

интегральный коэффициент проницаемости углеродного массива $k_{пр} = 3,5$ мД, а коэффициент извлечения метана $K_{извл} = 40$ %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шевелев Г.А. Динамика выбросов угля, породы и газа. – К. Наук думка, 1989. – 160 с.
2. В.В. Лукинов. Методика расчета извлекаемых запасов метана из подработанного и надработанного углеродного массива / В.В. Лукинов, А.П. Клец, В.Г. Ильюшенко, В.В. Бобрышев, Б.В. Бокий, Д.П. Гуня, В.В. Фичев // Геотехническая механика. – Днепропетровск, 2002. – Вып. 37. – С. 62–69.

УДК 532.516

Кандидаты техн. наук В. И. Елисеев,
В. И. Луценко (ИГТМ НАН Украины)

ДИНАМИКА ПАРОВЫХ ПУЗЫРЕЙ И КРИСТАЛЛОВ В ДВУХКОМПОНЕНТНОМ РАСТВОРЕ

Сформульована математична модель руху двокомпонентного і трьохфазного перегрітого середовища. На прикладі розчину цукрози у воді отримані залежності росту парових бульбашок і зміни радіусів кристалликів цукру по мірі руху розчину.

DYNAMICS OF BUBBLES OF VAPOUR AND CRYSTALS IN TWO-COMPONENTS SOLUTION

Mathematical model of movement of superheated environment two-components and three-phase are formulated. Dependences of growth of steam bubbles and changes of radiuses of crystals of sugar in process of movement of a solution are received by the example of a solution of sucrose in water.

Введение. В настоящее время вопросы теплообмена в многокомпонентных и многофазных системах приобретают большую актуальность в связи с развитием новых и усовершенствованием старых технологических процессов приготовления тех или иных продуктов пищевой, химико-технологической или металлургической продукции. В данной работе на основе общих законов тепло- и массообмена в многофазных системах рассмотрим некоторые основные закономерности динамики и роста паровых пузырьков и кристаллов в двухкомпонентном растворе сахарозы.

Постановка задачи и основные уравнения. Будем считать, что среда состоит из двух химически нейтральных компонентов: воды и сахарозы (раствор сахарозы) и трех фаз: жидкой (раствор), твердой (кристаллики сахара) и газообразной (пузырьки пара воды). Используя методологию работы [1], выпишем основные уравнения движения, теплообмена и массообмена, принимая во внимание, что между жидкой фазой и твердой, а также жидкой и газообразной фазами существует обмен массовыми и тепловыми потоками

$$\frac{\partial(n_c u_c)}{\partial x} + \frac{\partial(r n_c v_c)}{r \partial r} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(n_p u_p)}{\partial x} + \frac{\partial(r n_p v_p)}{r \partial r} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\alpha_c \rho_c u_c)}{\partial x} + \frac{\partial(r \alpha_c \rho_c v_c)}{r \partial r} = n_c j_c, \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\alpha_p \rho_p u_p)}{\partial x} + \frac{\partial(r \alpha_p \rho_p v_p)}{r \partial r} = n_p j_p, \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\alpha_r \rho_r u_r)}{\partial x} + \frac{\partial(r \alpha_r \rho_r v_r)}{r \partial r} = -(n_c j_c + n_p j_p), \quad (5)$$

$$\alpha_r \rho_r \left(u_r \frac{\partial u_r}{\partial x} + v_r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial(r \tau)}{r \partial r} + (n_c f_c + n_p f_p) + n_c j_c (u_r - u_c) + n_p j_p (u_r - u_p) - \alpha_r \rho_r g, \quad (6)$$

$$(\rho_r + 2\rho_c) \left(u_c \frac{\partial u_c}{\partial x} + v_c \frac{\partial u_c}{\partial r} \right) = 3\rho_r \left(u_r \frac{\partial u_r}{\partial x} + v_r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{3}{4} \rho_r c_{\mu c} \frac{|W_{rc}| W_{rc}}{r_c} + 3\rho_r \left(u_c \frac{\partial r_c}{r_c \partial x} + v_c \frac{\partial r_c}{r_c \partial r} \right) W_{rc} - 2g(\rho_c - \rho_r), \quad (7)$$

