

Докт. техн. наук В.Г. Шаповал,
канд. техн. наук П.Н. Нажа,
инж. А.В. Шаповал,
инж. В.В. Капустин (ПГАСА)

ПРОЦЕСС ИТЕРАЦИИ С.Н. КЛЕПИКОВА В ГЕОМЕХАНИЧЕСКОМ РАСЧЕТЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ «ОСНОВАНИЕ–ФУНДАМЕНТ–СООРУЖЕНИЕ»

В статті запропоновано критерій, який дозволяє оцінити процес ітерації С.М. Клепикова в геомеханічному розрахунку напружено-деформованого стану системи «основа–фундамент–споруда» при зворотно-симетричному вертикальному навантаженні. Надані рекомендації по застосуванню процесу для виконання практичних розрахунків.

S. N. KLEPICOV ITERATION PROCESS IN THE GEOMECHANICAL CALCULATION OF THE TENSED AND DEFORMED STATE OF THE SYSTEM «BASE–FOUNDATION–BUILDING»

In the article a criterion allowing to estimate of S. N. Klepikov iteration process at the calculation of the tensed and deformed state (TDS) of the systems «base–foundation–building» at the back-symmetric vertical loading is offered. Recommendations on the use of process for implementation of practical calculations are given.

Предложенный С.Н. Клепиковым для расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) систем «основание – фундамент – сооружение» процесс итерации (последовательных приближений) получил достаточно широкое применение при решении задач геомеханики, практических задач проектирования, в том числе при расчете НДС сталебетонных конструкций [1, 2, 3]. Однако при его применении имеет место проблема сходимости (т.е. иногда полученные с использованием процесса итерации результаты имеют хорошее соответствие с точным решением, а иногда имеют отличие вплоть до перемены знака). Решению этой проблемы и посвящена настоящая работа.

Суть рассмотренной в настоящей работе версии процесса итерации заключается в следующем. Пусть требуется рассчитать НДС конструкции на грунтовом основании (в общем случае физически нелинейном), которое обладает распределительными свойствами [4...6]. В этом случае поступают так.

1. Вначале жесткость основания принимается равной бесконечности (в этом случае осадки фундаментов здания равны нулю). На этом этапе определяются реакции со стороны основания $P(x)$ в первом приближении.

2. Затем эти реакции прикладываются к основанию, уже обладающему фактической жесткостью. На этом этапе определяются осадки основания $S(x)$.

3. После этого по формуле [1, 2, 4]

$$C(x) = \frac{P(x)}{S(x)} \quad (1)$$

определяют коэффициент постели (жесткости) $C(x)$.

4. Далее полагают, что основание подчиняется гипотезе Винклера – Фусса с

коэффициентом постели (жесткости) $C(x)$ и вновь производят расчет здания.

5. Цель расчета – определение реакций со стороны основания $R(x)$ в новом приближении.

6. После этого вновь определяются осадки основания $S(x)$ (см. п. 2) и коэффициент постели (см. п. 3) и т.д.

Процесс расчета считают законченным, если расхождение между установленными в ходе соседних приближений осадками и перемещениями конструкции и основания не превышает некоторой наперед заданной малой величины.

Опыт расчетов свидетельствует о том, что чем выше жесткость сооружения, и меньше жесткость основания, тем лучше сходимость процесса итерации. Этот факт имеет простое объяснение – чем меньше жесткость сооружения, тем более система «основание – фундамент – сооружение» соответствует расчетной схеме основания, к верхней границе которого приложена вертикальная нагрузка. Поскольку коэффициент жесткости в процессе итерации С.Н. Клепикова определяется по формуле (1), то при нулевой жесткости системы «фундамент – сооружение» уже в первом приближении имеет полное соответствие между точным и приближенным решениями. При этом невыгоднейшим является случай бесконечной жесткости системы «фундамент – сооружение». Для этого случая нами и выполнены дальнейшие исследования.

