

## **НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ НАДЕЖНОСТИ РЕЗИНОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В СОВРЕМЕННОМ МАШИНОСТРОЕНИИ**

Розглядаються закономірності руйнування гумових елементів машин; приведено загальний алгоритм оцінки показників надійності елементів, які працюють при тривалих циклічних навантаженнях.

### **SOME PROBLEMS OF RELIABILITY OF RUBBER MEMBERS IN MODERN MACHINE INDUSTRY**

Regularities of breaking down of rubber members of ambulances are esteemed; the communal algorithm of an estimation of indexes of a component reliability which one work at durating cyclic offloadings is reduced.

#### **1 Введение**

Современное машиностроение характеризуется повышенными динамическими нагрузками, вибрацией и шумом, увеличением влияния агрессивной среды на детали и узлы машин. Всё это вызывает повышенную поврежденность и износ элементов машин и способствует их преждевременному отказу. Для повышения надежности машин используются различные конструктивные и технологические приемы: более рациональные схемы машин, новые материалы и покрытия, новые виды соединений и т.д. одним из сравнительно новых конструкционных материалов является резина; элементы на её основе (виброизоляторы, защитные футеровки, демпферы и т.д.) позволяют существенно снизить вибрацию и шум, уменьшить абразивно-усталостный износ и повысить долговечность и надежность машин. Следует подчеркнуть, что согласно действующим стандартам надежность включает в себя долговечность. Однако, исследователи традиционно разделяют эти понятия; этому способствует и тот факт, что математический аппарат этих дисциплин различный.

Прежде, чем перейти к изложению основного материала, рассмотрим кратко закономерности и причины отказов резиновых элементов, испытывающих статические и динамические нагрузки.

#### **2 Закономерности механики разрушения резиновых элементов**

В настоящее время существует два основных подхода к проблеме разрушения [1]. Первый – механика разрушения, описывающая макроаспекты разрушения; второй – физика (кинетика) или микромеханика разрушения.

Механика разрушения является основой инженерных методов расчета прочности и долговечности резиновых элементов, находящихся в сложном напряженном состоянии, но в то же время оставляет в стороне физическую кинетику в целом.

Кинетический подход исходит из термофлуктуационного механизма разрушения, предполагающего, что химические связи в материале разрываются в результате локальных тепловых флуктуации, а приложенные напряжения увеличивают вероятность разрыва связей.

Каждый из подходов предоставляет для исследователей группу параметров, которые обычно называют соответственно микро- и макропараметрами процессов разрушения. К сожалению, в настоящее время не существует единого подхода, органически связывающего указанные выше подходы и параметры. В этой связи необходимы отдельные исследования закономерностей процессов макро- и микроразрушения.

Определим разрушение резинового элемента как изменение его структуры, в результате которого он утрачивает способность удовлетворительно выполнять свои функции.

При этом вид разрушения определяется одним или несколькими взаимосвязанными между собой процессами, приводящими к разрушению. Закономерности механи-

ки разрушения элементов машин будем исследовать применительно к каждому виду разрушения.

В целях проведения наиболее общей классификации видов разрушения будем следовать Старки и Коллинзу [2]. Их система основана на учете трех факторов: характера разрушения, причин разрушения, места разрушения. Каждый вид разрушения будет определяться, таким образом, тем, как проявляется разрушение, что его вызывает и где оно происходит.

С учетом специфики эластомерных материалов и конструкций на их основе названная выше классификация будет выглядеть следующим образом.

Характер разрушения можно описать четырьмя классами:

- упругая (обратимая) деформация;
- пластическая (необратимая) деформация;
- разрыв, раздир или разделение на части;
- изменение свойств материала (физико-механическое старение).

По причинам разрушения можно выделить четыре класса:

- нагрузки: установившиеся; неуставившиеся; циклические; случайные;
- время процесса: незначительное; малое; продолжительное;
- температуры: низкие, комнатные, повышенные; установившиеся, неуставившиеся, циклические, случайные;
- воздействия окружающей среды: химические; радиационные (солнечная радиация, ионизирующее облучение).

По месту разрушения существует два класса разрушения: объемное и поверхностное разрушение, включающее в себя подкласс, характеризующий разрушение на границах контакта резина-металл, резина-воздух и т.д.

Для описания какого-либо отдельного наблюдаемого вида разрушения необходимо выбрать характеристики процесса из приведенного выше перечня.

Ниже приведем наиболее часто встречающиеся на практике виды разрушения резиновых элементов.

Упругая деформация, вызванная действием внешних нагрузок и температур. Этот вид разрушения имеет место, когда упругая деформация элемента, возникающая при действии эксплуатационных нагрузок и температур, становится настолько большой, что элемент утрачивает способность выполнять предназначенную ему функцию.

Термомеханическое разрушение происходит в основном в массивных элементах при диссипативном разогреве. При недостаточном теплоотводе температурное поле внутри массива не устанавливается, и температура неконтролируемо растет вплоть до разрушения образца.

Усталостное разрушение характеризуется зарождением усталостных трещин, их развитием и отказом резинового элемента конструкции вследствие достижения ими критических величин при весьма умеренных температурах, а также старением и утомлением. Старение характеризуется изменением теплофизических, механических и др. свойств материала в такой степени, которая исключает возможность функционирования элемента в допускаемых нормах.

Износ является процессом постепенного изменения размеров вследствие удаления отдельных частиц с контактирующих поверхностей при их движении относительно друг друга. Износ является в основном результатом механического действия. Это ряд различных процессов, результатом действия которых является удаление материала с контактирующих поверхностей вследствие сложного взаимодействия локальных сдвигов, вдавливания, разрывов и других механизмов.

Абразивный износ характеризуется тем, что частицы эластомера удаляются с поверхности в результате режущего или царапающего действия неровностей более твердой из контактирующих поверхностей или твердых частиц, задерживающихся между поверхностями. При этом малые частицы эластомера отделяются путем разрыва при

действию фрикционных сил, когда происходит скольжение между поверхностью эластомера и подложкой.

Разрушение при ударе происходит в результате действия неустановившихся нагрузок, вызывающих такие напряжения или деформации, что элемент не в состоянии выполнить предписанную ему функцию.

Разрушение выпучиванием, или упругая неустойчивость характеризует процесс разрушения потерей устойчивости элемента. В этих случаях деформация становится резко неоднородной, и элемент разрушается преждевременно.

Тепловое разрушение, или тепловой удар, происходит в том случае, когда температура внешней окружающей среды приводит к резкому изменению свойств материала и даже к его деструктурированию.

Разрушение вследствие влияния внешней активной среды означает: произошли такие необратимые изменения свойств материала, что элемент не может выполнять свои функции.

Коррозионное растрескивание под действием ионизирующих излучений обусловлено тем, что ионизирующие излучения разлагают воздух и создают повышенную концентрацию озона, который вызывает на поверхности деформирования резины острые тонкие трещины. При многократном циклическом нагружении озонные трещины становятся, как правило, концентраторами напряжений, быстро разрастаются.

Поверхностное разрушение проявляется вследствие влияния масел, кислот, щелочей, вредных газов и т.д. Со временем наработки на поверхности резины (к примеру, в случае воздействия повышенного содержания пыли и  $SO_2$ ) появляется слой, состоящий из твердых частиц, пыли и газа, который не исчезает в процессе динамического нагружения. Между отдельными частицами этого слоя появляется сеть очень мелких перекрещивающихся трещин. Эти трещины создают дополнительные очаги концентрации напряжений, особенно в местах стыка резина-металл и способствуют разрушению резиновой конструкции.

Смешанное разрушение характерно для разрушения резиновых (резинометаллических) элементов и происходит в результате одновременного проявления перечисленных выше видов разрушения.

Помимо указанных выше видов разрушения можно назвать и другие: хрупкое разрушение, которое наблюдается в резиновых элементах при сверхвысоких частотах, а также текучесть, ползучесть, вязкое разрушение, фреттинг-усталость, фреттинг-износ и т.д.

Учитывая специфику работы современных машин, обуславливающую экстремальные условия нагружения для эластомерных конструкций горных машин, ниже остановимся на некоторых наиболее характерных указанным условиям видах разрушения и закономерностях их протекания.

Термомеханическое разрушение характеризуется [1] термическим разложением резины в наиболее разогретых точках (значение температуры превышает  $140\text{ }^{\circ}\text{C}$ ). Причинами его являются циклические нагрузки и неустановившиеся повышенные температуры. В массивных резиновых элементах разрушение происходит в основном внутри объема. При этом в центре резинового массива образуется область деструктурированного материала, обычно имеющая форму вытянутой вдоль элемента линзы. Линза растет, жесткость элемента падает, появляются большие остаточные деформации, и несущая способность в целом резко уменьшается. Вследствие наличия теплообмена с окружающей средой и неравномерного распределения поля температур по объему линза растет до определенных размеров, зависящих от размеров элемента, условий теплоотвода и теплообмена с окружающей средой. Дальнейшее разрушение обусловлено действием локальных напряжений внутри резинового массива, инициирующих зарождение и рост трещин, фронт движения которых направлен наружу. Несколько из таких трещин, как правило, распространяются довольно быстро, и это приводит к разделению образца на части.

Указанные общие особенности разрушения реализуются в каждом отдельном случае (условия нагружения, марка резины, форма элемента) по-разному и это соответствует разному ресурсу наработки резиновых элементов (от нескольких часов до их десятков) [1].

Исследование закономерностей усталостного разрушения резиновых элементов с целью создания прикладных методов их расчета представляет наибольший интерес, так как конечной задачей всех исследований в любом случае является создание долговечных и надежных конструкций.

Усталостное разрушение характеризуется длительностью протекающих процессов, изменением структуры материала вследствие протекания различных химических реакций, происходящих внутри и на поверхности резинового элемента и приводящих к старению материала, изменению его теплофизических и механических свойств.

В общем случае комплекс экспериментальных исследований [1] позволяет сформулировать следующие закономерности усталостного процесса разрушения:

- разрушение деталей в общем случае происходит в три стадии: время формирования трещины ( $\tau_1$ ), время медленного развития трещины ( $\tau_2$ ), время быстрого развития трещины ( $\tau_3$ );
- активными инициаторами трещин являются случайные дефекты, рассеянные по объему и поверхности, а также области, содержащие перенапряженные и значительно разогретые точки массива;
- все трещины можно условно разделить на нераспространяющиеся и мобильные;
- трещины первоначально развиваются в основном на поверхности перпендикулярно главным растягивающим и максимальным касательным напряжениям;
- кинетика развития трещин происходит по-разному и зависит от таких факторов, как условия нагружения, внешняя среда, физико-механические свойства и т.д.;
- скорость роста трещин в какой-то мере характеризует поврежденность материала: если поврежденность на поверхности больше, чем в массиве, то скорость роста трещины на поверхности будет соответственно больше;
- длительное утомление существенно изменяет механизм роста трещин: при нагрузках до предкритического момента трещины могут расти вглубь с несколько большей скоростью, чем на поверхности; это связано, прежде всего, с повреждаемостью материала: повреждаемость внутри массива равна повреждаемости на поверхности или превосходит ее;
- массивные резиновые и резинометаллические изделия удовлетворительно противостоят действию кислорода, озона и других активных агентов благодаря своему большому объему; поврежденный наружный слой не оказывает существенного влияния на физико-механические характеристики, но все же сокращает срок их службы на 5-10 % по сравнению с нормальными условиями эксплуатации;
- топография поверхности разрушения характеризуется многими особенностями, в том числе сколом, гребневидностью, бороздками, вторичными трещинами, зонами истирания, остановками фронта трещины, наличием крупного и мелкого размера шероховатых и гладких зон и т.д.;
- долговечность резиновых элементов в значительной степени зависит от условий нагружения и эксплуатации;
- кривые долговечности в зависимости от величины амплитуды нагружения напоминают кривые Веллера;
- особую роль при усталостном разрушении играет поверхность раздела резина-металл; часто наблюдается отрыв металлических пластин от резины, она является инициатором появления трещин;
- продолжительности трех стадий разрушения при отсутствии дефектов, инициаторов трещин, находятся в зависимости

$$\tau_1 \gg \tau_2 \gg \tau_3;$$

- долговечность массивных элементов в ряде случаев можно отождествить со временем формирования магистральных трещин ( $\tau_1$ );
- основными параметрами, характеризующими способность элементов выполнять заданные конкретные функции, являются жесткостные и диссипативные во всем диапазоне их изменения и в зависимости от различных факторов;
- значение жесткости массивных элементов при деформациях сдвига и сжатия с увеличением магистральных трещин уменьшается;
- значение коэффициента диссипации энергии при деформациях сдвига и сжатия с появлением магистральных трещин растет.