$$(\rho_r + 2\rho_p) \left(u_p \frac{\partial u_p}{\partial x} + v_p \frac{\partial u_p}{\partial r} \right) = 3\rho_r \left(u_r \frac{\partial u_r}{\partial x} + v_r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{3}{4} \rho_r c_{\mu p} \frac{|W_{rp}| W_{rp}}{r_p} + 3\rho_r \left(u_p \frac{\partial r_p}{r_p \partial x} + v_p \frac{\partial r_p}{r_p \partial r} \right) W_{rp} - 2g(\rho_p - \rho_r), \quad (8)$$

$$\alpha_r \rho_r \left(u_r \frac{\partial c_w}{\partial x} + v_r \frac{\partial c_w}{\partial r} \right) = \rho_r \frac{\partial}{r \partial r} \left(r \alpha_r D_r \frac{\partial c_w}{\partial r} \right) - n_c j_c (c_{wca} - c_w) - n_p j_p (c_{wpa} - c_w) - n_c g_{wca} - n_p g_{wpa}, \quad (9)$$

$$\alpha_r \rho_r \left(u_r \frac{\partial c_s}{\partial x} + v_r \frac{\partial c_s}{\partial r} \right) = \rho_r \frac{\partial}{r \partial r} \left(r \alpha_r D_r \frac{\partial c_s}{\partial r} \right) - n_c j_c (c_{sca} - c_s) - n_p j_p (c_{spa} - c_s) - n_c g_{sca} - n_p g_{spa}, \quad (10)$$

$$\alpha_r \rho_r \left(u_r \frac{\partial h_r}{\partial x} + v_r \frac{\partial h_r}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{r \partial r} r \alpha_r \left(\lambda_r \frac{\partial T_r}{\partial r} + D_r \sum_i h_i \frac{\partial c_i}{\partial r} \right) -$$

$$- n_c \left[q_{ca} + \sum_i h_{ica} g_{jca} + j_c (h_{rca} - h_r) \right] - n_p \left[q_{pa} + \sum_i h_{ipa} g_{jpa} + j_p (h_{rpa} - h_r) \right], \quad (11)$$

где x, r – система координат; n_j – концентрация гетерогенной фазы; u_j, v_j – компоненты скоростей, соответствующие x, r (индекс $j = r$ – раствор, $j = c$ – кристалл, $j = p$ – пузырь); ρ_j – плотность; r_j – радиус гетерогенной фазы; α_j – объемные доли жидкости, кристаллов и пузырьков; j_j – массовые потоки на границе гетерогенных фаз; p_r – давление в растворе; $W_{rc} = u_r - u_c$; $W_{rp} = u_r - u_p$; $\tau = \mu_r (\partial u / \partial r)$ – напряжение трения в растворе; c_i – компоненты раствора ($i = w$ – вода, $i = s$ – сахароза); h_r, h_{rca}, h_{rpa} – энтальпии гомогенной смеси соответственно в объеме и на поверхностях гетерогенных включений; T_r – температура раствора; g_{ija} – диффузионный поток i -го компонента на поверхности j -ой гетерогенной фазы; q_{ja} – тепловой поток на поверхности j -ой гетерогенной фазы; μ_r – эффективная вязкость раствора; λ_r – эффективный коэффициент теплопроводности раствора; D_r – эффективный коэффициент диффузии раствора. В системе (1) - (11) первые два уравнения определяют сохранение количества кристалликов и пузырьков в единице объема среды; три следующих – сохранение масс твердой, газовой и жидкой фаз; уравнения (6), (7), (8) являются уравнениями движения раствора и, соответственно, кристалликов и пузырьков; уравнения (9), (10) описывают диффузию компонентов в растворе, и, наконец, последнее уравнение является уравнением теплообмена в растворе.

