УДК 622.363

Н.Т. Бобро, гл. технолог,
Л.В. Прохорец, инж.
(ИГТМ НАН Украины)
Р.Ю. Алтухов, гл. геолог
(ОАО «Павлоградуголь»)

ВЕРОЯТНОСТНАЯ ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ КОНСТРУКЦИИ «ЦЕЛИК–КРОВЛЯ» КАМЕР

Запропонована імовірнісна модель оцінки стійкості конструкції «покрівля-цілик» камер

PROBABILISTIC EVALUATION OF STABILITY OF STRUCTURES "PILLAR–ROOF" OF CHAMBERS

The probabilistic model for evaluating the stability of structures "roof-pillar" chambers is proposed

По своим масштабам выработанное пространство гипсовых шахт представляет собой уникальное горнотехническое сооружение. Невозможно предвидеть всех последствий, связанных с наличием и дальнейшим увеличением огромного объема непогашенных пустот, которые окажут влияние на безопасность очистных работ и уровень потерь в целиках.

Под устойчивостью выработанных пространств подразумевается такое состояние целиков и потолочин, при котором целостность этой системы сохраняется в течение необходимого времени на заданном уровне надежности при воздействии гравитационных, сейсмических, тектонических и других сил, возникающих в подработанном массиве пород.

Целью расчета надежности кровли и междукамерных целиков является гарантия того, что за время эксплуатации камер не наступит ни одно из предельных состояний [1]. В связи с тем, что нагрузки на кровлю и целики, и их прочность зависят от большого количества факторов, все из которых невозможно проконтролировать и учесть в расчетах и изменяются в довольно широких пределах, возникает необходимость проводить расчет вероятностно-статистическими методами.

Вопросы надежности управления горным давлением изложены в работе [2].

Нагрузка на целик в свою очередь является сложной функцией нескольких переменных:

а) естественного поля напряжений;

б) длительной прочности горных пород;

в) глубины разработки;

г) размеров выемочного поля, целиков и камер;

д) угла падения вмещающих пород;

е) напряжений, вызванных динамическими явлениями.

Динамические нагрузки – это кратковременные нагрузки, вызванные взрывными работами, горными ударами и т.д. Известно, что многократное воздействие динамических нагрузок сказывается на устойчивости целиков и потолочин, но количественная оценка их влияния затруднительна.

Без учета взрывных нагрузок на целики действует только нагрузка:

$$Q = h \cdot \gamma \cdot S, \qquad (1)$$

где h – мощность пород кровли; γ – объемный вес породы; S – площадь обнаженной поверхности непосредственной кровли, приходящаяся на целик.

При проведении взрывных работ к этой нагрузке добавляется динамическая составляющая:

$$P = \pm Q \frac{4\pi^2 \alpha}{gT^2}, \qquad (2)$$

где a – амплитуда упругих колебаний; T – период колебаний; g – ускорение силы тяжести.

Расчеты по этим формулам показали, что на расстоянии 70 м от взрыва максимальная нагрузка на целик может достигать 1,27 Q, на 30 м – 1,65 Q и на 7 м – 2,17 Q. Кроме статистически неоднородного распределения нагрузок на целики, необходимо также учитывать и статистический характер распределения напряжений в каждом из целиков.

Числовые расчеты показывают, что распределение нагрузок на целики в пределах шахтного поля является неравномерным [1]. Неравномерность нагрузок с течением времени возрастает. Выполненные экспериментальные исследования показали, что естественное поле напряжений в верхней части земной коры весьма неравномерно и создается не только весом земной коры, но и тектоническими напряжениями, что вызывает необходимость учитывать статистический характер распространения нагрузок на целики. Параметры распределения могут быть получены экспериментальным путем или с помощью теоретических рассуждений. Сопоставляя различные методы оценки вертикальных напряжений на целики (разгрузки, оптического моделирования, непосредственных вычислений), можно считать, что напряжения изменяются в широких пределах, как больше γH, так и меньше и коэффициент вариации относительно среднего γH составляет величину порядка V= 20-40%.

