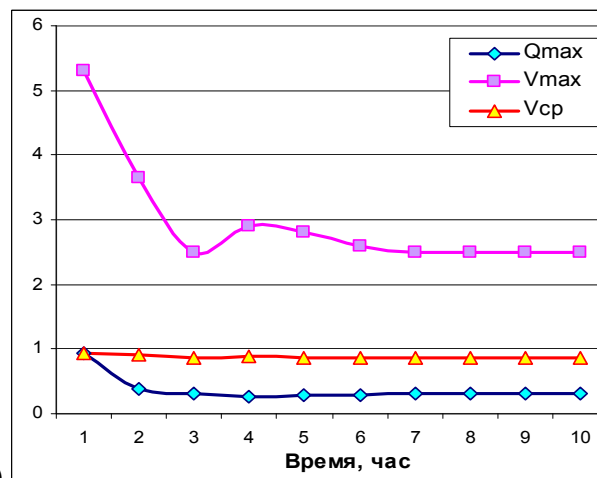


Рис.4. – Изменение общего газовыделения в выработку во времени

Изменение во времени максимального газовыделения, средней и максимальной скоростей фильтрации в сечениях  $x = 50$  и  $y = 50$  показано на рис. 5.



а)



б)

а) сечение плоскостью  $x = 50$ ; б) сечение плоскостью  $y = 50$

Рис.5. – Изменение во времени максимального газовыделения, средней и максимальной скоростей фильтрации



В данной статье приводится алгоритм расчета параметров нестационарного процесса фильтрации метана в нарушенном горными работами массиве с учетом его геомеханики и десорбции метана из угольного пласта. Такие и более сложные нелинейные модели фильтрации газа в сочетании с нестационарной моделью разрушения горного массива, вмещающего систему выработок, будут необходимы в дальнейшем для моделирования поведения нарушенного газонасыщенного массива.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. Пер.с англ. Под ред. Победри Б.Е. – М. Мир, 1975. – 542.
2. Абрамов Ф.А. Рудничная аэрогазодинамика. – М.: Недра, 1972. – 274 с.
3. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. – М.: Недра, 1984. – 208 с.
4. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. - М.: Наука, 1977. – 664 с.
5. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М. Мир, 1979. – 392 с.
6. Hestenes M.R., Stiefel E. Methods of Conjugate Gradients for Solving Linear Systems. // J. Res. Natl. Bur. Stand., 1952. – Vol. 49. – P. 409-436.
7. Fried I., Metzler J. Conjugate Gradients in a Finite Element Discretization. // Int. J. Numer. Methods Eng., 1978. – Vol.12. – P. 1329-1342.
8. Ши Д. Численные методы в задачах теплообмена. – М.: Мир, 1988. – 544 с.
9. Круковский А.П., Круковская В.В. Фильтрация метана в слоистом массиве при различных видах напряженного состояния. // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр. / НАН Украины ИГТМ. – Днепропетровск. – 2004. – № 53.- с. 207-214.
10. Булат А.Ф., Круковская В.В. Компьютерное моделирование фильтрации метана в подработанном горном массиве в трехмерной постановке. // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр. / НАН Украины ИГТМ. – Днепропетровск. – 2005. – № 57. – С. 3-12.