Выписанная система уравнений представляет большие трудности для решения, несмотря на значительные успехи численных методов. Кроме того, сложность физических свойств рассматриваемых сред не допускает в настоящее время получения четких адекватных зависимостей, поэтому для выяснения основных закономерностей есть смысл в рассмотрении упрощенных постановок. Примем, что течение рассматриваемой среды происходит в трубе в адиабатических условиях и без подвода или отвода фаз и компонентов раствора. Если теперь проинтегрировать выписанные уравнения по поперечной координате в предположении, что все параметры течения не зависят от поперечной координаты, то получим следующую систему одномерных уравнений

$$u_c \frac{dn_c}{dx} = - \frac{du_c}{dx} n_c, \quad (12)$$

$$u_p \frac{dn_p}{dx} = - \frac{du_p}{dx} n_p, \quad (13)$$

$$j_c = \frac{4}{3} \pi u_c \frac{dM_c}{dx}, \quad M_c = \rho_c r_c^3, \quad (14)$$

$$j_p = \frac{4}{3} \pi u_p \frac{dM_p}{dx}, \quad M_p = \rho_p r_p^3, \quad (15)$$

$$\rho_r \alpha_r \frac{du_r}{dx} = -\rho_r u_r \frac{d\alpha_r}{dx} - n_c j_c - n_p j_p, \quad (16)$$

$$\alpha_c = \frac{4}{3} \pi r_c^3 n_c, \quad \alpha_p = \frac{4}{3} \pi r_p^3 n_p, \quad \alpha_r = 1 - \alpha_c - \alpha_p, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} (\rho_r + 2\rho_c) u_c \frac{du_c}{dx} = 3\rho_r u_r \frac{du_r}{dx} + \frac{3}{4} \rho_r c_{\mu c} \frac{|W_{rc}|}{r_r} W_{rc} + \\ + 3\rho_r u_r \frac{dr_c}{r_c dx} W_{rc} - 2(\rho_c - \rho_r) \end{aligned}, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} (\rho_r + 2\rho_p) u_p \frac{du_p}{dx} = 3\rho_r u_r \frac{du_r}{dx} + \frac{3}{4} \rho_r c_{\mu p} \frac{|W_{rp}|}{r_p} W_{rp} + \\ + 3\rho_r u_r \frac{dr_p}{r_p dx} W_{rp} - 2(\rho_p - \rho_r) \end{aligned}, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \alpha_r \rho_r u_r \frac{du_r}{dx} + \alpha_c \rho_c u_c \frac{du_c}{dx} + \alpha_p \rho_p u_p \frac{du_p}{dx} = -\frac{dp_r}{dx} + \\ + n_c j_c W_{rc} + n_p j_p W_{rp} + 2 \frac{\tau_T}{R_T} - (\alpha_r \rho_r + \alpha_c \rho_c + \alpha_p \rho_p) g \end{aligned}, \quad (20)$$

$$\alpha_r \rho_r u_r \frac{dc_w}{dx} = -n_c j_c (c_{wca} - c_w) - n_p j_p (c_{wpa} - c_w) - n_c g_{wca} - n_p g_{wpa}, \quad (21)$$

$$\alpha_r \rho_r u_r \frac{dc_s}{dx} = -n_c j_c (c_{sca} - c_s) - n_p j_p (c_{spa} - c_s) - n_c g_{sca} - n_p g_{spa}, \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \alpha_r \rho_r u_r c_r^* \frac{dT_r}{dx} = -n_c j_c c_r^* (T_{ca} - T_r) - n_p j_p c_r^* (T_{pa} - T_r) - \\ - n_c [q_{ca} + j_c c_r^* (T_{ca} - T_r)] - n_p [q_{pa} + j_p c_r^* (T_{pa} - T_r)] - 2 \frac{q_T}{R_t} \end{aligned}, \quad (23)$$

где, в отличие от предыдущей системы, выписанные параметры являются осредненными по площади поперечного сечения канала, а τ_T – напряжение трения