Вероятность разрушения междукамерного целика можно записать в следующем виде:

$$P\,(X > Y) = P\,(X - Y > 0), \qquad (3)$$

где X – нагрузка, представимая в виде случайной величины, распределенной по определенному закону; Y – прочность на сжатие породы целика, случайная величина со своим законом распределения.

Выражение (3) представляет собой вероятность того, что нагрузка превзойдет несущую способность целика, т.е. вероятность разрушения или наступления предельного состояния.

$P\,(X < Y)$ – представляет собой вероятность ненаступления предельного состояния (неразрушения) или надежность.

По результатам лабораторных испытаний, натурных наблюдений за смещением потолочин и разрушением целиков во времени, а также вероятностно-статистическая обработка упругих данных позволили установить при оценке и прогнозировании устойчивости выработанных пространств зависимость уровня надежности от коэффициента запаса прочности:

$$P = 1 - \frac{T}{n^6},$$

где n – коэффициент запаса прочности; T – время, лет.

Коэффициент запаса прочности определяется по формуле [5]:

$$n = \frac{a\ в\ к_ф\ к_c \sigma_p}{(a+l)(в+l^1)\gamma\ H} \cdot \frac{1+2\nu^2}{\nu},$$

где a – ширина целика (м); b – длина целика (м); l – пролет камеры (м); l^1 – пролет сбойки (м); γ – плотность налегающих пород, (т/м^3); H – глубина залегания (м); $K_ф$ – коэффициент формы [5]:

$$K_ф = \frac{0{,}21\frac{h}{a} + 0{,}79}{0{,}7\frac{h}{a} + 0{,}28},$$

где h – высота камеры (м); $K_с$ – коэффициент структурного ослабления; $\sigma_р$ – предел прочности на растяжение; ν – коэффициент поперечных деформаций.

Зависимость уровня надежности P от коэффициента запаса прочности целиков и срока их службы представлена в табл.1.

Таблица 1 – Вероятности неразрушения целиков

n	**T, лет**						
	10	20	40	60	100	120	140
2	0,8437	0,6875	0,375				
2,5	0,959	0,9181	0.836	0,7542	0,5904		
3,0	0,9863	0,9725	0,9451	0,9188	0,8628	0,82,54	0,8079
3,5	0,9946	0,9891	0,9782	0,9674	0,9456	0,9347	0,9238
4,0	0,9976	0,9951	0,9902	0,9853	0,9804	0,9756	0,9658

Полученные значения вероятности неразрушения целиков могут быть использованы при расчете надежности системы «кровля – целик». В работе [6] предложен методы оценки надежности кровли состоящей из одного или нескольких слоев, Наибольший интерес представляют прочностные свойства пород кровли, изучение которых проводится в лабораторных условиях. Так как эмпирические прочностные параметры имеют довольно широкий разброс значений, в качестве исчерпывающей оценки прочности является статистическое распределение прочности данного слоя.

Поскольку прочностные параметры пород изучаются для всех разностей составляющих кровлю, то возникает задача обобщенной прочностной оценки многослойной кровли в целом для k слоев. Для каждого i–го слоя кровли испытывается требуемое количество образцов (например, с целью определения предела прочности на сжатие σ_c перпендикулярно напластованию) и имеются, следовательно, основные статистические характеристики: среднее арифметическое $\bar{x}_c$, стандартное отклонение s_i и коэффициент вариации v_i, i = 1,2,…k. Мощность i–го слоя обозначим как m_i, i = 1,2. …k. В качестве обобщенной оценки прочности кровли обычно рассматривают средневзвешенную прочность.

Однако эта характеристика мало, что говорит в целом о прочности кровли, составленной пачкой слоев, это лишь удобная числовая мера за неимением лучшего.