Как уже отмечалось выше, смешанный тип разрушения характеризуется наличием признаков, свойственных разным типам, и останавливаться на нем подобно не будем. Примеры его осуществления приведены в [1].

Известно также [1], что любая внешняя агрессивная среда активно влияет на разрушение резиновых элементов. В ряде случаев ее действие может оказаться доминирующим.

На резиновые элементы, помимо ионизирующих излучений, оказывает влияние и другие агрессивные среды: кислоты, щелочи, масла, вредные газы, солнечная радиация и т.д.

На основании исследований [1] можно утверждать, что массивные резиновые элементы удовлетворительно противостоят умеренному действию активных агентов благодаря своему большому объему. Поврежденный наружный слой не оказывает существенного влияния на физико-механические характеристики, но все же способствует разрушению деталей, уменьшая их общую долговечность на 5-10 %.

### **3 Исследование причин отказов резиновых элементов**

На современном этапе возможна классификация отказов, основанная на внешних признаках, а также с учетом механизмов разрушения объектов по физическим и физико-химическим процессам разрушения.

Внешний или феноменологический подход позволяет объединить причины отказов резиновых и резинометаллических элементов в четыре группы: конструктивные, технологические, эксплуатационные дефекты, старение (износ). Все отказы элементов связаны с происходящими в них процессами разрушения, поэтому в дальнейшем попытаемся связать причины отказов с причинами разрушения, а также с возможными их последствиями. В табл. 1 представлены результаты анализа данных, полученных на основании литературных источников, а также длительных стендовых и натурных испытаний, методика проведения которых подробно описана в [1].

В пояснение к табл. 1 еще раз следует отметить, что последствия отказов резиновых и резинометаллических элементов анализируются применительно к машинам, деталям и узлами которых они являются. При этом под экономическим ущербом понимается следующее: повышенные простои в ремонте; работа на пониженных режимах; работа с ухудшенными параметрами. Если затраты на ремонт (замену) элемента находятся в пределах установленных норм, то такой отказ классифицируется «без последствий».

Проиллюстрируем далее табл. 1 некоторыми примерами. Так, примерами конструктивных дефектов могут служить: деталь, которая не имеет возможности изменять форму в процессе деформирования; деталь, рассчитанная на деформирование растяжением; несоответствие значений жесткости и температуры диссипативного разогрева номинальным; неправильный выбор резины и т.д.

Примеры технологических дефектов: недовулканизация, недостаточная прочность соединения резина-металл, перекокс металлической арматуры и т.д.

Эксплуатационные дефекты характеризуются нарушением правил и режимов эксплуатации, в частности, резким увеличением амплитуды деформации, резким изменением температуры окружающей среды.

Таблица 1 – Классификация причин отказов резиновых и резинометаллических элементов

Признаки разрушения	Причины разрушения	Причины отказов	Последствия отказов
Быстрый разогрев	Диссипативный разогрев	Конструкционные, эксплуатационные	Аварийные; экономический ущерб
Охрупчивание резинового массива	Действие внешнего температурного поля, внешней среды	Эксплуатационные, старение, утомление	Без последствий; экономический ущерб
Набухание резинового массива	Действие внешней агрессивной среды (масло, щелочь и т.д.)	Эксплуатационные, старение, утомление	Без последствий; экономический ущерб
Разрыв резинового массива; вырыв резинового массива	Перенапряжение; ударные нагрузки	Конструкционные, эксплуатационные	Аварийные; экономический ущерб
Выпучивание, потеря устойчивости	Перенапряжение	Конструкционные, эксплуатационные	Аварийные; экономический ущерб
Отслаивание резинового массива от металлической арматуры	Перенапряжение; повышенный разогрев; недостаточная прочность связей	Конструкционные; технологические; эксплуатационные	Аварийные; экономический ущерб
Изменение жесткости резины, физико-механических свойств резины	Перевулканизация; недо-вулканизация; воздействие внешней агрессивной среды, внешнего поля температур, длительные циклические нагрузки	Технологические, эксплуатационные	Без последствий; экономический ущерб
Коррозия металлической арматуры, появление на поверхности резинового массива сетки мелких трещин	Воздействие внешней агрессивной среды	Технологические, эксплуатационные	Без последствий; экономический ущерб
Появление и рост магистральных трещин	Длительные циклические нагрузки, воздействие внешней агрессивной среды	Старение, утомление, износ	Без последствий; экономический ущерб

В случае, когда деталь правильно спроектирована, изготовлена, эксплуатируется согласно установленным техническим условиям, остается одна причина отказа: физико-химические изменения материала, которые при длительном нагружении проявляются в изменении основных свойств и параметров детали, в появлении и развитии магистральных трещин.

На практике время безотказной работы резиновых и резинометаллических элементов определяется вариациями конструктивного качества, качества изготовления, условий эксплуатации и процессами старения.

Классификация отказов резиновых и резинометаллических элементов может быть продолжена по разным признакам [3]: устойчивый (не может быть самоустранен); очевидный (разрыв массива, трещины); скрытый (изменение жесткости); полный, неполный, частичный (по степени влияния на работоспособность); зависимый и независимый (по связи с другими отказами); внезапный и постепенный (по характеру процесса проявления) и т.д.

В дальнейшем, в связи с необходимостью построения моделей отказов, наибольший интерес представляют отказы, характер которых определяется как постепенный.

Такие отказы, называемые часто износными, отражают естественные термодинамически обусловленные процессы разрушения (возрастание энтропии) объектов при их нагружении и взаимодействии со средой. Характер таких отказов обусловлен усталостным разрушением. Ниже остановимся на некоторых особо важных моментах.

Многочисленные испытания позволяют сделать вывод, что трещины при усталостном разрушении появляются преимущественно на поверхности, при этом в большинстве случаев вдоль границы резина-металл (если такая присутствует), затем траектория движения их изменяется и рост продолжается по направлению к центру.

Анализ причин и последствий отказов резиновых элементов машин позволяет сформулировать критерии отказов:

- разделение на части вследствие роста усталостных трещин;
- достижение усталостными трещинами критических размеров;
- отслаивание резинового массива элемента от металлической арматуры;
- изменение жесткостных и диссипативных параметров.

Последний критерий отказа связан со старением материала, воздействием масел, химически активных сред, солнечного или радиоактивного облучения. Он может оказаться основным для вибрационных машин с упругим приводом и виброизолирующих систем машин, так как влечет за собой значительное изменение амплитуды колебаний машин.

В общем случае критерий отказа может быть выбран из четырех приведенных выше на основании анализа последствий отказа. При этом, очевидно, что в критерий отказа вкладывается существенным образом элемент субъективности.

#### **4 Определение надежности резиновых элементов**

В последние годы возросли объем и уровень исследований, посвященных вероятностным методам расчета конструкций на надежность и долговечность, и разработке основ общей теории надежности конструкций, основанной на теории случайных функций, даны также различные примеры расчетов надежности конструкций [1-56].

Для анализа различных вариантов потери машиной или отдельной системой, конструкцией, элементом работоспособности необходимо представить вначале математическую модель этого процесса.

Математическая модель должна быть результатом формализации описания процесса и учитывать, насколько это возможно, все основные закономерности процесса. Построение математической модели складывается обычно из следующих последовательных этапов [4]: описание процесса, формализационная схема процесса, математическая модель.

Описание процесса концентрирует сведения о физической природе протекающих процессов старения, условиях эксплуатации изделия, количественных характеристиках элементарных явлений, результатах наблюдений за работоспособностью изделия при эксплуатации и испытаниях.

Формализованная схема процесса – это промежуточный этап к построению математической модели. Она полностью использует данные экспериментального исследования процесса. В схеме процесса, как правило, графически или в виде таблиц представляются основные зависимости и выясняются все вопросы, связанные с интерполяцией и экстраполяцией экспериментального материала.

Математическая модель представляет собой систему соотношений, связывающих характеристики процесса и исходные показатели изделия с его выходными параметрами.

В общем виде процесс потери объектом работоспособности может быть представлен в виде траектории случайной функции  $x(t)$  в  $n$  – мерном фазовом пространстве. Рассматривая модель надежности изделия, как эволюцию системы во времени в фазовом пространстве, Гнеденко [5] для оценки в общем виде показателей надежности использует понятие функционала  $\Phi$ .

Считается, что функционал  $\Phi$  определен на процессе, если каждой траектории  $x(t)$  ставится в соответствие некоторое число  $\Phi[x(t)]$ . Это число характеризует роль данной траектории (реализации процесса) в потере изделием работоспособности. Тот или иной показатель надежности  $\varphi$  определяется как математическое ожидание функционала, т.е.

$$\varphi = M[\Phi[x(t)]] .$$

Так, если функционал  $\Phi$  равен длительности работы изделия до попадания в область отказов  $G_{om}$ , то  $\Phi = T$  случайная величина, равная сроку службы данного изделия, а математическое ожидание будет представлять собой среднее время безотказной работы изделия  $\varphi = T_{cp}$ . Если же функционал  $\Phi$  принимаем равным единице при нахождении траектории процесса в области  $G_1$  и равным нулю при попадании в область отказов  $G_{om}$ , то математическое ожидание данного функционала будет равно вероятности безотказной работы  $P(t)$  в интервале  $[0; t]$ , т.е.  $\varphi = P(t)$ . Возможны и другие подходы к определению в общем виде показателей надежности через функционал случайного процесса [5].

При постановке большинства задач показатели надежности элементов считают заданными. Для невозстанавливаемых элементов обычно ищут подходящие аналитические зависимости аппроксимации либо для вероятности безотказной работы  $P(t)$ , либо для интенсивности отказов  $\lambda(t)$ , которая связана с функцией надежности  $P(t)$  формулой

$$\lambda(t) = -P'(t)/P(t).$$

Основная задача при расчете надежности состоит в выявлении и математическом описании такого закона распределения  $F(t)$ , который бы с высокой степенью достоверности отражал объективную действительность. Наиболее простой и широко распространенный путь для решения этой задачи заключается в непосредственном выборе закона распределения, который, по мнению исследователя, отражает действительную картину. Закон распределения времени работы изделия до отказа, выраженный в дифференциальной форме в виде плотности вероятности  $f(t)$  или в интегральной форме в виде функции распределения  $F(t)$  является полной характеристикой надежности изделия или его элемента. Он позволяет определить вероятность безотказной работы  $P(t) = 1 - F(t)$ , математическое ожидание (средний срок службы или средняя наработка до отказа)

$$T = \int_0^{\infty} f(t) \cdot t \cdot dt = \int_0^{\infty} P(t) dt;$$

дисперсию  $D$  или среднеквадратическое отклонение  $\sigma = \sqrt{D}$

$$D = \int_0^{\infty} (T_{cp} - t)^2 f(t) dt$$

и другие численные характеристики, которые дают оценку того, как будет в среднем протекать процесс потери изделием работоспособности. Представление процесса потери работоспособности изделия в общем виде как траектории в  $n$ -мерном фазовом пространстве позволяет перейти к более простым частным моделям надежности изделия.

К моделям отказов, нашедшим наиболее широкое применение, относятся модели наиболее слабого звена, модели последовательного накопления повреждений, модели пропорционального накопления повреждений, модели Марковского типа, модели Пуассоновского типа. Вид расчетной схемы, способ описания свойств нагрузок, характер назначаемых ограничений на состояние объекта и другие факторы существенно определяют математическую структуру модели отказов. В зависимости от множества значений аргумента различают модели с дискретным временем (случайные последовательности) и модели с непрерывным временем. В зависимости от размерности пространства качества различают модели одномерные, двумерные и т.д.

Наряду с моделями, элементами которых служат некоторые случайные процессы, рассматриваются континуальные модели, элементами которых служат случайные поля [10]. Классификация моделей производится также на основе свойства зависимости (независимости) процесса от предыстории. Рассматриваются модели внезапных и постепенных отказов, а также модели их одновременного проявления.

Характерным примером модели слабейшего звена является модель Вейбулла [7, 8]. Применение распределения Вейбулла для оценки результатов испытаний на усталостную прочность обосновано с помощью критерия разрушения Гриффитса при допущениях [9].

Функция распределения плотности вероятности закона Вейбулла задается в следующем виде

$$f(t) = \frac{b}{a} \cdot \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right], \quad (1)$$

где  $b$  – параметр формы закона;  
 $a$  – параметр масштаба.

Функция (1) позволяет описать довольно широкий класс распределений, так, при  $b = 1$  закон Вейбулла с достаточной точностью аппроксимирует распространенное в теории надежности экспоненциальное распределение, при  $b = 2$  оно совпадает с распределением Релея, а при  $b < 3$  – с нормальным. Любое реальное распределение приближается распределением вида (1) лучше, чем показательным.