на стенке трубы; q_T – тепловой поток от стенки; R_T – радиус трубы; c_r^* – коэффициент теплоемкости раствора; c_{wca} , c_{wpa} – концентрации воды на поверхностях кристаллика и пузырька; c_{sca} , c_{spa} – концентрации сахарозы на соответствующих поверхностях; T_r – температура раствора в объеме, T_{ca} – температура кристаллизации, T_{pa} – температура кипения. При получении системы (12) – (23) в уравнении теплопроводности были сделаны некоторые упрощения – был отброшен диффузионный перенос энергии, и коэффициент теплоемкости был принят независимым от координат. К выписанной системе необходимо добавить уравнения движения поверхностей пузырька и кристалла [1], а также уравнения сохранения масс рассматриваемых фаз и температур [2]

$$u_c \frac{dr_c}{dx} = \frac{u_c}{3\rho_r r_c^2} \frac{dM_c}{dx}, \quad (24)$$

$$(1 - \varphi_{li}) r_p u_p \frac{dw_a}{dx} = \Phi, \quad (25)$$

$$u_p \frac{dr_p}{dx} = w_a + \frac{u_p}{3\rho_r r_p^2} \frac{dM_p}{dx}, \quad (26)$$

$$c_c u_c \frac{dT_c}{dx} = -15\lambda_c \frac{r_c}{M_c} \left(1 - \frac{c_c}{15\lambda_c r_c} u_c \frac{dM_c}{dx} \right) (T_c - T_{ca}), \quad (27)$$

$$\begin{aligned} (c_p - R) u_p \frac{dT_p}{dx} = RT_p u_p \left(\frac{dM_p}{M_p dx} - 3 \frac{dr_p}{r_p dx} \right) - \\ - 15\lambda_p \frac{r_p}{M_p} \left(1 - \frac{c_p}{15\lambda_p r_p} u_p \frac{dM_p}{dx} \right) (T_p - T_{pa}) \end{aligned}; \quad (28)$$

где $\Phi = \frac{p_p - p_r - 2\sigma/r_p}{\rho_r} - 4 \frac{\mu_r}{\rho_r} \frac{w_p}{r_p} - (1 - \varphi_2) \frac{3}{2} w_p^2 + \frac{1}{4} (1 - \varphi_3) W_{rp}^2$; p_p – давле-

ние в пузырьке; w_p – скорость поверхности пузыря; R – газовая постоянная пара; c_c , c_p – коэффициенты теплоемкостей пара и кристаллика соответственно; λ_c , λ_p – коэффициенты теплопроводности пара и кристаллика; φ_i – коэффициенты из [1]; σ – коэффициент поверхностного натяжения. Наконец, для замыкания выписанной системы уравнений необходимо записать граничные условия на границах гетерогенных сред, которые имеют следующий вид

$$u_c \frac{dM_c}{dx} = -3r_c^2 \frac{g_{sca}}{1 - c_{sca}}, \quad (29)$$

$$u_p \frac{dM_p}{dx} = -3r_p^2 \frac{g_{wpa}}{1 - c_{wpa}}, \quad (30)$$

$$u_c \frac{dM_c}{3r_c^2 dx} \Delta H_s = (q_{ca}^+ - q_{ca}^-), \quad (31)$$

$$u_p \frac{dM_p}{3r_p^2 dx} \Delta H_p = (q_{pa}^+ - q_{pa}^-); \quad (32)$$

где ΔH_s - теплота растворения сахарозы; ΔH_p - теплота парообразования; $q_{ca}^- = 5\lambda_p(T_c - T_{ca}/r_c)$, $q_{pa}^- = 5\lambda_p(T_p - T_{pa}/r_p)$ - внутренние потоки тепла [2]; при этом внешние потоки массы и тепла могут быть представлены в виде $g_{ija} = \alpha_{mi}(c_{ija} - c_i)$, $q_{ja}^+ = \alpha_{Ti}(T_{ia} - T)$, $\alpha_{mi} = D_i Nu_{mi}/2r_i$, $\alpha_{Ti} = \lambda_r Nu_{Ti}/2r_i$ - коэффициенты массо- и теплопередачи ($D_w = D_s = D_r$). Числа Нуссельта примем следующими:

для кристалликов [3]

$$Nu_{mc} = 2 + 1.28(Re_c \cdot Sc_r)^{1/3}, \quad Nu_{Tc} = 2 + 1.28(Re_c \cdot Pr_r)^{1/3}, \quad (33)$$

$$Sc_r = \frac{\mu_r}{\rho_r D_r}, \quad Pr_r = \frac{\mu_r c_r^*}{\lambda_r}, \quad Re_c = \frac{2r_c \rho_r |u_r - u_c|}{\mu_r};$$