Теорема. Если система «основание – фундамент – сооружение» обладает такими свойствами: основание является линейным, сооружение и фундамент обладают симметрией либо относительно некоторой вертикальной оси (плоская задача) либо относительно некоторой вертикальной плоскости (пространственная задача), система «фундамент – сооружение» является абсолютно жесткой, а к этой системе приложена обратно – симметричная нагрузка, то процесс итерации сходится при выполнении условия

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot \delta_i^{k-1}}{\sum_i x_i \cdot \delta_i^k} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i^{k+1}}{F(i) \cdot \prod_{m=1}^{k-1} \delta_i^m}}{\sum_{i=1}^n \frac{x_i^k}{F(i) \cdot \prod_{m=1}^{k-2} \delta_i^m}} = 1, \quad (2)$$

$$\text{где } \delta_i^1 = \sum_j \frac{K_{ij} \cdot x_j}{F_j}; \delta_i^2 = \sum_j \frac{x_j^2 \cdot K_{ij}}{F_j \cdot \delta_j^1}; \delta_i^3 = \sum_j \frac{K_{ij} \cdot x_j^3}{F_j \cdot \delta_j^1 \cdot \delta_j^2}; \dots; \delta_i^k = \sum_j \frac{K_{ij} \cdot x_j^k}{F_j \cdot \prod_{m=1}^{k-1} \delta_j^m},$$

а K_{ij} – коэффициенты влияния [6]. Здесь n – число отдельно стоящих фундаментов или участков, на которые был разбит фундамент; $i \in (1, n)$; $j \in (1, n)$; верхний индекс (т.е. 1, 2, 3, ..., k, m) соответствует номеру итерации, а нижний (т.е. i или j) – номеру фундамента или номеру фрагмента фундамента; x_i, x_j – см. рис. 1.

Доказательство. Пусть M – равнодействующий момент всех приложенных к конструкции на уровне подошвы фундаментов сил. Тогда согласно изложен-

норму выше (см. п. 1...5 настоящей статьи) имеем в первом приближении:

$$\begin{aligned}
 P_i^1 &= \frac{M \cdot x_i}{\sum_i x_i^2}; S_i^1 = \sum_j P_j^1 \cdot K_{ij} = \frac{M}{\sum_i x_i^2} \cdot \sum_j K_{ij} \cdot x_j = \frac{M}{\sum_i x_i^2} \cdot \delta_i^1; \\
 \delta_i^1 &= \sum_j K_{ij} \cdot \frac{x_j}{F_j}; C_i^1 = \frac{P_i^1}{S_i^1} = \frac{x_i}{F_i \cdot \delta_i^1}; \\
 I_0^1 &= \frac{\sum_i x_i \cdot S_i^1}{\sum_i x_i^2} = \frac{M \cdot \sum_i x_i \cdot \delta_i^1}{(\sum_i x_i^2)^2}.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

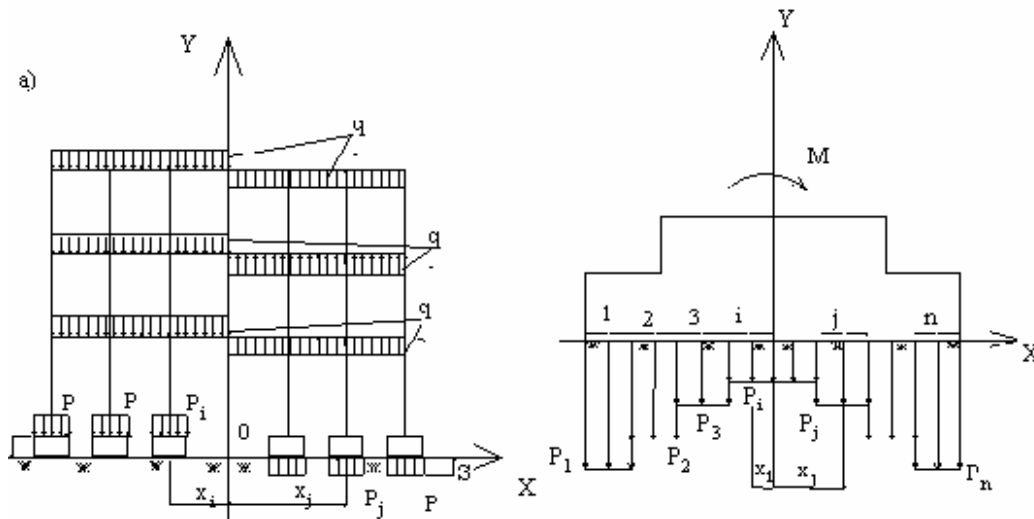


Рис.1 - К расчету НДС системы «основание – фундамент – сооружение» методом итераций

В формуле (3) P_i^1 – реакция со стороны основания на i -тый фундамент или его фрагмент; S_i^1 – осадка центра i -того фундамента или его фрагмента; I_0^1 – общий крен системы «фундамент–сооружение» (для абсолютно-жесткого симметричного сооружения при обратно-симметричной вертикальной нагрузке крен i -того фундамента равен общему крену всего сооружения); C_i^1 – коэффициент жесткости основания под i -тым фундаментом или его фрагментом, установленный в первом приближении.