Вероятность безотказной работы  $P(t)$  с учетом (1) равна интегралу от  $f(t)$  на отрезке  $[t, \infty)$

$$P(t) = \exp\left[-\left(t/a\right)^b\right].$$

В модели последовательного накопления составляющих повреждений предполагается, что образец состоит из многих структурных элементов и не разрушится до тех пор, пока не разрушатся последовательно все составляющие его элементы. Подобная схема разрушения соответствует отказам резервированной системы элементов в теории надежности; функция распределения прочности такой системы при большом количестве элементов и довольно общих предположениях о частоте разрушения элементов в пределе имеет гамма-распределение [10, 11]

$$f(t) = \frac{a^b}{\Gamma(b)} t^{b-1} \exp(-at),$$

где  $a$  и  $b$  – параметры распределения;  
 $\Gamma(b)$  – гамма-функция параметра  $b$ .

Распределения Вейбулла, гамма-распределения обладают большой гибкостью и могут отражать разнообразные причины отказов.

В модели пропорционального накопления повреждений предполагается, что в материале имеется исходная нарушенность (трещины, поры и т.д.), которая в процессе нагружения развивается и последовательно увеличивает свои параметры [9]. Когда суммарная нарушенность материала достигает своего критического значения, образец разрушается. Наруженность изменяется по экспоненте, поэтому критическое значение нарушенности можно представить в виде произведения независимых случайных процессов. Полагая, что разрушающее напряжение связано линейно с критической нарушенностью, для прочности получают логарифмически нормальное распределение, плотность вероятности которого имеет вид

$$f(t) = \frac{1}{t \cdot \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln t - a}{\sigma}\right)^2\right],$$

где  $a$  и  $\sigma$  – параметры распределения.

На практике обычным аналогом схемы применения логарифмически-нормального закона считают модель постепенного накопления взаимосвязанных единичных повреждений, а также отказы элементов из-за усталости материала [11, 12].

Особое место при решении задач надежности занимает нормальное распределение с плотностью распределения

$$f(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}\right],$$

где  $T$  и  $\sigma$  – соответственно среднее значение и дисперсия наработок на отказ.

Нормальный закон используют в тех случаях, когда отказы носят постепенный характер, являются следствием направленных физико-химических изменений в элементе. Важность нормального закона распределения определяется тем, что к нему обычно приводят задачи, связанные с распределением сумм большого числа случайных величин.

Методы определения параметров известного закона распределения достаточно широко разработаны в теории вероятностей. Основанием для использования того или иного закона распределения и оценки его параметров служат обычные опытные данные, полученные при испытаниях изделий или образцов, сведений об аналогах, эксплуатационные наблюдения или теоретические предпосылки. При этом должны применяться методы проверки статистических гипотез о правомерности применения данного закона распределения.

Модели случайных потоков отказов находят широкое применение для описания отказов высоконадежных систем. Наиболее подходящей моделью для описания таких отказов является модель пуассоновского потока отказов, который служит удобным аппаратом для описания отказов в условиях технического обслуживания и восстановления.

Важную роль в надежности играют модели дискретных марковских процессов и, в частности, процессы «гибели и размножения» [13-17], описываемые уравнениями Колмогорова-Фоккера-Планка. Такие модели достаточно точно описывают случайные процессы отказов и восстановлений в различных технических системах, состоящих из очень большого числа однотипных восстанавливаемых элементов.

Так, если эволюционный вектор качества  $V(t)$  представляет собой диффузионный марковский процесс в пространстве  $V$ , то переходная плотность вероятности  $P(V, t/V_0, t_0)$  значении этого процесса будет удовлетворять уравнению, Колмогорова (в физике его часто называют уравнением Фоккера-Планка)

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \sum_{j=1}^n \frac{\partial}{\partial V_j} (x_j P) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2}{\partial V_j \partial V_k} (x_{jk} P) \quad (2)$$

с начальным условием  $P = \delta(V-V_0)$  при  $t = t_0$ ,

где  $x_j$  и  $x_{jk}$  – интенсивности процесса;

$x_j$  – коэффициент сноса, характеризующий в среднем скорость перемещения процесса;

$x_{jk}$  – коэффициент диффузии, соответствующий дисперсии этой скорости.

Находя решение уравнения (2), вычисляют различные характеристики надежности системы, в частности, вероятность безотказной работы на заданном отрезке времени и математическое ожидание времени достижения предельной поверхности при заданном распределении начальных значений вектора качества.

Формирование отказов элементов конструкций и машин связано с постепенным накоплением повреждений: усталостных, износа, старения и т.д. Математическим отражением такого факта служат модели отказов, которые описывают квазимонотонное ухудшение параметров качества объекта, происходящее в процессе его эксплуатации [3, 18], это так называемые модели постепенных отказов. Общий подход к решению задачи оценки и прогнозирования надежности в этом случае состоит в установлении выходного показателя (показателей), определяющего работоспособность изделия, оценку рассеяния начального значения этого показателя и изменения его величины во времени вплоть до отказа. Возникновение отказа в процессе изменения выходного параметра связано со степенью удаленности параметра от его предельного состояния. Отказ возникает при достижении выходным параметром  $X(t)$  своего предельно допустимого (критического) значения  $X_{\max}$ , что происходит через некоторый случайный промежуток времени  $t = T$ , определяющий срок службы (наработку) изделия до отказа. Вероятность безотказной работы  $P(t)$  изделия наработку  $t = T$  при таких отказах определится законом распределения  $f(X)$ , как вероятность не выхода параметра  $X$  за границу  $X_{\max}$ , т.е.

$$P(t = T) = P(X \leq X_{\max}).$$

Закон изменения выходного параметра  $X(t)$  в основном соответствует определяющей его временной зависимости для степени повреждения  $U(t)$ , так как между ними существует функциональная зависимость. В общем случае временная зависимость выходного параметра имеет квазидетерминированный вид

$$X = f(U) = f[U(t)], \quad (3)$$

где  $U(t)$  – обычно случайная функция степени повреждения;  
 $f(\dots)$  – описывает детерминированную зависимость, рассматривается функция случайного аргумента.

Обычно предполагается, что функция (3) линейна по  $U$  и  $U(t)$  имеет некоторое распределение  $f(U)$ , тогда задача оценки надежности сводится к нахождению плотности распределения функции  $f_x(x)$  по закону распределения вероятностей ее аргумента  $f(U)$ . Общий метод решения таких задач рассматривается в курсах теории вероятностей [10, 19].

Основная трудность, связанная с некорректностью постановки задачи прогнозирования надежности, проявляется в этом случае в обоснованном выборе зависимости (3).

Таким образом, знание временных зависимостей, описывающих процесс повреждения, и применение показателей, оценивающих степень повреждения материала изделия, являются необходимыми условиями оценки надежности.

Наиболее перспективны аналитические зависимости, базирующиеся на физике явлений и оценивающие влияние основных факторов на скорость процесса.

Наиболее распространенный случай – изменение выходного параметра изделия  $X(t)$  подчиняется линейному закону

$$X = \gamma \cdot t, \quad (4)$$

где  $\gamma$  – это скорость протекания процесса – случайная величина, зависящая от большого числа случайных факторов – нагрузки, скорости, температуры, условия эксплуатации и т.д.

В случае, если случайная величина  $\gamma$  будет иметь нормальное распределение

$$f(\gamma) = \frac{1}{\sigma_\gamma \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(\gamma_{\text{ср}} - \gamma)^2}{2\sigma_\gamma^2} \right],$$

где  $f(\gamma)$  – плотность вероятности;  
 $\sigma_\gamma$  – среднеквадратическое отклонение скорости процесса;  
 $\gamma_x$  – скорость изменения выходного параметра;  
 $\gamma_{\text{ср}}$  – ее среднее значение,

то и параметр  $X(t)$  при данном  $t = T$ , будет иметь нормальное распределение  $f(x)$  с параметрами [3]:

математическое ожидание

$$M(X) = X_{\text{ср}} = \gamma_{\text{ср}} \cdot T;$$

среднеквадратическое отклонение

$$\sigma(X) = \sigma_\gamma \cdot T.$$

Вероятность безотказной работы  $P(t = T)$  будет численно равна площади кривой плотности распределения  $f(x)$ , заключенной в промежутке от  $-\infty$  до  $X_{\max}$

$$P(t = T) = \frac{1}{\sigma(x) \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{X_{\max}} \exp \left[ -\frac{(x - X_{\text{ср}})^2}{2\sigma^2(x)} \right] dx = 0,5 + \Phi \left[ \frac{X_{\max} - X_{\text{ср}}}{\sigma(x)} \right] = 0,5 + \Phi \left[ \frac{X_{\max} - \gamma_{\text{ср}} \cdot T}{\sigma_\gamma \cdot T} \right], \quad (5)$$

где  $\Phi(\dots)$  – нормированная функция Лапласа.

Данная модель формирования постепенного отказа является упрощенной, так как не учитывает рассеивание начальных параметров изделия.

В общем случае уравнение (4) будет иметь вид

$$X = a + \gamma \cdot t,$$

где  $a$  – начальный параметр изделия, который также является случайной величиной, подчиняющейся некоторому закону распределения.

Наработка на отказ  $t = T$  в этом случае является функцией двух независимых случайных аргументов  $a$  и  $\gamma$

$$T = (X_{\max} - a) / \gamma.$$

Для отыскания закона распределения  $f(t)$  функции двух случайных переменных можно воспользоваться формулами [19], которые имеют довольно громоздкий вид.

Для случайных аргументов  $a$  и  $\gamma$ , распределенных по нормальному закону, выходной параметр  $X(t)$  будет иметь то же распределение при каждом значении  $t = T$  с параметрами:

математическое ожидание

$$M(X) \equiv X_{cp} = a_0 + \gamma_{cp} ;$$

среднее квадратичное отклонение

$$\sigma(x) = \sqrt{\sigma_a^2 + T^2 \sigma_\gamma^2}$$

где  $a_0$  и  $\sigma_a$  – математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение случайного параметра  $a$ .

Аналогично с (5) вероятность безотказной работы определится следующим образом:

$$P(t = T) = 0,5 + \Phi \left[ \frac{X_{\max} - a_0 - \gamma_{cp} T}{\sqrt{\sigma_a^2 + T^2 \sigma_\gamma^2}} \right].$$

Эта формула может быть применена и при нелинейном протекании процесса изменения параметра, т.е. когда  $\gamma_{cp}$  и  $\sigma_\gamma$  являются функциями времени  $\gamma_{cp}(t)$  и  $\sigma_\gamma(t)$ .

В этом случае

$$P(t = T) = 0,5 + \Phi \left[ \frac{X_{\max} - a_0 - \gamma_{cp}(T) \cdot T}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_\gamma^2(T) \cdot T^2}} \right].$$

Данный методический подход можно использовать и при других законах распределения параметров  $a$  и  $\gamma$ . Однако при более сложных или эмпирических законах распределения бывает трудно получить аналитическое выражение для функций  $f(T)$  или  $P(T)$ . В этом случае может быть применен метод статистического моделирования (метод Монте-Карло).

Основные виды случайных функций изменения возрастающих выходных параметров изделий, их графики и формулы для расчета основных показателей надежности приведены в [20].

Выходные параметры изделий имеют, как правило, монотонные реализации, которые совершают только одно (первое) пересечение с одной из границ области, т.е. реализация процесса один раз покинув допустимую область, далее возвратиться в нее не может.

Рассмотренные выше модели постепенных отказов характерны для систем, обладающих определенной степенью безотказности работы.

Для высоконадежных систем характерна модель, для которой значения выходного параметра  $X(t)$  значительно ниже допустимых значений  $X_{\max}$ . Это возможно, если процесс  $X(t)$  является стационарным или скорость изменения параметра незначительна

и обеспечивается условие  $X \ll X_{\max}$ . В этом случае изделие имеет запас надежности, и отказ практически не возникает.

Если в процессе формирования отказа основную роль играет возникновение (зарождение) процесса, а затем интенсивность его значительно возрастает ( $X(t) \rightarrow \infty$ ), – это модель внезапного отказа.

Основным признаком внезапного отказа является независимость вероятности его возникновения от изменения состояния изделия и времени его предыдущей работы.

Поэтому модель внезапного отказа должна включать полную характеристику всего комплекса причин, которые могут привести к отказу. Такой характеристикой может быть интенсивность отказов  $\lambda$  – вероятность возникновения отказа в единицу времени, при условии, что до этого момента времени отказ не возникал.

Основной математической моделью внезапных отказов является экспоненциальное распределение ресурса работоспособности

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda \cdot t),$$

где  $\lambda$  – интенсивность отказов.