Кровля, составленная одним слоем, может быть охарактеризована функцией вероятности разрушения при данном напряженном состоянии сжатия (здесь, и в дальнейшем рассматриваются предел прочности на сжатие и сжимающие нагрузки), которая имеет вид:

$$P(X < \gamma H) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\gamma H - \bar{x}}{s}} e^{-\frac{\left(\gamma H - \bar{x}\right)^2}{2s^2}} d(\gamma H), \tag{4}$$

где $\bar{x}$, s – статистические характеристики; X – обозначение случайной переменной прочности; γ – плотность пород; H – глубина залегания угольного пласта.

Вероятность неразрушения (противоположное событие) запишется так:

$$\Phi(\gamma H) = 1 - P(X < \gamma H) = P(X \ge \gamma H) = 1 - \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\gamma H} e^{-\frac{\left(\gamma H - \bar{x}\right)^2}{2s^2}} d(\gamma H). \tag{5}$$

Производя замену переменных $\frac{\gamma H - \bar{x}}{s} = t$, для вероятности неразрушения кровли, получаем:

$$\Phi(\gamma H) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\gamma H - \bar{x}}{s}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \tag{6}$$

Для интегралов вида (6) существуют подробные таблицы [3], с помощью которых вероятность неразрушения может быть определена в каждом конкретном случае, если только известны величины $\bar{x}$, s и γH.

В случае, когда известно только разброс прочностных характеристик горных пород оценка среднеквадратического отклонения может быть проведена упрощенными методами [4].

Определение стандартного отклонения обычными методами связано с довольно громоздкими вычислениями. Поэтому можно применить экспрессный метод его вычислений при нормальной распределенности исходной совокупности. Важным условием применения этого метода является предварительное выявление и исключение «выпадающих» наблюдений.

Метод эффективен при обработке совокупности объемом n $\leq$ 20. Расчет осуществляется с помощью простой формулы:

$$S = w_{\mathrm{n}}\, d_{\mathrm{n}},$$

где w_n - размах варьирования, $w_n = x_{\mathrm{n}} - x_1$, т.е. разность между наибольшим x_{n} и наименьшим x_1 значениями в упорядоченом по возрастанию ряду наблюдений; d_{n}- находится из данных, приведенных ниже, для соответствующего $n = 2$ (1) 20, табл. 2. Полученная оценка стандартного отклонения по выборочному размаху позволяет значительно ускорить оценку границ доверительных интервалов для средних.

Таблица 2 – Величины для вычисления стандартного отклонения

n	d_n	n	d_n	n	d_n	n	d_n
1	-	6	0,935	11	0,315	16	0,283
2	0,886	7	0,370	12	0,370	17	0,279
3	0,591	8	0,351	13	0,300	18	0,275
4	0,486	9	0,337	14	0,294	19	0,271
5	0,430	10	0,325	15	0,288	20	0,268

В случае многослойной кровли вероятность неразрушения i–го слоя запишется следующим образом:

$$\Phi_i(\gamma H) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\gamma H_i - \bar{x}}{S_i}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \tag{7}$$

где H_{i}- глубина заложения i–го слоя.

Вероятность неразрушения всех слоев кровли есть сложное событие, состоящее в неразрушении всех κ слоев одновременно, т.е.:

$$\Phi_{\kappa p} = \prod_{i-1}^{\kappa} \Phi_i(\gamma H_i) = \prod_{i-1}^{\kappa} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\gamma H_i - \bar{x}_i}{S_i}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \right). \tag{8}$$

Таким образом, надежность кровли есть вероятностная характеристика, которая зависит обратно пропорционально от количества слоев κ, глубин H_i, стандартных отклонений s_i и прямо пропорционально от средних значений прочности $\overline{x_i}$.

Рассмотренный подход к оценке надежности кровли основан был на том предположении, что прочностные характеристики распределены по нормальному закону или приближенно описываются им [4].