Во втором приближении имеем:

$$P_i^2 = m^2 \cdot S_i^1 \cdot C_i^1 = m^2 \cdot I_0^1 \cdot x_i \cdot C_i^1 = m^2 \cdot I_0^1 \cdot \frac{x_i^2}{F_i \cdot \delta_i^1}; m^2 = \frac{M}{I_0^1 \cdot \sum_i \frac{x_i^3}{F_i \cdot \delta_i^1}};$$

$$\delta_i^2 = \frac{\sum_j^n \frac{x_j^2 \cdot K_{ij}}{F_j \cdot \delta_j^1}; S_i^2 = \sum_j^n P_j^2 * K_{ij} = m^2 \cdot I_0^1 \cdot \delta_i^2;$$

$$C_i^2 = \frac{P_i^2}{S_i^2} = \frac{x_i^2}{F_i \cdot \delta_i^1 \cdot \delta_i^2}; I_o^2 = \frac{\sum_i^n x_i \cdot S_i^2}{\sum_i^n x_i^2} = \frac{m^2 \cdot I_0^1 \cdot \sum_i^n (x_i \cdot \delta_i^2)}{(\sum_i^n x_i^2)^2} \quad (4)$$

В третьем приближении имеем:

$$P_i^3 = m^3 \cdot S_i^1 \cdot C_i^1 = m^3 \cdot I_o^2 \cdot x_i \cdot C_i^1 = m^3 \cdot I_o^1 \cdot \frac{x_i^3}{F_i \cdot \delta_i^1 \cdot \delta_i^2};$$

$$m^3 = \frac{M}{I_o^2 \cdot \sum_i^n \frac{x_i^4}{F_i \cdot \delta_i^1 \cdot \delta_i^2}}; S_i^3 = \sum_j^n P_j^3 \cdot K_{ij} = m^3 \cdot I_o^2 \cdot \sum_j^n \left(\frac{K_{ij} \cdot x_j^3}{F_i \cdot \delta_j^1 \cdot \delta_j^2} \right) = m^3 \cdot I_o^2 \cdot \delta_j^3;$$

$$\delta_i^3 = \sum_j^n \frac{K_{ij} \cdot x_j^3}{F_i \cdot \delta_j^1 \cdot \delta_j^2}; C_i^3 = \frac{P_i^3}{S_i^3} = \frac{x_i^3}{F_i \cdot \delta_i^1 \cdot \delta_i^2 \cdot \delta_i^3}; I_o^3 = \frac{\sum_i^n x_i \cdot S_i^3}{\sum_i^n x_i^2} = \frac{m^3 \cdot I_o^2 \cdot \sum_i^n (x_i \cdot \delta_i^3)}{(\sum_i^n x_i^2)^2}. \quad (5)$$

По индукции имеем [7]:

$$\delta_i^1 = \sum_j^n K_{ij} \cdot \frac{x_j}{F_j}; \delta_i^2 = \sum_j^n \frac{x_j^2 \cdot K_{ij}}{F_j \cdot \delta_j^1}; ; \delta_i^3 = \sum_j^n \frac{K_{ij} \cdot x_j^3}{F_i \cdot \delta_j^1 \cdot \delta_j^2}; \dots; \delta_i^k = \sum_j^n \frac{K_{ij} \cdot x_j^k}{\prod_{L=1}^{k-1} \delta_j^L};$$

$$m^1 = 1; m^2 = \frac{M}{I_o^1 \cdot \sum_i^n \frac{x_i^3}{F_i \cdot \delta_i^1}}; m^3 = \frac{M}{I_o^2 \cdot \sum_i^n \frac{x_i^4}{F_i \cdot \delta_i^1 \cdot \delta_i^2}}; \dots;$$