Средний срок службы изделия до отказа в этом случае будет равен  $T_{cp} = 1/\lambda$ , а дисперсия соответственно  $\sigma^2 = 1/\lambda^2$ . Среднеквадратическое отклонение  $\sigma$  в случае экспоненциального распределения равно математическому ожиданию  $\sigma = 1/\lambda = T_{cp}$ . Этот факт можно использовать для статистической проверки гипотезы о показательном распределении времени наработки на отказ; равенство  $\sigma = T_{cp}$  является для этого необходимым и достаточным условием. Вероятность безотказной работы определится как

$$P(t) = \exp[-t/T_{cp}].$$

Это распределение применимо, когда основная часть деталей работает безотказно до момента замены узла или машины и лишь незначительное их количество выходит из строя в начальный период эксплуатации еще до начала усталостного разрушения по случайным причинам или неблагоприятным их сочетаниям (скрытые дефекты, механические повреждения, нарушение технологии изготовления или норм эксплуатации, возникновение внезапной концентрации нагрузок, превышающих запас прочности изделия и т.д.).

В нашем случае, если некоторая часть имеет технологические дефекты – «слабые места», а основная масса выходит со строя по причине износа (старения) изделий, то общей математической моделью распределения времени безотказной работы является суперпозиция двух распределений: экспоненциального для дефектных экземпляров и распределения, отвечающего характеру износа (старения), для остальных [11]. Так, если износные отказы подчиняются нормальному закону (5), а внезапные – экспоненциальному, то плотность распределения будет задана как

$$f(t = T) = C_1 \lambda \exp(-\lambda T) + (1 - C_1) \cdot \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(T - T_{cp})^2}{2\sigma^2}\right],$$

где  $C_1$  – доля внезапных отказов.

Вероятность безотказной работы в случае независимости этих отказов может быть определена по теореме умножения вероятностей [19]

$$P(t) = P_u(t) \cdot P_b(t),$$

где  $P_u(t)$  – безотказность от износных повреждений;

$P_b(t)$  – безотказность от внезапного выхода из строя.

В этом случае вероятность безотказной работы определится по формуле [3]

$$P(t = T) = \left[ 0,5 + \Phi\left(\frac{X_{\max} - a_0 - \gamma_{cp} \cdot T}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_\gamma^2 T^2}}\right) \right] \cdot e^{-\lambda t}.$$

В общем случае при использовании суперпозиции нескольких законов распределения формулы для определения показателей надежности записываются в виде: плотность распределения наработки на отказ

$$f(t) = C_1 f_1(t) + C_2 f_2(t) + \dots + C_n f_n(t);$$

вероятность безотказной работы

$$P(t) = C_1 P_1(t) + C_2 P_2(t) + \dots + C_n P_n(t),$$

где  $C_i$  – постоянные, удовлетворяющие условию  $C_1 + C_2 + \dots + C_n = 1$

По соотношению коэффициентов  $C_i$  можно судить о своего рода весомости одного из сравнимых или взятых для композиции законов распределения [21].

Перечисленные выше математические модели надежности, а они далеко не исчерпывают все имеющиеся, получили в настоящее время широкое развитие и распространение; в общем случае они представляют и мощный аппарат для решения разнообразных задач практики. Но эффективность применения этого аппарата зависит, прежде всего, от степени соответствия его возможностей природе изучаемого явления, поставленной задаче.

В этой связи второй теоретической основой науки о надежности являются результаты исследований естественных наук, изучающих физико-химические процессы разрушения, старения и изменения свойств материалов, из которых изготовлены машины, их элементы, или которые необходимы для их функционирования. Сюда относятся науки, изучающие виды механических разрушений материалов (сопротивление материалов, ползучесть и т.д.), изменения, происходящие в материалах и их поверхностных слоях (физико-химическая механика, триботехника), химические процессы разрушения в материалах (коррозия металлов, старение полимеров) и др.

С позиций теории надежности результаты этих наук концентрируются в области, получившей название «физика отказов» [3].

Физика отказов изучает необратимые процессы, приводящие к потере материалом начальных свойств при эксплуатации изделий. Основной особенностью этих исследований является рассмотрение всех явлений во времени. Временные закономерности физики отказов являются базой для решения основных задач надежности. Изменение начальных свойств и состояния материалов, из которых выполнено изделие, является первопричиной потери им работоспособности, так как эти изменения могут привести к повреждению изделия и к опасности возникновения отказа.

Чем глубже изучены закономерности, описывающие процессы изменения свойств и состояние материалов, тем достовернее можно предсказать поведение изделия в данных условиях эксплуатации и обеспечить сохранение показателей надежности в требуемых пределах.

В основе потери изделием или машиной, любым объектом работоспособности всегда лежат физические закономерности, которые в силу разнообразия и переменности действующих факторов приобретают вероятностный характер. Действительно, при работе, эксплуатации происходят непредвиденные изменения и колебания нагрузок, скоростей, температур, степени загрязнения поверхностей. Более того, сами детали машины могут быть выполнены с различными допусками на технические параметры (точность, однородность материала и др.).

Знание физической закономерности процесса в корне изменяет возможности по оценке хода процесса по сравнению со случаем, когда этот процесс оценивается только на основе статистических наблюдений.

Функциональная зависимость, хотя и абстрагирует действительность и лишь с известной степенью приближения отражает физическую сущность процесса, позволяет представить возможный ход процесса при различных ситуациях. Как отмечалось выше, для инженерных задач надежности необходимо знать закономерности изменения выходных параметров машины и ее элементов во времени. Необходимо оценить деформацию деталей, износ их поверхностей, изменение несущей способности из-за релакса-

ции напряжений или процесса усталости, повреждение поверхности из-за коррозии и т.д., т.е. необходимо рассмотреть макрокартину явлений, происходящих при эксплуатации машин. Для объяснения физической сущности происходящих явлений и для получения таких закономерностей, которые в наиболее общей форме отражают объективную действительность, необходимо также проникнуть в микромир явлений.

Поэтому современная наука изучает закономерности изменения свойств и состояния материалов на следующих уровнях.

Субмикроскопический уровень – на основании рассмотрения строения атомов и молекул и образования из них кристаллических решеток твердых тел или иных структур выявляются закономерности, которые служат базой для объяснения свойств и поведения материалов в различных условиях. Эти закономерности, как правило, являются основой для дальнейших исследований и разработок частных зависимостей.

Этот уровень исследований позволил развить фундаментальные представления о несовершенстве в кристаллах и особенно в дислокациях, их взаимодействиях и движении, о силах упругости с точки зрения квантовой механики, о диффузии атомов в твердых телах и т.д., которые являются физической основой для решения основных задач прочности и долговечности материалов.

Микроскопический уровень рассмотрения свойств материалов исходит из анализа процессов, происходящих в небольшой области. Полученные при этом закономерности в дальнейшем распространяются на весь объем тела. Классическим примером в этом отношении может служить теория напряжений и деформаций в идеальном однородном теле, когда в точке тела выделяется бесконечно малый элемент в виде параллелепипеда и рассматривается его напряженное состояние. Связь между деформациями и напряжениями описывает закон Гука. Развитие этого подхода с учетом возникновения пластических деформаций позволяет найти зависимости между напряжениями и деформациями и за пределами упругости [43].

Изучение влияния совместного действия силовых и физико-химических факторов на поведение твердых тел в процессе их эксплуатации привело к появлению нового направления – физико-химической механики материалов [44]. Здесь делается попытка привлечения физики твердого тела, физической химии, химии твердых состояний и неравновесной термодинамики для изучения деформации и разрушения твердых тел, работающих в условиях одновременного действия нагрузок, температур, коррозионно-агрессивных сред и ядерных облучений.

Рассмотрение закономерностей на уровне микрокартины явлений -необходимый этап для дальнейшего распространения полученных зависимостей на весь объем твердого тела, т.е. на всю деталь или ее поверхность.

Макроскопический уровень рассматривает изменение начальных свойств или состояния материала всего тела (детали изделия). Так, теория упругости на основе закона Гука рассматривает деформации и напряжения в системах и деталях различной конфигурации, работающих на растяжение, кручение, изгиб и другие виды деформации.

Проблема перенесения на макрообъект исходных закономерностей, отнесенных к элементарному объему, потребовало разработки специальных, иногда довольно сложных методов инженерных расчетов. Типичным построением инженерных методов расчета деталей машин на прочность и деформацию, на износ, на ползучесть и т.д. следует считать такое, при котором на основе физической картины на микроучастке рассматриваемого объема исследуются процессы с учетом размеров, конфигурации и условий работы всей детали.

Таким образом, при решении вопросов надежности могут быть использованы разнообразные закономерности и методы расчетов, применяемые при конструировании изделий и машин, полученные общие физические законы и частные зависимости. И так как при этом главной задачей является оценка изменения свойств, и состояния материалов в функции времени, необходимо выявить, какие физические закономерности

могут быть использованы и как проявляется фактор времени при оценке работоспособности изделия.

Законы старения, оценивающие степень повреждения материала в функции времени, являются основой для решения задач надежности. Они позволяют прогнозировать ход процесса старения, оценивать возможные его реализации и выявлять существенные факторы, влияющие на интенсивность процесса. Законы старения являются основным объектом рассмотрения в «физике отказов». Здесь следует отметить, что термин «старение» дл металлов и резин имеет различное толкование; в металлах очень часто под старением понимается износ.

Любой процесс старения возникает и развивается лишь при определенных внешних условиях для оценки возможных видов повреждения материалов деталей машин необходимо установить область существования процесса старения и в первую очередь условия его возникновения. Для возникновения процесса обычно должен быть пре-взойден определенный уровень нагрузок, скоростей, температур или других параметров, определяющих его протекание. Этот начальный уровень или порог чувствительности особенно важно знать для быстропротекающих процессов старения, когда после возникновения процесса идет его интенсивное лавинообразное развитие. Часто порог чувствительности связывают с некоторым энергетическим уровнем, который определяет начало данного процесса.

Особую роль для протекания большинства процессов старения и разрушения материалов играют строение поверхностного слоя твердых тел и происходящие в нем явления. Состояние поверхностного слоя определяет процессы, возникающие при взаимодействии с другим телом или с окружающей средой, например, при износе, контактной деформации, усталости, коррозии и др. Поэтому большинство отказов машин и их элементов связано с процессами, протекающими в поверхностных слоях, и их природа не может быть объяснена без анализа тех изменений, которые претерпевают характеристики поверхностного слоя при эксплуатации изделий.

В заключение отметим, что изучение закономерностей процесса разрушения материала изделия – это тоже один из этапов инженерных расчетов на надежность. Кроме этого, должны быть разработаны методы расчета на долговечность и безотказность различных элементов машины с учетом специфики их эксплуатации. При этом должна быть учтена вероятностная природа протекающих процессов разрушения. Все, что говорилось выше, относится практически к любым элементам, изделиям, объектам и отражает общий подход к проблемам надежности в целом.

Для эластомерных и, в частности, резиновых элементов конструкций проблема надежности является такой же актуальной. Надежность – способность выполнять свои функции при сохранении значений эксплуатационных показателей в заданных пределах [3] является основным показателем качества резиновых изделий. При этом задача обеспечения надежности решается на всех стадиях: проектирования, производства, эксплуатации эластомерных элементов конструкций.

Ниже остановимся подробнее на вопросах надежности применительно к резиновым элементам конструкций. При этом отметим, что указанные выше подходы (физика отказов, математический аппарат) применительно к резиновым элементам конструкций практически не развиты: значительное место при решении проблем надежности занимает достоверная информация.

Для сбора и обработки информации о надежности резиновых технических изделий проводят их испытания в различных условиях эксплуатации с фиксацией наработки и характера отказа каждого изделия.

При этом обеспечивается достоверность, однородность и непрерывность информации о надежности изделий; возможность сравнения их надежности по годам выпуска, качества однотипных изделий; изыскания наиболее эффективных путей повышения их качества. Такую систему сбора и обработки информации широко используют при определении надежности резиновых деталей наиболее массовых отечественных авто-

мобилей, отдельных тракторов и сельхозмашин, а также некоторых других видов резиновых технических изделий (конвейерных лент, приводных и вариаторных ремней и т.д.).

В большинстве случаев эксплуатационные испытания изделий проводят в межведомственном порядке, результаты этих испытаний рассматривают совместно с потребителями, согласуя выводы и предложения, что, безусловно, способствует повышению их объективности и облегчает внедрение, как при создании резиновых технических изделий, так и при проектировании, изготовлении и эксплуатации машины в целом. При этом существенным дополнением к полученной таким путем информации служит сбор, обобщение и анализ данных оценки работоспособности и долговечности резиновых технических изделий, в том числе зарубежного производства, организациями, изготавливающими и использующими технику.