для пузырьков [1]

$$Nu_{mp} = 2 + 0.6 Re_p^{0.55} Sc_r^{1/3}, \quad Nu_{Tp} = 2 + 0.6 Re_p^{0.55} Pr_r^{1/3}, \quad (34)$$

$$Re_p = \frac{2r_p \rho_r |u_r - u_p|}{\mu_r}.$$

Наконец, вся выписанная система уравнений должна быть дополнена формулами, характеризующими физические свойства раствора. Их можно найти в [4-6].

Обсуждение результатов. Для проведения расчетов в начальном сечении задавались величины скоростей фаз и температур, а также начальные значения концентраций кристалликов и пузырьков. При этом было принято предположение о том, что центрами кипения и центрами кристаллизации являются соответственно пузырьки и кристаллики в начальном сечении трубы. Результаты расчетов показаны на рис. 1-6. На первых трех показаны кривые изменения температур $\Delta T = T_r - T_{pa}$ (рис.1а) и кривые изменения концентрации сахарозы в растворе $\Delta c = c_s - c_{s0}$ (рис.1б) по мере движения среды в трубе.

На рис. 4-6 приведены кривые $\bar{r}_p = r_p/r_{p0}$ (серия а) и кривые $\delta=r_c/r_{c0}-1$ (серия б), полученные при соответствующих условиях, показанные в подрисуночных подписях. Расчеты были проделаны для начальных концентраций сахарозы $c_{s0}=0.6; 0.8$ и 0.92 и для начальных перегревов растворов $\Delta T= 0.5; 1.0$ и 1.5 градуса.

Из рис. 1 и 4 следует, что для начальной концентрации сахарозы, равной 0.6 перегрев раствора приводит к растворению кристалликов сахара.

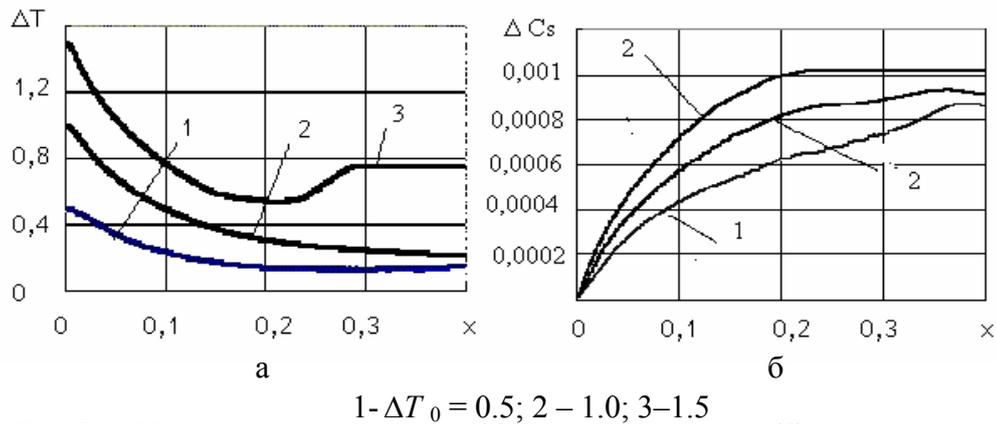


Рис.2 - Изменение температур (а) и концентраций (б) в растворе при адиабатическом движении раствора сахарозы ($c_{s0} = 0.8$)