$$m^k = \frac{M}{I_o^{k-1} \cdot \sum_i^n \frac{x_i^{k+1}}{F_i} \cdot \prod_{L=1}^{k-1} \delta_i^L} \cdot \frac{I_o^1}{I_o^2} = \frac{\sum_i^n x_i \cdot \delta_i^1 \cdot \sum_i^n \frac{x_i^3}{F_i \cdot \delta_i^1}}{\sum_i^n x_i^2 \cdot \sum_i^n x_i \cdot \delta_i^2};$$

$$\frac{I_0^2}{I_0^3} = \frac{\sum_i^n x_i \cdot \delta_i^2 \cdot \sum_i^n \frac{x_i^4}{F_i \cdot \delta_i^1 \cdot \delta_i^2}}{\sum_i^n x_i \cdot \delta_i^3 \cdot \sum_i^n \frac{x_i^3}{F_i \cdot \delta_i^1}}; \quad (6)$$

Из условия равенства найденных в ходе соседних приближений общих кренов I_0^{k-1} и I_0^k при неограниченном возрастании числа итераций (т.е. при

$$k \rightarrow \infty) \text{ имеем такую оценку: } \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot \delta_i^{k-1}}{\sum_i^n x_i \cdot \delta_i^k} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i^{k+1}}{F(i) \cdot \prod_{m=1}^{k-1} \delta_i^m}}{\sum_{i=1}^n \frac{x_i^k}{F(i) \cdot \prod_{m=1}^{k-2} \delta_i^m}} = 1 \quad \text{Теорема}$$

доказана.

Если расчет производится методом последовательных нагружений [8, 9], то полученные выше результаты допускают естественное обобщение на физически нелинейные задачи. В этом случае, однако, оценку сходимости следует выполнять на каждом шаге расчета (т.е. для каждого нагружения).

Для иллюстрации изложенного рассмотрим классическую задачу о вдавливании жесткого плоского штампа, а упругую изотропную полуплоскость (рис. 2). Положим, что имеет место состояние плоской деформации [6, 10].

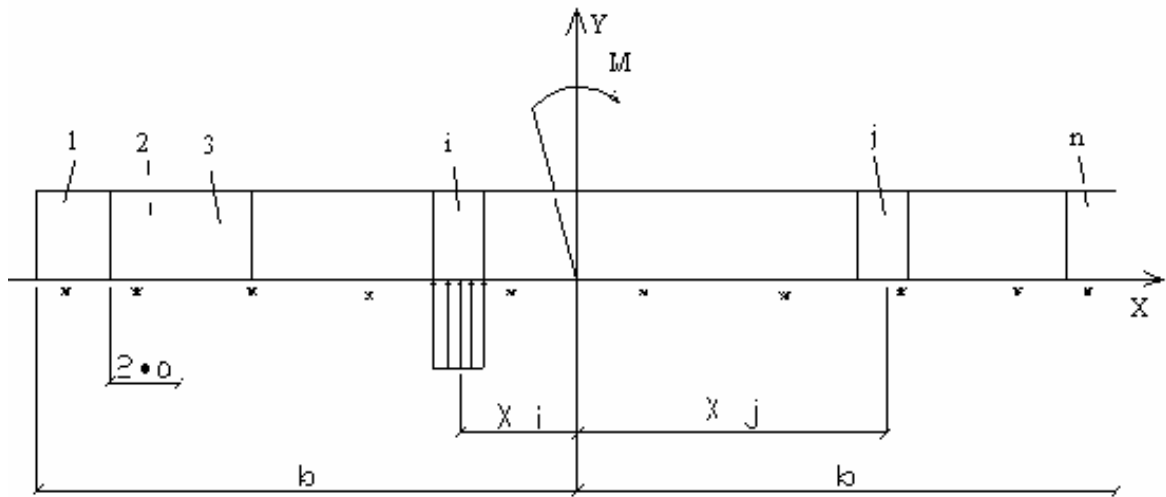


Рис.2 – К решению задачи о вдавливании жесткого штампа методом итераций

Точное решение рассматриваемой задачи представлено в [10]. Коэффициенты влияния равны:

$$K_{ij} = -\frac{1-\nu}{\pi \cdot G} * \left[(x_i - x_j + a) * \ln |x_i - x_j + a| - (x_i - x_j - a) * \ln |x_i - x_j - a| + \right.$$

$$+(L-x_j-a)*\ln|L-x_j-a|-|(L-x_j+a)*\ln|L-x_j+a| \quad (7)$$

Здесь ν – коэффициент Пуассона основания; G – модуль сдвига; $L=10^8*b$; b – полуширина штампа (см. рис. 2); x_i, x_j и a – см. рис.2. Точное решение задачи имеет вид [11]:

$$P(x) = -\frac{2*M}{\pi*b^2} * \frac{x}{\sqrt{b^2-x^2}}. \quad (8)$$

Для удобства анализа результатов расчета нами было принято

$$P^*(x) = -P(x) * \frac{\pi*b^2}{2*M}, P_i^* = -P_i * \frac{\pi*b^2}{2*M} \text{ и } x^* = \frac{x}{b}. \quad (9)$$