В связи со сказанным выше одним из путей исследования надежности и долговечности резиновых элементов является изучение превалирующего характера отказа резиновых технических изделий в типичных условиях эксплуатации. Это дает возможность оперативно проанализировать их (отказы) и определить наиболее эффективные пути повышения качества массовых групп изделий. Так, например, на протяжении ряда лет основные работы по совершенствованию конвейерных лент общего назначения были направлены на улучшение свойств обкладочных резин, клиновых ремней – на повышение качества оберточной ткани, резины слоя сжатия и снижение удлинения ремня. Далее, в результате систематических, длительных (более 15 лет) наблюдений было установлено [45], что в реальных условиях эксплуатации большинство резиновых деталей автомобилей и тракторов обеспечивает надежную работу машин до ремонта или списания и соответствует нормативно-техническим требованиям по надежности. Были выявлены резиновые технические детали (3-10 % от общего числа), не удовлетворяющие по надежности требованиям потребителя, и разработаны мероприятия по повышению их надежности до оптимального уровня.

Оценка надежности резиновых изделий путем проведения эксплуатационных испытаний наряду с очевидными преимуществами имеет ряд недостатков, два основных из которых – необходимость испытания большого числа изделий и длительность эксплуатационных испытаний, составляющая обычно годы. Более того, в ряде случаев эксплуатационные и форсированные испытания затруднены или даже невозможны.

В этой связи на первый план выдвигается задача разработки методов ускоренных (сокращенных и форсированных) испытаний на надежность и методов расчета надежности изделий на стадии проектирования. При этом используются математическое моделирование процесса работы изделия до отказа или принципы научно-технического прогнозирования [5].

При расчете показателей надежности изделия на стадии проектирования могут использоваться приведенные выше методы описания постепенных отказов.

Условие работоспособности изделия при этом имеет вид

$$S(\tau) \geq [S],$$

где  $S(\tau)$  – абсолютное значение показателя, определяющего работоспособность изделия в момент времени  $\tau$ ,

$[S]$  – критическая величина показателя.

Во многих случаях (при абразивном износе, накоплении остаточной деформации и т.д.) временная зависимость показателя, ответственного за долговечность изделия, описывается уравнением

$$S(\tau) = S_0 + \beta\tau^v,$$

где  $S_0$  – начальное значение показателя;

$\beta$  и  $v$  – коэффициенты.

Если величины  $S_0$  и  $\beta$  распределены по нормальному закону, то вероятность безотказной работы изделия можно рассчитать по выражению

$$P(\tau) = F \left[ \frac{[S] - S_0 - \beta \tau^v}{D(S_0) + D(\beta) \tau^{2v}} \right],$$

где  $D(S_0)$  и  $D(\beta)$  – дисперсии значений показателей.

С использованием этих принципов созданы методики расчета уплотнительных и некоторых других резиновых технических изделий, позволяющие установить время (или наработку), в течение которого с высокой степенью вероятности (свыше 0,99) сохраняется работоспособность изделия [46]. Подобная оценка работоспособности изделий особенно перспективна при предъявлении высоких требований к их надежности и для изделий, выпускаемых в малых количествах.

Таким образом, можно считать, что для решения задач оперативного и достоверного расчета и оценки надежности резиновых технических изделий наиболее перспективными до настоящего времени являлись направления:

- разработка общих принципов и рабочих методик расчета надежности изделий на стадии проектирования;
- расширение объема форсированных испытаний изделий в режимах, обеспечивающих подобие результатов стендовых и эксплуатационных испытаний;
- совершенствование системы сбора и обработки информации о надежности изделий в реальных условиях эксплуатации для изучения динамики качества наиболее массовой продукции заводов РТИ, а также отечественной и зарубежной продукции;
- анализ фактических условий работы недостаточно надежных изделий для выяснения причин их отказов в эксплуатации.

Решение этих задач позволило в ряде случаев исключить (или снизить вероятность) выпуска резиновых изделий с малой степенью надежности и оперативно принимать меры по повышению надежности отдельных изделий.

Одним из самых распространенных путей повышения долговечности и надежности резиновых элементов является резервирование. Резервирование резиновых деталей [47] состоит в том, что к основному элементу присоединяют один или несколько резервных элементов. Эти элементы по мере возникновения отказов последовательно заменяют основной элемент [47].

Существует три вида резерва элементов:

- 1) нагруженный («горячий») резерв. Резервные элементы находятся в том же режиме, что и основной элемент, их надежность не зависит от того, в какой момент они заменили основной элемент;
- 2) ненагруженный резерв. Резервные элементы не включены в работу;
- 3) облегченный резерв. У резервных элементов облегченный режим работы до момента замены основного элемента.

Вероятность на отказ в резерве меньше, чем вероятность отказа основного элемента.

Считается [48], что для резиновых деталей пригоден либо нагруженный, либо облегченный резерв. Это связано с тем, что надежность их снижается в результате естественного старения материала до включения в работу. Однако в ряде случаев при экстремальных условиях нагружения и при быстром выходе элементов из строя имеет смысл ненагруженное резервирование резиновых деталей. Это относится к массивным резиновым элементам горных, горно-металлургических, транспортных и транспортно-технологических машин.

Из резиновых деталей, комплектующих изделия машиностроения, относительно легко могут быть зарезервированы уплотнительные детали типа колец, прокладок, армированных манжет и клиновые ремни. Так, если потребителю требуются уплотнительные кольца круглого сечения для работы в узле, надежность уплотнения которого в период времени  $t$  должна быть не ниже  $P(t) = 0,9999$ , необходимо установить два кольца с надежностью  $P(t) = 0,99$  [47].

Применение в некоторых клиноременных передачах автомобильных двигателей двух ремней узкого сечения вместо одного нормального сечения, т.е. создание резерва, близкого к облегченному, повышает вероятность безотказной работы передачи при пробеге автомобиля 60 тыс. км с  $P(t) = 0,65$  до  $P(t) = 0,998$  в результате распределения нагрузки на 2 элемента. Резервирование деталей позволяет более чем в 100 раз уменьшить объем контрольных испытаний и получить значительный экономический эффект.

Из приведенного выше следует, что сведения, касающиеся надежности резиновых элементов в машиностроении, весьма малочисленны и относятся в основном к резиновым уплотнителям подвижных и неподвижных соединений, лентам и ремням для транспортирования твердых тел и передачи вращающего момента.

Практически не существует методов расчета и прогнозирования надежности виброизолирующих резиновых элементов, широко используемых в таких машинах, как вибрационные питатели, грохоты. Это связано с наличием значительных трудностей при проведении стендовых и промышленных испытаний.

В этой связи один из путей повышения качества резиновых деталей, определения их надежности является совершенствование методов их расчета на жесткость, прочность, долговечность в том числе с учетом нелинейности и старения. При этом теоретической основой для прогнозирования ресурса служит механика разрушения резин.

## 5 Оценка показателей надежности резиновых деталей по эксплуатационным данным наработок на отказ

**Оценка параметров распределения Вейбулла.** Приняв распределение наработок на отказ в виде (1), необходимо получить оценки параметров  $\hat{a}$  и  $\hat{b}$  этого закона распределения, входящих в расчетные формулы определяемых показателей надежности.

Основными показателями надежности резиновых деталей в соответствии с [49], где приведена классификация и номенклатура основных показателей надежности, будут: средний срок службы (ресурс)  $t_{cp}$ . (среднее арифметическое значение наработок на отказ); гамма-процентный ресурс  $t_{\gamma\%}$  (минимальное значение ресурса каждого изделия, в течение которого обеспечивается его работоспособное состояние с некоторой вероятностью  $\gamma\%$ ) и вероятность безотказной работы  $P(t)$  на наработку  $t = T$ . При известных оценках  $\hat{a}$  и  $\hat{b}$  распределение Вейбулла (1) эти показатели надежности определяют по формулам:

средний срок службы

$$T_{cp} = \hat{a}\Gamma(1 + 1/\hat{b}); \quad (6)$$

гамма-процентный срок службы

$$t_{\gamma\%} = \hat{a} \left( -\ln \frac{\gamma}{100} \right)^{1/\hat{b}}; \quad (7)$$

вероятность безотказной работы на наработку  $t = T$

$$P(t = T) = \exp \left[ - \left( \frac{T}{\hat{a}} \right)^{\hat{b}} \right]. \quad (8)$$

Исходными данными для оценки показателей надежности являются полученные по результатам эксплуатационных испытаний резиновых деталей так называемые смешанные или цензурированные выборки вида

$$t_1, t_2, \tau_1, t_3, \dots, t_r, \dots, \tau_r, \dots, t_n, \quad (9)$$

где  $t_i$  – значение наработок до отказа;

$\tau_j$  – значения наработок до цензурирования.

Основными причинами цензурирования, имеющими место при эксплуатации резиновых деталей, являются: снятие из эксплуатации (наблюдений) остальных элементов узла из-за отказа одного из них; необходимость оценки показателей надежности до

наступления отказов всех испытываемых элементов; одновременность начала и (или) окончания эксплуатации.

На первом этапе оценки показателей надежности резинометаллических элементов рассматриваются однократно цензурированные выборки, в которых значения всех наработок до цензурирования равны между собой и не меньше наибольшей наработки на отказ. Оценки показателей надежности по таким выборкам регламентированы в [49] в зависимости от плана наблюдений. В случае испытаний на надежность резиновых деталей таким планом является  $[N, R, T]$ , план испытаний, согласно которому одновременно начинают испытания  $N$  элементов, отказавшие во время испытаний элементы заменяют новыми (буква  $R$  в обозначении плана), испытания прекращают при истечении времени испытаний или наработки  $T$ , для каждого из  $N$  элементов.

На основании указанных выше причин цензурирования, имеющих место при эксплуатации резиновых деталей, необходимо рассматривать многократно цензурированные выборки. Методы оценки показателей надежности для этого случая регламентированы [49].

Оценка неизвестных параметров  $\hat{a}$  и  $\hat{b}$  распределения (1) наработок на отказ для выборок большого объема (30-50) может быть осуществлена методом максимального правдоподобия [50]. Для смешанной выборки (9) функция максимального правдоподобия в случае многократного цензурирования будет [51]

$$\ln L = \sum_{i=1}^r \ln f(t_i, a, b) + \sum_{j=1}^{N-r} \ln [1 - F(\tau_j, a, b)] \quad (10)$$

или в случае однократного цензурирования

$$\ln L = \sum_{i=1}^r \ln f(t_i, a, b) + (N - r) \ln [1 - F(t_r, a, b)],$$

где  $r$  – количество отказов;

$f(t_i, a, b)$  – плотность распределения наработок на отказ;

$t_i$  – наработка на отказ;

$t_r$  – максимальная наработка на отказ;

$\tau_j$  – наработки неотказавших элементов, наработки до цензурирования;

$N$  – количество элементов, поставленных на испытание;

$F(\tau_j, a, b)$  – интегральная функция распределения безотказных наработок.

Для распределения Вейбулла функция правдоподобия будет следующей

$$\ln L = r \ln b - r b \ln a + (b - 1) \sum_{i=1}^r \ln t_i - \frac{1}{a^b} \left( \sum_{i=1}^r t_i^b + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^b \right). \quad (11)$$

Дифференцируя выражение (11) по неизвестным параметрам  $a$  и  $b$

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln L}{\partial a} = 0, \\ \frac{\partial \ln L}{\partial b} = 0 \end{cases}$$

и приравнявая нулю производные, получают для их определения систему уравнений

$$\begin{cases} a^b - \frac{1}{r} \left( \sum_{i=1}^r t_i^b + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^b \right) = 0, \\ \left( \frac{r}{b} + \sum_{i=1}^r \ln t_i \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^r \ln t_i^b + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^b \right) - r \left( \sum_{i=1}^r t_i^b \ln t_i + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^b \ln \tau_j \right) = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Второе уравнение системы (12) можно переписать в виде

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \ln t_i - \frac{\sum_{i=1}^r t_i^b \ln t_i + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^b \ln \tau_j}{\sum_{i=1}^r \ln t_i^b + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^b} = 0. \quad (13)$$

Добиваясь выполнения условия (13) с наперед заданной точностью  $\varepsilon$ , оценку параметра  $\hat{b}$  получают методом последовательных приближений в следующей последовательности:

вычисляют коэффициент

$$A = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \ln t_i;$$

вычисляют начальное приближение

$$\hat{b}_{k+1} = \frac{\sum_{i=1}^r t_i^{\hat{b}_k} \ln t_i + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^{\hat{b}_k} \ln \tau_j}{\sum_{i=1}^r t_i^{\hat{b}_k} + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^{\hat{b}_k}}.$$

Процесс нахождения приближений прекращают при выполнении условия

$$\left| \frac{\hat{b}_{k+1} - \hat{b}_k}{\hat{b}_k} \right| < \varepsilon, \quad (14)$$

где  $\varepsilon$  – точность решения уравнения (13).