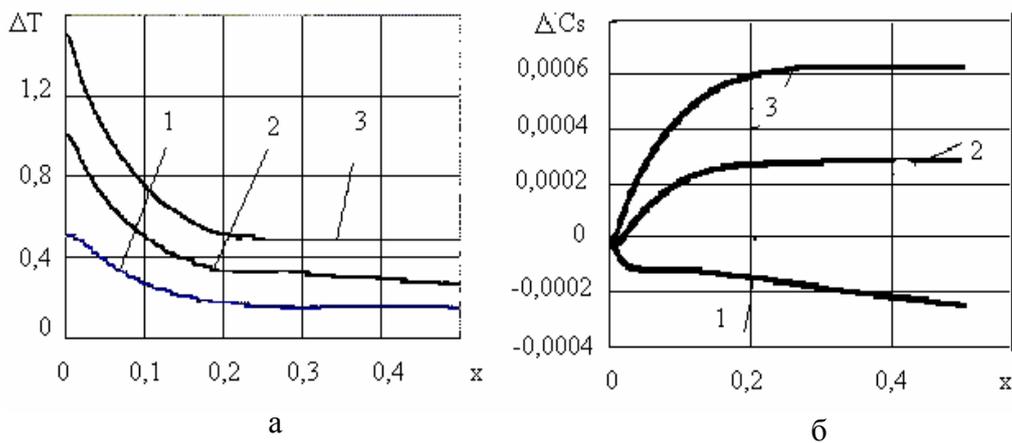
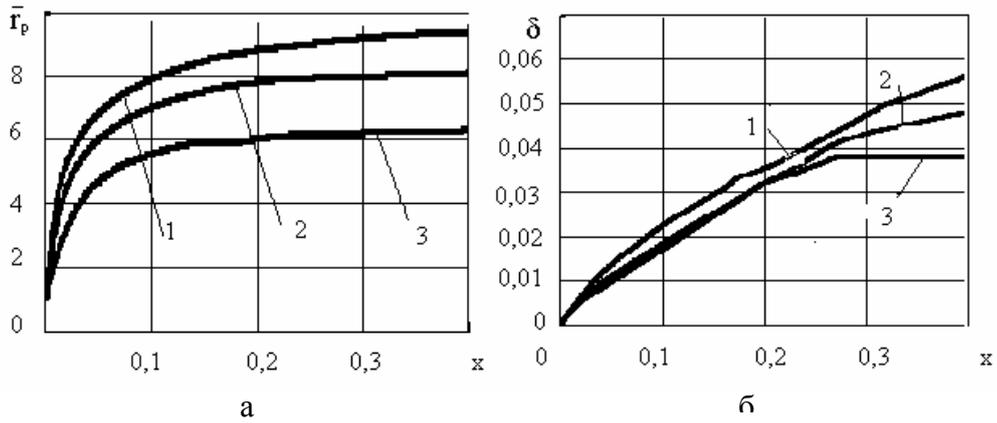
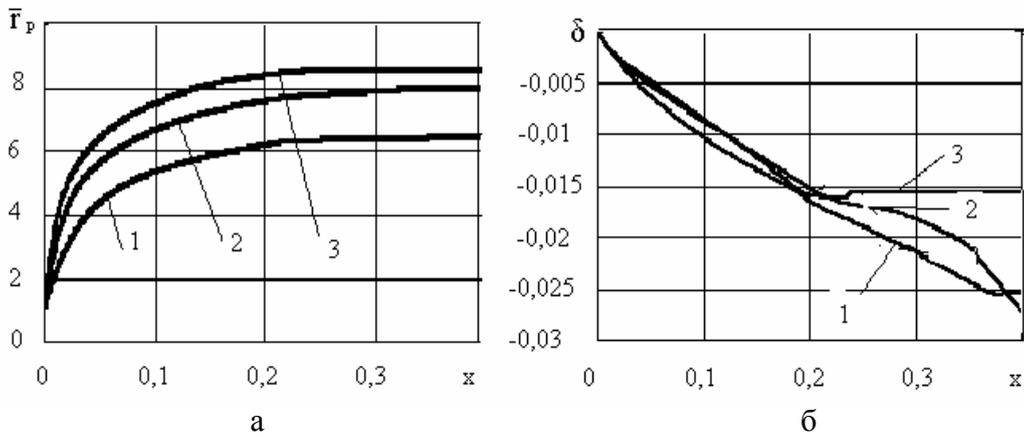


Рис.3 - Изменение температур (а) и концентраций (б) в растворе при адиабатическом движении раствора сахарозы ($c_{s0} = 0.92$)