Следует заметить, что величина вероятности неразрушения представляет собой приближенное среднее значение, так как в формулы (4) и (8) входят параметры, которые оцениваются по ограниченному количеству наблюдений.

Приведем вычисления вероятности неразрушения кровли для Артемовского месторождения гипса. Исходные данные и результаты вычислений приведены в табл. 3. непосредственная кровля пласта представлена аргиллитом. Из-за сложной структуры пласта, изучались следующие элементы: 3,5 метровая пачка гипса, верхний доломит, однометровая пачка гипса. Вычислены вероятности неразрушения каждого элемента пачки, а также всей пачки, представляющей кровлю разрабатываемой верхней пачки гипса. Аналогичные вычисления выполнены для Анастасово-Порецкого и Бебяевского месторождений.

Для Анастасово-Порецкого месторождения исследуемая пачка представлена доломитом (кровля) и 5-метровым слоем гипса, оставляемого в кровле.

Для Бебяевского месторождения исследуемая пачка представлена 10-метровым слоем известняка (кровля) и 1,6-метровым слоем гипса, оставляемого в кровле. Результаты вычислений представлены в табл.3.

Таблица 3 – Вероятность неразрушения многослойной кровли

Структурный элемент	Интервал глубин	$\sigma_{сж}^{\max}$, МПа	$\sigma_{сж}^{\min}$, МПа	Размах выборки, МПа	σ_c, МПа	Стандарт, МПа	Плотность $\gamma \cdot 10^{-3}$ кг/м^3	Вероятность неразрушения слоя	Вероятность неразрушения кровли
Артемовское месторождение									
Аргиллит непосредственная кровля $V_{пл}$	60,8-75,0	36,2	2,0	34,2	12,5	6,7	2,42	0,9452	0,8267
3,5-метровая пачка гипса	75,0-78,5	32,6	2,2	30,4	14,2	3,9	2,28	0,9986	
Верхний доломит	78,5-79,5	126,0	4,7	121,3	33,2	25,3	2,30	0,8888	
Однометровая защитная пачка гипса	79,5-8,05	23,0	6,3	16,7	11,9	4,6	2,28	0,9854	
Анастасово-Порецкое месторождение									
Доломит	38,0-54,4	62,0	8,0	54,0	35,0	21,0	2,35	0,9452	0,8705
Гипс	54,4-59,0	15,6	6,7	8,9	11,2	3,5	2,25	0,9744	
Бебяевское месторождение									
Известняк	60,0-70,0	34,6	24,0	10,6	29,0	9,4	2,20	0,9996	0,992
Гипс	70,0-71,6	16,0	10,0	6,0	12,0	3,5	2,25	0,996	

Используя вычисленные значения вероятности неразрушения кровли для Артемовского, Анастасово - Порецкого и Бебяевского месторождений гипса, определим вероятности неразрушения системы “кровля-целик. Для перечисленных месторождений нормативный коэффициент запаса прочности n= 3.

Результаты вычислений в зависимости от срока службы выработок представлены в табл. 4.

Таблица 4 – Вероятность неразрушения многослойной кровли

Месторождение	Срок службы выработок, лет					
	10	20	40	60	100	140
Артемовское	0,8154	0,8040	0,7813	0,7587	0,7133	0,6679
Анастасово-Порецкое	0,8586	0,8466	0,8227	0,7988	0,7511	0,7033
Бебяевское	0,9784	0,9647	0,9375	0,9104	0,8559	0,8014

В табл. 5 приведены значения вероятности неразрушения системы «целик-кровля» в зависимости от срока службы выработок, коэффициента запаса прочности и вероятности неразрушения кровли.