В качестве оценки параметра  $\hat{b}$  следует принять значение  $\hat{b}_{k+1}$ , при котором выполняется условие (14). Точность решения  $\varepsilon$  обычно выбирают из ряда 0,001; 0,05; 0,10; 0,15; 0,20.

По первому уравнению системы (12) получают оценку параметра  $\hat{a}$

$$\hat{a} = \left( \frac{\sum_{i=1}^r t_i^{\hat{b}} + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^{\hat{b}}}{r} \right)^{1/\hat{b}}.$$

Получив оценки параметров  $\hat{a}$  и  $\hat{b}$ , показатели надежности определяют по формулам (6)-(8).

Следует отметить, что в случае однократного цензурирования начальное приближение  $\hat{b}_0$  к корню уравнения (13) может быть получено методом моментов (по значениям эмпирического коэффициента вариации для заданных значений  $\hat{b}$  по таблицам в [49]).

Определение же параметра  $\hat{b}$  осуществляют путем решения уравнения правдоподобия относительно  $\hat{b}$  методом Ньютона-Рафсона [49]

$$\hat{b}_{k+1} = \hat{b}_k - \frac{f(\hat{b}_k)}{f'(\hat{b}_k)}, \quad (15)$$

где  $\hat{b}_k$  –  $k$ -ое приближение к корню уравнения  $f(b)=0$ .

В соответствии с (15) определение параметра производится по рекуррентной формуле

$$\widehat{b}_{k+1} = \widehat{b}_k + \frac{\frac{1}{\widehat{b}_k} + \frac{S_1}{r} - \frac{S_3^{(k)}}{S_2^{(k)}}}{\frac{1}{\widehat{b}_k} + \frac{S_2^{(k)} \cdot S_4^{(k)} - (S_3^{(k)})^2}{(S_2^{(k)})^2}}, \quad (16)$$

где  $S_1 = \sum_{i=1}^r t_i$ ;  $S_2^{(k)} = \sum_{i=1}^r t_i^{\widehat{b}_k} + (N-r)t_r^{\widehat{b}_k}$ ;  $S_3^{(k)} = \sum_{i=1}^r t_i^{\widehat{b}_k} \ln t_i + (N-r)t_r^{\widehat{b}_k} \ln t_r$ ;  
 $S_4^{(k)} = \sum_{i=1}^r t_i^{\widehat{b}_k} \ln^2 t_i + (N-r)t_r^{\widehat{b}_k} \ln^2 t_r$ ,

tr – максимальная наработка на отказ.

Практическое значение имеют не только оценки показателей надежности, но и определение возможных наиболее вероятных пределов их изменения. Соотношения для расчета доверительных границ показателей надежности получают по функции правдоподобия (10) в соответствии с [49, 50]

$$t_{\gamma, B, H} = t_\gamma \pm z_\beta \sqrt{D(t_\gamma)}; \quad P(t)_{B, H} = P(t) \pm z_\beta \sqrt{D[P(t)]};$$

$$D(t_\gamma) = \left(\frac{t_\gamma}{\widehat{b}}\right)^2 \left[ \left(\frac{\widehat{b}}{\widehat{a}}\right)^2 D(\widehat{a}) + \ln^2 \frac{t_\gamma}{\widehat{a}} D(\widehat{b}) - 2 \frac{\widehat{b}}{\widehat{a}} \ln \frac{t_\gamma}{\widehat{a}} \text{cov}(\widehat{a}, \widehat{b}) \right];$$

$$D[P(t)] = \left(\frac{t}{\widehat{a}}\right)^{2\widehat{b}} \exp \left[ -2 \left(\frac{t}{\widehat{a}}\right)^{\widehat{b}} \right] \left[ \left(\frac{\widehat{b}}{\widehat{a}}\right)^2 D(\widehat{a}) + \ln^2 \frac{t}{\widehat{a}} D(\widehat{b}) - 2 \frac{\widehat{b}}{\widehat{a}} \ln \frac{t}{\widehat{a}} \text{cov}(\widehat{a}, \widehat{b}) \right];$$

$$D(\widehat{a}) = -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \widehat{a}^2} / \det A; \quad D(\widehat{b}) = \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \widehat{b}^2} / \det A;$$

$$\text{cov}(\widehat{a}, \widehat{b}) = \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \widehat{a} \partial \widehat{b}} / \det A; \quad \det A = \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \widehat{b}^2} \cdot \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \widehat{a}^2} - \left( \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \widehat{a} \cdot \partial \widehat{b}} \right)^2,$$

где  $t_{\gamma, B, H}$  – верхняя и нижняя границы гамма-процентного ресурса;  
 $P(t)_{B, H}$  – верхняя и нижняя границы вероятности безотказной работы;  
 $D(t_\gamma)$ ,  $D[P(t)]$ ,  $D(\widehat{a})$ ,  $D(\widehat{b})$  – соответственно дисперсии гамма-процентного ресурса, вероятности безотказной работы и параметров  $\widehat{a}$  и  $\widehat{b}$  распределения (1).  
 При уровне значимости  $\gamma = 90\%$  по таблицам [49] определяют  $z_\beta$

$$z_\beta = 1,645, \quad \left( \beta = \frac{1+\gamma}{2} \right).$$

**Проверка статистической гипотезы о согласии выбранного распределения с опытными данными.** Проверку статистической гипотезы согласия выбранного распределения Вейбулла экспериментальным данным наработок на отказ резиновых деталей проводят в следующей последовательности [49].

1) По смешанной выборке (9) определяют оценки параметров  $\widehat{a}$  и  $\widehat{b}$  закона распределения в указанном выше порядке.

2) По исходным данным строят вариационный ряд, т.е. наработки до отказа и наработки до цензурирования выстраивают в порядке неубывания. Если отдельные значения наработки на отказ равны некоторым значениям наработки до цензурирования, то в вариационном ряду сначала указывают наработки до отказа, затем наработки до цензурирования.

3) По вариационному ряду подсчитывают величины  $t_i$ ,  $r_i$  и  $n_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ), где  $m$  – число интервалов наблюдения (интервал наблюдения – отрезок вариационного ряда, состоящий только из наработок до отказа, первой из которых предшествует, а за последней из которых следует наработка до цензурирования);  $r_i$  – количество наработок до отказа в  $i$ -том интервале наблюдения;  $n_i$  – количество наработок до цензурирования, лежащих между  $(i-1)$  и  $i$ -тым интервалами наблюдений.

Если вариационный ряд начинается с наработки до отказа, то  $n_0 = 0$ , а если заканчивается наработкой до отказа, то  $m = 0$ . Совокупность этих значений должна удовлетворять условиям:

$$\sum_{i=1}^m n_i = n, \quad \sum_{i=1}^m r_i = r,$$

где  $r$  – общее число наработок до отказа;  
 $n$  – общее число наработок до цензурирования.

4) Исходный вариационный ряд заменяют преобразованным вариационным рядом, полученным заменой каждого члена  $t_i$  в исходном ряду членом вида

$$x_i = F(t_i, \hat{a}, \hat{b}), \quad (i = 1, 2, \dots, N).$$

5) Для каждого  $i$ -го интервала наблюдения вычисляют

$$z_1^{(i)} = \frac{1}{2}(x_{p_i} + x_{p_{i+1}}); \quad z_2^{(i)} = \frac{1}{2}(x_{q_i} + x_{q_{i+1}}),$$

где  $p_i = n_0 + \sum_{j=1}^{i-1} (n_j + r_j)$ ;  $q_i = p_i + r_i$ .

Если  $p_i = 0$ , то  $z_1^{(1)} = 0$ ; и если  $q_{m+1} = N$ , то  $z_2^{(m)} = x_N$ .

6) Вычисляют величину  $T_{N,m,r}$

$$T_{N,m,r} = \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{1}{r_i(z_2^{(i)} - z_1^{(i)})} \left[ \sum_{j=p_i+1}^{j=q_i} x_j - r_i z_1^{(i)} \right] \right\},$$

где  $x_0 = 0$ .

7) Вычисляют величину

$$W_z = \left| \frac{T_{N,m,r} - r/2}{\sqrt{12r}} \right|.$$

8) Гипотезу о согласии выбранного закона распределения с опытными данными на уровне значимости  $\alpha$  принимают, если полученная величина  $W_z$  меньше  $z_\beta$ , где  $z_\beta$  – квантиль нормального распределения, соответствующая вероятности  $\beta = 1 - \frac{\alpha}{2}$ .

## 6 Прогнозирование надежности резиновых деталей по изменению жесткостных параметров

В соответствии со сформулированными выше (см. статью в настоящем сборнике) критериями отказов в качестве основного параметра, ответственного за работоспособность резиновых деталей, может быть использован коэффициент их жесткости. Наблюдаемые изменения во времени жесткостных параметров резиновых деталей, составляющие для средне- и сильнонаполненных резин до 50-60 %, требуют своевременного прогнозирования механических свойств элементов, особенно при их использовании в резонансных машинах.

Критерием отказа при этом считается выход жесткостных параметров за пределы допустимых – для заданных условий эксплуатации увеличить формат

$$c(t) \leq c_{\max},$$

где  $c(t)$  – значение жесткости в момент времени  $t$ ;

$c_{max}$  – критическое значение жесткости.

На основе анализа экспериментальных данных об изменении жесткости во времени принимаем ее временную зависимость в виде [20]

$$c(t) = m + ht,$$

где  $m$  – начальный разброс значений жесткости, случайная величина с нормальным законом распределения;

$\bar{m}$ ,  $\sigma_m$  – параметры распределения;

$h$  – скорость изменения жесткости, случайная величина с нормальным распределением;

$h$ ,  $\sigma_h$  – параметры распределения.

Показатели надежности элементов в случае (17) определяют следующим образом:

вероятность безотказной работы на заданную наработку [19, 20]

$$P(t=T) = P(c \leq c_{max}) = \frac{1}{\sigma_c \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{c_{max}} \exp \left[ -\frac{(c - c_{max})^2}{2\sigma_c^2} \right] dc = 0,5 + \Phi \left[ \frac{c_{max} - \bar{m} - \bar{h}T}{\sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_h^2 \cdot T^2}} \right]; \quad (18)$$

гамма-процентный ресурс [20]

$$t_\gamma = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 + Bc_0}}{B},$$

где  $\bar{m}$ ,  $\sigma_m$ ,  $\bar{h}$ ,  $\sigma_h$  – средние и среднеквадратические значения случайных величин  $m$  и  $h$  соответственно;

$\Phi$  – табулированная функция интеграла вероятности;

$$A = \frac{c_{max} - \bar{m}}{\bar{h}}; \quad B = \frac{\chi_\gamma^2 \sigma_h^2}{\bar{h}^2} - 1; \quad c_0 = \chi_\gamma \sigma_m^2 - A^2,$$

$\chi$  – квантили нормального распределения, соответствующие вероятности  $\gamma$ , при  $\gamma = 90\%$ ,  $\chi_\gamma = 1,645$ .

## 7 Примеры расчета показателей надежности резиновых элементов

**Расчет показателей надежности резиновых элементов с использованием распределения Вейбулла.** Оценка показателей надежности резинометаллических элементов проводилась по результатам незавершенных эксплуатационных испытаний на надежность элементов типа БРМ102, установленных на вибрационных конвейерах типа КВ2Т. Появление магистральных (усталостных) трещин в резиновом массиве принималось за критерий отказа элемента. Под наблюдением находилось 120 элементов, установленных на трех машинах и эксплуатируемых при частоте нагружения 11 Гц и амплитуде 0,008 м; 16 из них вышло из строя. Оставшиеся элементы находились под контролем до наработки 21000 ч (цензурирование). Зафиксированный отказ при наработке 18410 ч одного элемента повлек за собой снятие из наблюдений еще трех элементов, эксплуатирующихся с ним в одном узле (количество элементов в одном узле равно 4). Из наблюдения исключены отказы элементов, наступившие до начала усталостного разрушения эластомера.

Вариационный ряд выработок на отказ и наработок до цензурирования в этом случае

$$\begin{aligned} &3340; 6670; 9175; 9749; 10323; 10897; 13771; \\ &14125; 15250; 16075; 17070; 18410; 18410^* (3); \\ &19080; 19750; 20420; 21000^* (101) \end{aligned} \quad (20)$$

где \* обозначены наработки до цензурирования, а в скобках указано их количество.