Исследования выполнялись в такой последовательности. Вначале с использованием равенства (2), т.е. $\varepsilon = \left(\frac{\sum_i^n x_i^2}{i} \right) / \left[\sum_i^n (x_i * \delta_i^k) \right]$ была выполнена оценка

сходимости процесса итерации (рис.3, а и 3, б). Подошва фундамента была разбита на 10 (кривая 1), 50 (кривая 2) и 100 участков (кривая 3). Оказалось, что процесс итерации весьма чувствителен к точности определения коэффициентов влияния K_{ij} . Об этом свидетельствуют представленные на рис 3., а и 3., б кривые (в первом случае были использованы фактические значения коэффициентов жесткости, а во втором – их значения, откорректированные с учетом обратной симметрии задачи).

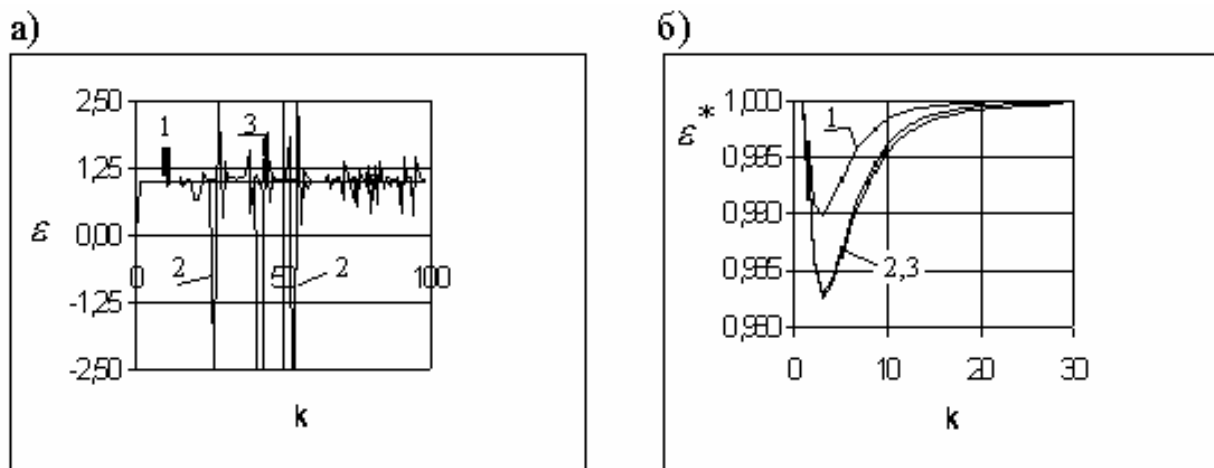


Рис.3 - К оценке сходимости процесса итерации. а- при оценке сходимости учет обратной симметрии задачи не выполнялся; б – при оценке сходимости был выполнен учет обратной симметрии задачи. 1 – $n=10$; 2 – $n=50$; 3 – $n=100$.

Далее была выполнена оценка фактической погрешности решения рассматриваемой задачи (рис. 4). В качестве критерия точности было принято среднее квадратичное отклонение между точным и приближенным решениями задачи, которое определялось по формуле [7]:

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^n \left(\frac{P_i^T - P_i^{\Pi}}{P_i^T} \right)^2}, \quad (10)$$

где P_i^T – точное значение искомой функции в искомой точке, а P_i^{Π} – приближенное.

Анализ представленных на рисунке 4 кривых позволил нам сделать вывод, о том, что в данном случае сходимость процесса итерации также существенно зависит от точности определения коэффициентов влияния K_{ij} . При этом, если выполнен учет обратной симметрии задачи, то чем меньше число элементарных участков (т.е. участков, на которые разбита подошва фундамента), тем быстрее сходится процесс итерации.