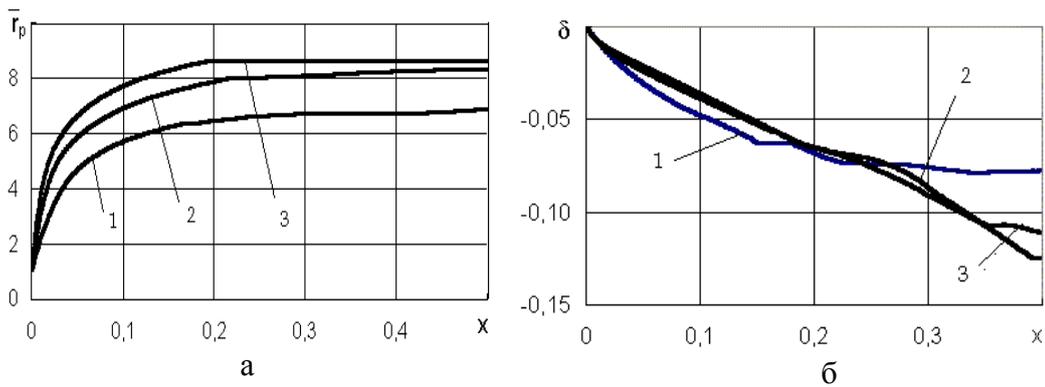
1 - $\Delta T_0 = 0.5$; 2 - 1.0; 3 - 1.5

Рис.4 - Изменение размеров паровых пузырей (а) и кристалликов сахара (б) в растворе при адиабатическом движении раствора сахарозы ($c_{s0} = 0.6$)



1 - $\Delta T_0 = 0.5$; 2 - 1.0; 3 - 1.5

Рис.5 - Изменение размеров паровых пузырей (а) и кристалликов сахара (б) в растворе при адиабатическом движении раствора сахарозы ($c_{s0} = 0.8$)



1 - $\Delta T_0 = 0.5$; 2 - 1.0; 3 - 1.5

Рис.6 - Изменение размеров паровых пузырей (а) и кристалликов сахара (б) в растворе при адиабатическом движении раствора сахарозы ($c_{s0} = 0.92$)

При этом величина перегрева постепенно уменьшается, концентрация раствора повышается, радиусы пузырей возрастают и достигают некоторых предельных величин, обусловленных начальной величиной перегрева. С увеличением начального перегрева идет более интенсивный рост пузырей и более интенсивное растворение кристалликов. Для более высокой начальной концентрации сахарозы ($c_{s0}=0.8$) процесс массообмена проходит в том же направлении, т.е. величина перегрева уменьшается, концентрация сахарозы в растворе растет, но значительно слабее, происходит растворение сахара, но с меньшей скоростью. Наконец, при очень высокой концентрации раствора ($c_{s0}=0.92$), как следует из рис. 3 и 6 вместе с кипением происходит процесс кристаллизации. При небольшом начальном перегреве ($\Delta T = 0.5$) кристаллизация проходит сравнительно интенсивно, так что при этом концентрация раствора уменьшается. С ростом начального перегрева кристаллизация замедляется, в результате чего концентрация раствора увеличивается.

Выводы. На основе теории гетерогенных сред проанализировано поведение трехфазной двухкомпонентной системы. На примере раствора сахарозы в воде показано влияние начальных перегревов раствора и начальной концентрации на процессы кипения, растворения и кристаллизации сахара.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. - Ч. I. - М.: Наука, 1987. - 464 с.
2. Елисеев В.И. Тепломассообмен в пузырьке, движущемся в многокомпонентном растворе // Вісник Дніпропетр. Ун-ту. Механіка. – 2003. – Вип. 7. – Т. 1. – С. 20-25.
3. Веригин А.Н., Щупляк И.А., Михалев М.Ф. Кристаллизация в дисперсных системах: инженерные методы расчета. – Л.: Химия, 1986. – 248 с.
4. Попов В.Д. Основы теории тепло- и массообмена при кристаллизации сахара. – М.: Пищ. Пром., 1973. – 320 с.
5. Зубченко А.В. Новое в кинетике кристаллизации сахара. - М.: Пищ. Пром., 1973. – 160 с.
6. Гулый И.С. Непрерывная варка и кристаллизация сахара. – М.: Пищ. пром., 1976. – 270 с.