Для полученного вариационного ряда наработок на отказ оценка показателей надежности проводилась в указанной выше последовательности по составленной программе для ЭВМ. Программой предусмотрен расчет показателей надежности как по смешанной выборке вида (20), так и по однократно цензурированной выборке.

Для полученного вариационного ряда (20) оценки параметров выбранного закона распределения составляют – параметр масштаба  $\hat{a} = 53455$ , параметр формы  $\hat{b} = 2,0728$ . Функция распределения плотности вероятности

$$f(t) = \frac{2,0728}{53455^{2,0728}} t^{1,0728} \exp \left[ - \left( \frac{t}{53455} \right)^{2,0728} \right].$$

По полученным оценкам параметров  $\hat{a}$  и  $\hat{b}$  распределения проводилась проверка соответствия распределения Вейбулла экспериментальным данным (20) в следующей последовательности.

1. По вариационному ряду (20) в соответствии с [20] определяли количество интервалов наблюдения  $m = 2$  и значения  $r_i$  и  $n_i$  для каждого интервала

$$r_1 = 13; r_2 = 3;$$

$$n_0 = 0; n_1 = 3; n_2 = 101;$$

$$p_i = n_0 + \sum_{j=1}^{i-1} (n_j + r_j); \quad p_1 = 0; \quad p_2 = 16;$$

$$q_i = p_i + r_i; \quad q_1 = 13; \quad q_2 = 19.$$

Выполняем проверку правильности расчета

$$r = \sum_{i=1}^2 r_i = 16; \quad n = \sum_{i=1}^2 n_i = 104; \quad N = r + n = 16 + 104 = 120.$$

2. Строится преобразованный вариационный ряд в соответствии с формулой

$$x_i = F(t_i, \hat{a}, \hat{b}) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{t_i}{\hat{a}} \right)^{\hat{b}} \right].$$

3. Для каждого интервала наблюдений вычисляют величины

$$z_1^{(1)} = 0,0; \quad z_2^{(2)} = 0,1077;$$

$$z_2^{(1)} = 0,1039; \quad z_2^{(2)} = 0,1307.$$

4. Вычисляют величину  $T_{N,m,r}$

$$T_{N,m,r} = 1,0221.$$

5. Вычисляют  $W_z$

$$W_z = 0,504.$$

Так как  $0,504 < z_{11} - 0,1/2 = 1,645$ , то опытные данные не противоречат гипотезе о распределении Вейбулла наработок на отказ на уровне значимости  $\alpha = 0,1$  ( $\gamma = 90\%$ ).

С учетом полученных оценок параметров распределения Вейбулла показатели надежности БРМ имели следующие значения: средний ресурс наработки  $t_{cp} = 47350$  ч; гамма-процентный ресурс  $t_\gamma = 90\% = 18051$  ч, его доверительный интервал [13635; 22467]; вероятность безотказной работы на наработку  $T = 21000$   $P(t = 21000) = 0,860$  и ее доверительный интервал [0,805; 0,927]. Полученные результаты хорошо согласуются с аналитическими расчетами долговечности БРМ102 [1,2]. Приведенное значение параметра формы  $\hat{b}$  соответствует значению этого параметра для данного вида отказа [52]. В дальнейшем при накоплении информации об отказах оценки параметров распределения Вейбулла и показателей надежности будут уточняться, проводится классификация по видам отказов в зависимости от расчетных значений параметра.

**Пример расчета показателей надежности ВРМ.** Оценку показателей надежности виброизоляторов выполним по результатам незавершенных эксплуатационных испытаний элементов типа ВРМ с размером резинового массива – диаметр 200 мм, высота 100 мм. Эти элементы использованы в виброизолирующих системах однобарабанных окомкователей, эксплуатирующихся в условиях аглофабрики Ждановского металлургического завода.

За критерий отказа виброизолятора принималось появление магистральных (усталостных) трещин в резиновом массиве элемента.

Под наблюдением находилось 56 элементов, установленных на двух машинах, и эксплуатируемых при частоте нагружения 16 Гц, 20 виброизоляторов вышли из строя. Оставшиеся элементы продолжали работать, и наработка каждого на настоящее время составила 54000 ч.

Вариационный ряд наработок на отказ и наработок до цензурирования получен следующий: 20000 (4), 20000\*(4), 40000 (12), 54000\* (36), где \* обозначены наработки до цензурирования, а в скобках указано количество элементов.

Для полученного вариационного ряда оценки параметров распределения Вейбулла составляют – параметр формы  $\hat{b} = 2,4082$ ; параметр масштаба  $\hat{a} = 81060$ . Гипотеза соответствия распределения Вейбулла полученному ряду наработок на отказ ВРМ не противоречива на уровне значимости  $\alpha = 0,1$ .

Вычисленные в соответствии с приведенными выше формулами показатели надежности имели следующие значения: девяностопроцентный ресурс  $t_{\gamma} = 90\% = 31840$  (более 4-х лет) и его доверительный интервал [22419; 41261]; вероятность безотказной работы на наработку  $T = 29280$  (4 года)  $P(t = 29280) = 0,918$ . Полученные результаты хорошо согласуются с аналитическими расчетами долговечности ВРМ и исходным требованиям на разработку их параметрического ряда. Приведенное значение параметра формы  $\hat{b}$  соответствует значению этого параметра для данного вида отказа [53]. Однако полученные результаты, вследствие ограниченности выборки об отказах ВРМ, следует рассматривать как прикидочные, и, по мере накопления такой информации, оценки параметров распределения Вейбулла и показателей надежности необходимо уточнять в рамках данного подхода.

**Прогнозирование надежности резиновых деталей по изменению их жесткостных параметров.** Прогнозирование показателей надежности резиновых деталей по изменению их жесткости рассмотрим на примере изменения жесткости резинометаллических элементов типа ВРМ102 из резины 51-1562, установленных в различных узлах виброконвейера КВ2Т. В таблице 1 приведены значения жесткостей  $c_1, c_2, c_3$ , соответственно трем элементам.

Таблица 1 – Изменение жесткости элементов

$10^{-3}, \text{ч}$	$c_1, \text{кН/м}$	$c_2, \text{кН/м}$	$c_3, \text{кН/м}$
0,0	197	250	249
1,5	221	277	256
3,0	235	286	270
4,5	238	297	273
6,0	239	300	274
9,0	239	300	275
12,0	239	300	275
15,0	239	300	275
18,0	239	300	275
21,0	239	300	275
24,0	239	300	275

Предельным значением жесткости элементов в соответствии с критерием разрушения взято ее увеличение на 20-25 %:  $c_{max} = 312,5 \text{ кН/м}$ . Для числовых данных табл. 4

получаем следующие значения параметров:  $T = 254,98$ ;  $\sigma_m = 13,44$ ;  $\bar{h} = 0,00096$  и  $\sigma_h = 0,212 \cdot 10^{-3}$ .

Показатели надежности определяем по формулам (18), (19), и в этом случае они имеют следующие значения: гамма-процентный ресурс  $t_\gamma = 90\% = 43023$  ч; – вероятность безотказной работы на наработку  $T = 20000 - P(t = 20000) = 0,996$ .

Полученные результаты по оценке надежности БРМ свидетельствуют о высоком уровне ресурса, в течение которого с большой степенью вероятности сохраняется их работоспособность. По мере накопления информации об отказах и изменении во времени жесткостных параметров необходимо проводить корректировку оценок показателей надежности в рамках указанного методического подхода.

## 7 Математические модели отказов резиновых деталей при длительных циклических нагрузках

Наиболее достоверные оценки показателей надежности получают при использовании результатов эксплуатационных наблюдений и испытаний на надежность, их статистической обработке. Основные затруднения при этом состоят в ограниченности информации об отказах, объективных трудностях, связанных со сложностью наблюдений в реальных условиях, а также в незавершенности таких испытаний. Поэтому важно иметь возможность определять показатели надежности до завершения эксплуатационных испытаний.

Основная задача при расчете показателей надежности состоит в правильном, обоснованном выборе модели отказов, которая с высокой степенью достоверности отражала бы объективную картину процесса потери изделием работоспособности. Сформулированные выше на основе многочисленных комплексных исследований работоспособности и закономерностей разрушения натуральных резинометаллических элементов различных типов, критерии их отказов [1, 54-56] являются основой для выбора соответствующей модели отказов.

На практике установлено, что для резиновых элементов в процессе эксплуатации, как правило, характерны отказы нескольких видов. Это отказы как внезапные, вызываемые случайными причинами или неблагоприятным их сочетанием (скрытые дефекты, механические повреждения резины, нарушения технологии изготовления или норм эксплуатации, возникновение пиковых концентраций нагрузок и т.д.), так и постепенные отказы, связанные с усталостным разрушением резины, ее износом и старением. Кроме указанных причин к статистической неоднородности данных по отказам приводят: эксплуатация изделий в различных условиях и режимах; изготовление одного и того же изделия различными предприятиями; улучшение качества изделий по мере выпуска и т.д.

В практических приложениях очень важно понять и изучить причины возникновения неоднородности, с тем, чтобы исключить их или правильно учитывать при выборе модели отказов и расчете показателей надежности. Игнорирование же неоднородности приводит обычно к серьезным ошибкам в оценке показателей надежности.

В случае выявления неоднородных данных специальными методами (приработочные испытания) и их статистически обоснованного исключения из выборки для эластомерных элементов основной математической моделью распределения ресурса работоспособности установлено распределение Вейбулла [46], плотность распределения вероятности которого задается выражениями

$$f(t) = \frac{b}{a} (t/a)^{b-1} \exp[-(t/a)^b], \text{ или } f(t) = b\lambda \cdot t^{b-1} \exp[-\lambda \cdot t^b], \quad (21)$$

где  $b$  – параметр, характеризующий форму данного распределения;

$a$  – параметр масштаба;

$t$  – время наработки;

$\lambda = 1/a^b$ .

Основные показатели надежности в этом случае определяют параметрическим методом по вычисленным оценкам параметров  $\hat{a}$  и  $\hat{b}$  распределения (21).

При эксплуатации эластомерных элементов на практике, как правило, наблюдаются отказы и в начальный период еще до начала усталостного разрушения основной массы элементов по случайным причинам, приводящим к неоднородности данных и наличию различных видов отказов в данной выборке. В этом случае общей математической моделью распределения времени безотказной работы является суперпозиция нескольких законов распределения для отдельных видов отказов, плотности распределения которых хорошо описываются одним из простых законов, в общем случае различных типов.

Плотность распределения смеси распределений представляется в виде [51]

$$W(t, a) = \sum_{j=1}^k \beta_j t_j(t, a_j),$$

где  $k$  – число компонент в смеси, т.е. количество функций  $f_j(t, a_j)$ , входящих в функцию  $W(t, a)$ , количество видов отказов;

$\beta_j$  – весовые коэффициенты составляющих смесь распределений  $f_j(t, a_j)$ , удовле-

творяющие условию  $\sum_{j=1}^k \beta_j = 1$ ;  $f_j(t, a_j)$  – плотности распределений составляющих законов;

$a_j$  – векторы параметров составляющих законов;

$a$  – вектор параметров суперпозиции законов

$$a = \{a_1, a_2, \dots, a_j, b_1, b_2 \dots b_j\}.$$

На практике обычно используют смеси конечного типа, т.е. количество составляющих распределений  $f_j(t, a_j)$  – конечно, в противном случае будет не определена размерность пространства неизвестных параметров.

Интерпретация  $j$ -го компонента смеси как  $j$ -го искомого класса (сгустка, скопления) обуславливает наложение дополнительного ограничения, требующего одномодальности (одновершинности) составляющих плотностей распределения  $f_j(t, a_j)$ . Этому требованию отвечают распределения экспоненциальное, нормальное, Вейбулла, которые наиболее часто используются в качестве математических моделей ресурса работоспособности резиновых деталей [10-13].

Экспоненциальное распределение является хорошей моделью внезапных отказов резиновых деталей, нормальное и Вейбулла распределения – моделью постепенных отказов, являющихся следствием усталостного разрушения резины, ее старения и износа. Поэтому эти распределения будем рассматривать как наиболее вероятные составляющие смеси распределений, и все необходимые математические выкладки будут приведены для указанных распределений.

С достаточной для практических целей точностью, оценку показателей надежности технических систем можно проводить с использованием смеси распределений, состоящих из 2-3 компонент при известных законах распределения [51].