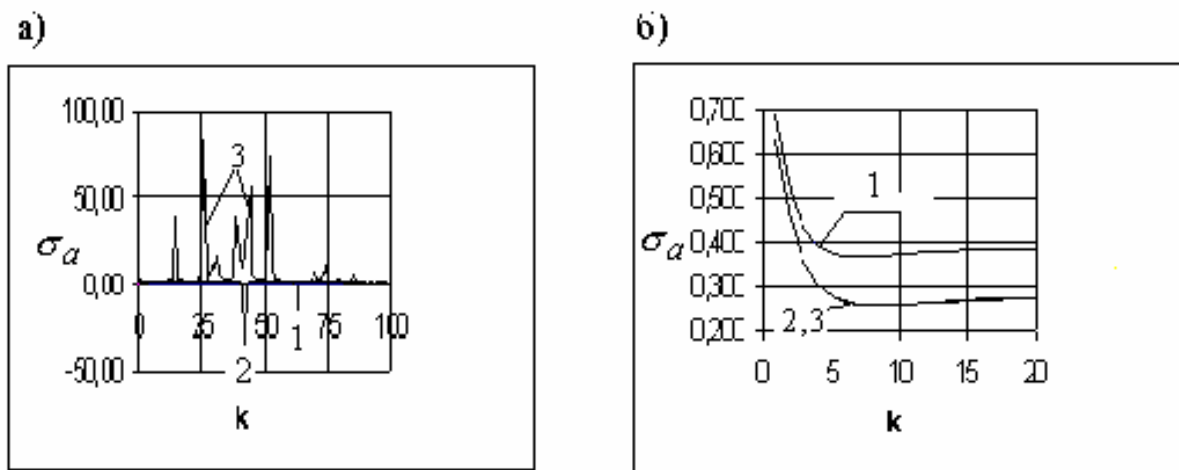
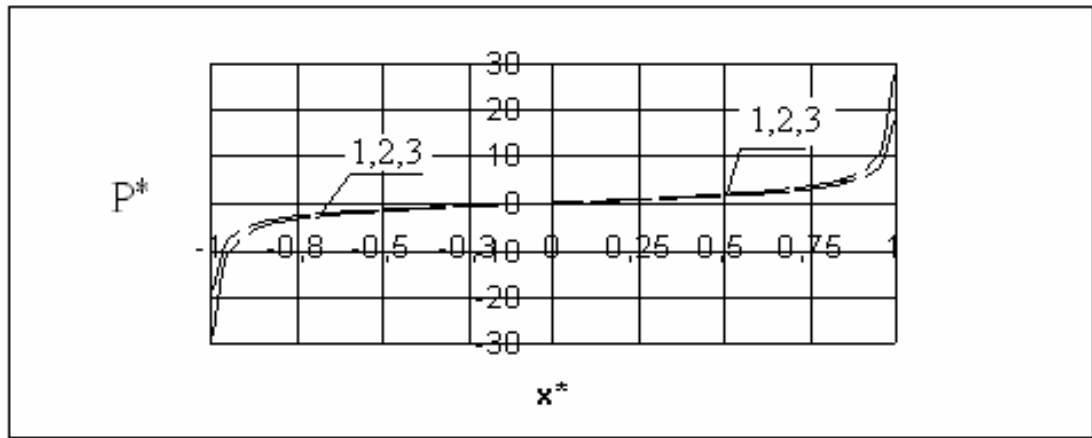


Рис.4 – К оценке фактической сходимости процесса итерации. а- при оценке сходимости учет обратной симметрии задачи не выполнялся; б – при оценке сходимости был выполнен учет обратной симметрии задачи. 1 – $n=10$; 2 – $n=50$; 3 – $n=100$.

На рисунке 5 представлены результаты расчета эпюр вертикального нормального напряжения с использованием процесса итерации, построенные с учетом нормировки (9) и обратной симметрии задачи. Их анализ позволил нам сделать вывод о том, что даже при достаточно большом шаге разбивки подошвы фундамента на элементарные участки ($n=10$) приближенный результат практически полностью совпадает с точным решением.



1 – точное решение; 2 – приближенное, подошва штампа разбита на 10 участков;
3 – то же, подошва штампа разбита на 100 участков.

Рис. 5 – Результаты решения задачи о вдавливании жесткого штампа методом итерации (обратно – симметричная нагрузка). При решении задачи коэффициенты влияния откорректированы с учетом обратной симметрии задачи.