Таблица 5 – Вероятности неразрушения системы «целик – кровля»

P_{kp}	10		40		60		100	
	3,0	2,5	3,0	2,5	3,0	2,5	3,0	2,5
0,8	0,789	0,7672	0,7581	0,6688	0,17342	0,6034	0,6902	0,4723
0,9	0,8877	0,8631	0,8506	0,7524	0,8259	0,6788	0,7765	0,5314
0,95	0,9370	0,9111	0,8978	0,7942	0,8718	0,7165	0,8197	0,5609
0,98	0,9666	0,9398	0,9262	0,8193	0,8993	0,7392	0,8455	0,5786
0,99	0,9764	0,9494	0,9356	0,8276	0,9085	0,7466	0,8542	0,5845
0,9999	0,9862	0,9589	0,9451	0,8359	0,9176	0,7541	0,8627	0,5904

Анализ таблицы показывает, что большое падение уровня надежности системы «целик-кровля» происходит в зависимости от срока службы выработки и величины коэффициента запаса прочности. Даже значения вероятности неразрушения кровли, равно 0,9999 и n=2,5, приводит систему в неустойчивое состояние через 100 лет эксплуатации.

Анализ вычисленных вероятностей неразрушения системы «целик-кровля» позволяет условно разделить отработанные участки на 5 категорий по прочности

I категория – участки весьма устойчивые. Надежность системы «кровля-целик» должна быть ≥ 0,9876 при надежности кровли 0,99 и надежности целика ≥ 0,998, $n \geq 2{,}7\sqrt[6]{T}$.

II категория – участки устойчивые. Надежность системы «кровля-целик» должна быть ≥ 0,92 при надежности целика ≥ 0,96 и надежности кровли ≥ 0,95, $n \geq 1{,}7\sqrt[6]{T}$.

III категория – участки средней устойчивости. Надежность системы «кровля-целик» составляет $P \geq 0{,}85$ при надежности целика $P_{ц} \geq 0{,}91$ и надежности кровли $P_{кр.} \geq 0{,}9$, $n \geq 1{,}5\sqrt[6]{T}$.

IV категория – участки наустойчивые. Надежность системы должна составлять $P \geq 0{,}72$ при надежности целика $P_{ц} \geq 0{,}82$ и надежности кровли ≥ 0,8, $n \geq 1{,}2\sqrt[6]{T}$

V категория – участки весьма неустойчивые надежность системы «кровля-целик» должна составлять не менее $P_{ц} \geq 0{,}5$ при надежности целика $P_{кр.} \leq 0{,}6$ и надежности кровли $P_{кр.} \leq 0{,}8$, $n \geq \sqrt[6]{T}$.

Таким образом, решение проблемы повышения надежности и долговечности подземных сооружений может быть достигнуто при условии учета характера изменчивости прочностных свойств пород, несущей способности сооружения и действующих нагрузок. Учет надежности на стадии проектирования, строительства и эксплуатации подземных сооружений и дальнейшего использования выработанного пространства позволит снизить расходы на его поддержание и наиболее выгодно использовать несущую способность пород и массива.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Степанов В.Я. К обоснованию коэффициента запаса прочности междукамерных целиков. // Устойчивость подготовительных выработок кровли камер. Фрунзе, Илим, 1971. С. 150 - 157.

2. Шейнин В.И. некоторые статистические задачи расчета подземных сооружений. / В.И Шейнин, К.В. Руппенейт. М.: Недра, 1969. - 152 с.

3. Шарапов И.П. Применение математической статистики в геологии. – М, 1971. – 260 с.

4. Глушко В.Т. Реология горного массива. / В.Т. Глушко, В.П. Чередниченко, Б.С. Усатенко. – К.: Наук. думка, 1981. – 180 с.

5. Усаченко Б.М. Геомеханика подземной добычи гипса. – К.: Наук. думка, 1985. – 216 с.

6. Бобро Н.Т. Вероятностная оценка прочности многослойной потолочины камерных выработок. / Н.Т. Бобро, Г.Т. Рубец, В.Б. Усаченко. //Геотехническая механика. Межвед. сборник научн. трудов ИГТМ им. Н.С. Полякова.- Днепропетровск: ИГТМ НАНУ, 2006.- Вып. 66.- С. 191-195.