В нашем случае, если некоторая часть элементов имеет скрытые технологические дефекты – «слабые места», а основная масса элементов, выходит из строя по причине износа, то математическая модель распределения времени безотказной работы выбрана в виде суперпозиции двух распределений: экспоненциального для дефектных экземпляров и распределения Вейбулла, отвечающего характеру износа (старения) для остальных. Плотность распределения смеси при этом будет иметь вид

$$W(t, a) = \beta_1 \lambda_1 \exp(-\lambda_1 t) + (1 - \beta_1) b_2 \lambda_2 t^{b_2 - 1} \exp(-\lambda_2 t^{b_2}) \quad (23)$$

или двух распределений Вейбулла

$$W(t, a) = \beta_1 \lambda_1 b_1 t^{b_1 - 1} \exp(-\lambda_1 t^{b_1}) + (1 - \beta_1) \lambda_2 b_2 t^{b_2 - 1} \exp(-\lambda_2 t^{b_2}) \quad (24)$$

где  $\beta_1$  – доля внезапных отказов;  
 $\lambda_1, b_1, \lambda_2, b_2$  – параметры составляющих смесь распределений;  
 $t$  – наработки на отказ.

Таким образом, задача оценки показателей надежности ЭЭК по неоднородным данным с учетом различных видов отказов сводится к задаче описания наработок на отказ конечной смесью распределений вида (22)-(24).

Разрушение резины обычно происходит постепенно и формирование отказов резинометаллических элементов связано с постепенным накоплением повреждений: усталостных, износа, старения и т.д. Математическим отражением такого факта служат модели постепенных отказов, которые описывают ухудшение выходных параметров изделия, происходящее в процессе его эксплуатации. Решение задачи оценки и прогнозирования надежности в этом случае состоит в установлении выходного показателя (показателей), определяющего работоспособность элементов, оценку рассеяния начального значения этого показателя и изменения его величины во времени вплоть до отказа. Отказ возникает при достижении выходным параметром  $x(t)$  своего предельно допустимого (критического) значения  $X_{\max}$ . Вероятность безотказной работы  $P(t)$  элемента на заданную наработку  $t = T$  определится законом распределения выходного параметра  $f_x(x)$ , как вероятность невыхода его за допустимую границу  $X_{\max}$ , т.е.

$$P(t = T) = P(X \leq X_{\max}).$$

В общем случае временная зависимость выходного параметра имеет квазидетерминированный вид

$$x = f(u) = f[u(t)],$$

где  $u(t)$  – обычно случайная функция степени повреждения;  
 $f(\dots)$  – описывает детерминированную зависимость, рассматривается функция случайного аргумента.

Оценка показателей надежности в этом случае сводится к нахождению плотности распределения функции  $f_x$  по закону распределения ее аргумента  $f_u$ . Общий метод решения таких задач рассматривается в курсах теории вероятностей [50].

Основная трудность состоит в обосновании выбора зависимости (25). Наиболее распространенный случай – выходной параметр соответствует линейной зависимости, а распределение ее аргументов нормальному закону. При более сложных или эмпирических законах распределения бывает трудно получить аналитические выражения для получения функций  $f(t)$  или  $P(t)$ .

Основные виды случайных функций изменения возрастающих выходных параметров изделий, их графики и формулы для расчета основных показателей надежности приведены в [20, 28, 49].

В каждом конкретном случае в качестве выходного параметра выбирают наиболее ответственный за работоспособность изделия параметр, большое значение при этом имеет сложность (а зачастую и практическая возможность) определения или визуального наблюдения за его изменением в реальных условиях эксплуатации.

В соответствии со сформулированными выше критериями отказов резиновых деталей в качестве выходного параметра для них может быть использован коэффициент жесткости, температура диссипативного разогрева, а также изменение во времени наиболее важных характеристик детали – модуля сдвига  $G(t)$  и коэффициента диссипации энергии  $\psi(t)$ . Так, приняв за выходной параметр изменение во времени жесткости, а за отказ достижение жесткостью своего предельно допустимого (критического значения), показатели надежности определяют по формулам [20, 28, 49]. Данный методический подход может быть использован при расчете показателей надежности на стадии проектирования резинометаллических элементов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дырда В.И. Прочность и разрушение эластомерных конструкций в экстремальных условиях. – Киев: Наук. думка, 1988. – 232 с.
2. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях: Анализ, предсказание, предотвращение. – М.: Мир, 1984. – 624 с.
3. Проников А.С. Надежность машин. – М.: Машиностроение, 1978. – 492 с.
4. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
5. Гнеденко В.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
6. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. – М.: Стройиздат, 1982. – 351 с.
7. Вейбулл В. Усталостные испытания и анализ их результатов. – М.: Машиностроение, 1964. – 275 с.
8. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.
9. Фрейденталь А.М. Статистический подход к хрупкому разрушению // Разрушение. – М.: Мир, 1975. – Т. 2. – С. 616-645.
10. Гнеденко В.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
11. Герцбах И.Б., Кордонский Х.В. Модели отказов. – М.: Советское радио, 1966. – 166 с.
12. Кордонский Х.Б., Фридман Я.Ф. Некоторые вопросы вероятностного описания усталостной долговечности: обзор // Заводская лаборатория. – 1976. – № 7. – С. 829-847.
13. Гардинер К.В. Статистические методы в естественных науках. – М.: Мир, 1986. – 528 с.
14. Самаха М., Санкар Т.С. Динамические приемочные испытания станков, основанные на нелинейной стохастической модели // Груды американского общества инженеров-механиков. Конструирование и технология машиностроения. – М.: Мир, 1980. – Т. 102, № 1. – С. 41-51.
15. Sitzer Michael R. Stochastic damage model for non-linear visco-elastic material // Forschungim Ingenierwesen. – 1984. – V. 50, № 5. – P. 148.
16. Надежность и эффективность в технике: Справочник в 10 т. / Ред. совет: В.С. Авдеевский (пред.) и др. – М.: Машиностроение, 1987. – Т. 2. Математические методы в теории надежности и эффективности / Под ред. Б.В. Гнеденко. – М.: Машиностроение, 1987. – 280 с.
17. Ивлев В.В. Надежность систем из однотипных элементов. – М.: Радио и связь, 1986. – 96 с.
18. Карбасов О.Г. Проблемы оценки и расчета надежности резиновых технических изделий // Каучук и резина. – 1980. – № 4. – С. 23-25.
19. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
20. Временное практическое руководство по нормированию, подтверждению и обеспечению надежности машиностроительной продукции. – М.: ВНИИНМАШ, 1986. – 65 с.
21. Воинов К.Н. Прогнозирование надежности механических систем. – Л.: Машиностроение, 1978. – 208 с.
22. Машиностроение: Энциклопедия / Ред. совет: Фролов К.В. и др. – М.: Машиностроение. Надежность машин. – Т. IV-3 / Клюев В.В., Болотин В.В., Соснин Ф.Р. и др.; Под общ. ред. Клюева В.В. – 1998. – 592 с.
23. Болотин В.В. Введение в теорию и практику надежности//Конструирование машин. Справочно-методическое пособие / Под общей ред. К.В. Фролова. – Т. 2. Под ред. А.П. Гусенкова, А.Ф. Крайнева. – М.: Машиностроение, 1992. – С. 521-545.
24. Болотин В.В. Ресурс машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1990. – 448 с.
25. Надежность в машиностроении: Справочник. Ред. Шашкин В.В., Карзов Г.П. – СПб.: Политехник, 1992. – 719 с.
26. Надежность в технике. Научно-технические, экономические и правовые аспекты надежности, методическое пособие / Ред. Болотин В.В. – М.: МНТК «Надежность машин», 1993. – 253 с.
27. Надежность и эффективность в технике: Справочник в 10 т. – М.: Машиностроение. – Т. 1, 1986. – 224 с.; Т. 2, 1987. – 280 с.; Т. 3, 1988. – 328 с.; Т. 4, 1987. – 280 с.; Т. 5, 1988. – 316 с.; Т. 6, 1989. – 280 с.; Т. 7, 1990. – 320 с.; Т. 9, 1987. – 352 с.; Т. 10, 1990. – 336 с.
28. Надежность машиностроительной продукции. Практическое руководство по нормированию, подтверждению и обеспечению. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 328 с.
29. Надежность систем энергетики и их оборудования. Справочник в 4-х томах. Т. 1. Справочник по общим моделям анализа и синтеза надежности систем энергетики / Ред. Руденко Ю.Н. – М.: Энергоиздат, 1994. – 474 с.
30. Надежность технических систем. Справочник. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.
31. Миллер Д., Суэйн А. Ошибки человека и его надежность: Человеческий фактор. – М.: Мир, 1991, Т. 1. – С. 360-417.
32. ДСТУ 2861-94. Надійність техніки. Аналіз надійності. Основні положення. – Київ: Держстандарт України, 1995. – 33 с.
33. ДСТУ 2863-94. Надійність техніки. Програма забезпечення надійності. Загальні вимоги. – Київ: Держстандарт України, 1994. – 30 с.
34. ДСТУ 2862-94. Надійність техніки. Методи розрахунку показників надійності. Загальні вимоги. – Київ: Держстандарт України, 1995. – 33 с.
35. Определение показателей надежности эластомерных элементов машин / Дырда В.И., Твердохлеб Т.Е., Монастырский В.Ф. и др. // Труды II Международного симпозиума по механике эластомеров, Днепропетровск, 23-25 июня 1997 г. – Днепропетровск: Полиграфист, 1998. – С. 235-295.
36. Переверзев Е.С. Модели накопления повреждений в задачах долговечности. – Киев: Наук. думка, 1995. –

- 358 с.
37. Переверзев Е.С., Даниев Ю.Ф. Испытания и надежность технических систем. – Днепропетровск, 1999. – 217 с.
  38. Пампуро В.И. Структурная информационная теория надежности систем. – Киев: Наук. думка, 1992. – 238 с.
  39. Тимашев С.А. Надежность больших механических систем. – М.: Наука, 1982. – 184 с.
  40. Труханов В.М. Надежность изделий машиностроения. Теория и практика. – М.: Машиностроение, 1996. – 336 с.
  41. Хенли Э.Дж., Кумамото Х. Надежность технических систем и оценка риска. – М.: Машиностроение, 1984. – 518 с.
  42. Probabilistic Safety Assessment. – New York: American Nuclear Society, 1993. – Vol. 1. – 744 p.
  43. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1968. – 400 с.
  44. Лихтман В.И., Щукин Е.Д., Ребиндер Г.А. Физико-химическая механика металлов. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – 303 с.
  45. Захарьев Г.А. Достижения в области конструирования резиновых технических изделий // Каучук и резина. – 1980. – № 4. – С. 15-18.
  46. Карбасов О.Г., Меняк В.Я. Прогнозирование среднего ресурса работоспособности клиновых ремней // Каучук и резина. – 1970. – № 1. – С. 37-38.
  47. Проблемы оценки и расчета надежности резиновых технических изделий // Каучук и резина. – 1980. – № 4. – С. 30-34.
  48. Ротенберг Р.В. Надежность машин и идеи резервирования // Вестник машиностроения. – 1968. – № 10. – С. 19-23.
  49. РД 50-690-89. Надежность в технике. Методы оценки показателей надежности по экспериментальным данным. – Введ. 01.01.91 до 01.01.94. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 131 с.
  50. Ллойд Д.К., Липов М. Надежность: организация исследования, методы, математический аппарат. – М.: Советское радио, 1964. – 688 с.
  51. Айвязан С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.
  52. Меняк В.Я., Горелик В.М., Карбасов О.Г. Влияние вида отказа резиновых деталей на параметры математической модели надежности // Каучук и резина. – 1973. – № 5. – С. 39-44.
  53. Горелик В.М., Меняк В.Я., Шляхман А.А. Применение распределения Вейбулла при оценке надежности резинотехнических изделий // Производство шин, РТИ и АТИ. – М.: ЦНИИТЭнефтехим, 1975. – № 1. – С. 47-50.
  54. К оценке показателей надежности резинометаллических элементов транспортно-технологических машин / Дырда В.И., Твердохлеб Т.Е., Мазнецова А.В. и др.: АН УССР. Ин-т геотехн. механики. – Днепропетровск. 1987. – 7 с. – Библиогр. 11 назв. – Деп. в ВИНТИ 03.08.87, № 5547. – В87.
  55. Прогнозирование надежности и долговечности резинометаллических виброизоляторов технологического оборудования горно-обогатительных фабрик / Дырда В.И., Коваленко В.Я., Мазнецова А.В. и др. // Повышение надежности горных машин. – Киев: Наук. думка, 1991. – С. 133-138.
  56. Дырда В.И., Мазнецова А.В. К вопросу оценки надежности и долговечности резиновых элементов тяжелых горных машин // Надежность и долговечность машин и сооружений. – 1987. – Вып. 18. – С. 12-22.