Изложенные в настоящей работе материалы исследований позволили нам сделать такие выводы:

– получен критерий сходимости процесса итерации С.Н. Клепикова для абсолютно жестких сооружений;

– для оценки сходимости процесса итерации применительно к сооружениям конечной жесткости по аналогии с (2) можно рекомендовать равенство

$$\lim_{i \rightarrow n} \frac{I_0^{i-1}}{I_0^i} = 1, \quad (11)$$

где I_0^i – установленный в ходе i – того приближения общий крен сооружения;

– на сходимость процесса итерации существенно влияет точность определения коэффициентов жесткости основания.

В целом, изложенные в настоящей работе материалы позволили нам сделать вывод о том, что использование процесса итерации С.Н. Клепикова для решения практических задач геомеханики весьма перспективно, однако при определении коэффициентов влияния следует учитывать прямую и обратную симметрию расчетной схемы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клепиков С.Н. Методические рекомендации по определению коэффициентов жесткости оснований зданий и сооружений // Труды НИИСК. – Киев, 1977а. – 32 с.
2. Клепиков С.Н., Бобрицкий Г.Н., Гуцуляк Е.А., Варейкис З.М. Методические рекомендации по расчету основания и определению жесткости характеристик грунта под фундаментными плитами // Труды НИИСК. – Киев, 1977б. – 67 с.
3. СНиП 2.02.01-83*. Основания зданий и сооружений. – М.: Стройиздат, 1995. – 26 с.
4. Мустафаев А.А. Расчет оснований и фундаментов на просадочных грунтах. – М.: Высш. шк., 1979. – 368 с.
5. Горбунов-Посадов М.И., Маликова Т.А., Соломин В.И. Расчет конструкций на упругом основании. – М.: Стройиздат 1984 – 679 с.

6. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. – М.: Мир, 1987. – 328 с.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М. Наука, 1968 – 720 с.
8. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. – М.: Изд-во МГУ, 1971. – 246 с.
9. Ильюшин А.А. Пластичность. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – 271 с.
10. Тимошенко С.П., Гудьир Дж. Теория упругости. – М: Наука, 1975. – 576 с.
11. Флорин В.А. Основы механики грунтов, т.1. – Л. -М.: Госстройиздат, 1959. – 357 с.

УДК 622.235:635.5.001.5

Канд. техн. наук В.И. Косенко
(ИГТМ НАН Украины)
инж. К.В. Михайленко
(ПМТО «Транспромтехника»)

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ БУРОВЗРЫВНЫХ РАБОТ НА КАЧЕСТВО ЩЕБЕНОЧНОЙ ПРОДУКЦИИ

Обґрунтовані параметри та розроблена технологія проведення вибухових робіт для збільшення виходу кондиційної підірваної гірської маси та підвищення якості щебневої продукції на гранітних кар'єрах

EXPLOSIVE PARAMETERS WORK INFLUENCE ON ROUD-METAL QUALITY

The parameters are proved and the technology of conducting explosive works for standard road metal quality output increase on granite quarry is developed

Основными проблемами при взрывном разрушении крепких горных пород скважинными зарядами являются недостаточная эффективность дробления верхней части уступа в зоне нерегулируемого дробления и неудовлетворительная проработка нижней подошвенной части уступа. Последняя особенно остро проявляется при взрывной отбойке высоких уступов, имеющих большие линии сопротивления по подошве, иногда достигающие до 14–18 м, как на гранитных, так и на железорудных карьерах.

Как показывает практика ведения взрывных работ на карьерах с крепкими горными породами традиционными методами взрывной отбойки эти проблемы решить уже невозможно [1].

В настоящее время резко ухудшилось качество щебеночной продукции за счет некондиционной взрывоподготовки горной массы на гранитных карьерах. Это обстоятельство явилось причиной использования старых технологий взрывной отбойки и нерационального применения мощных тротилосодержащих взрывчатых веществ. В настоящее время на гранитных карьерах Украины прослеживается тенденция взрывной отбойки с уменьшенной сеткой расположения скважин до 5x5 м вместо сетки 6x6 м, применявшейся ранее. Такая технология и параметры буровзрывных работ приводят к «пережогу» горной массы и повышенному выходу некондиционной горной массы - отсева фракции 0–5 мм. Потребителями такой взорванной горной массы, являются, как правило, цеха старого дробильного оборудования небольших гранитных карьеров. А это