

Канд. физ.-мат. наук Р.М. Таранец  
(Институт прикладной математики  
и механики НАН Украины),  
д-р геол. наук, проф. В.А. Привалов,  
канд. техн. наук, доц. С.Ю. Приходько

(Донецкий национальный технический университет)

## **ВЛИЯНИЕ МАССОВЫХ СИЛ НА ТЕКТОНИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ПРИМЕРЕ ДОНЕЦКОГО БАСЕЙНА**

Для опису якісного поведіння й реконструкції амплітуд інверсійних рухів у Донецькому басейні застосовується модель коливання пружної тонкої пластини під дією конкуруючих зовнішніх масових сил. Вертикальна компонента зсуву описується диференціальними рівняннями в частинних похідних гіперболічного виду. Початково-крайове рівняння вирішується методом чисельного моделювання в найбільш простій ситуації, коли в нелінійному рівнянні коливань пластини молодші нелінійні добавки поведуться лінійним образом. Зіставлення отриманих результатів з відомими реконструкціями інтенсивності денудації в Донбасі показує, що відповідний чисельний результат моделювання задовільно описує плановий розподіл асиметричного інверсійного підйому в межах тектонічного блоку між поперечними Донецько-Кадієвським і Єланчик-Рівницьким глибинними розламами.

## **THE INFLUENCE OF MASS FORCES ONTO EARTH SURFACE BEHAV- IOUR: EXAMPLE OF THE DONETS BASIN**

For the quantification of behavior and following modeling of inversion uplift in the Donetsk basin there has been applied a model of oscillation of an elastic thin plate under an action of competing external mass forces. The vertical component of displacement is described by the differential equations in partial differentials of hyperbolic type. An initial boundary problem is solved by the method of numerical modeling for the imposing case, wherein the subordinated nonlinear items in nonlinear equation for thin plate oscillations are possessed with linear behavior. Comparison of results obtained with existing models of denudation magnitudes for the Donetsk basin demonstrates that the numerical result of modeling has acceptable fit constraint with spatial characteristics of inversion uplift within the tectonic frame between transversal Donetsk-Kadievka and Elantchik-Rivne deep faults.

Для описания качественного поведения вертикального смещения локальной области земной поверхности применяется модель колебания упругой тонкой пластины под действием внешних массовых сил. Учитывая относительную локальность области, в которой рассматривается модель, можно пренебречь вращением Земли. Тогда, согласно [1], для вертикальной компоненты вектора смещения получаем уравнение в частных производных (гиперболического типа) следующего вида:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = \frac{\mu}{\rho} \Delta h + \frac{\partial f}{\partial h}, \quad (1)$$

где  $h = h(t, x, y)$  – вертикальное смещение, зависящее от времени  $t$  и декартовых плановых координат  $x, y$ ;  $f = f(h) := V_e + V_i$  – сумма соответствующих

внешних ( $V_e$ ) и внутренних сил ( $V_i$ ), действующих на земную поверхность;  $\mu$  – параметр Ламе;  $\rho$  – плотность;  $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$  – оператор Лапласа.

В качестве внешних сил  $V_e$  можно рассматривать воздействие на земную поверхность комплекса экзогенных процессов и эрозионных волн [2], влияние долговременных тенденций изменения атмосферного давления, результаты гравитационного взаимодействия Земли с другими космическими телами (Солнце, Луна), и т.п. В качестве внутренних сил  $V_i$  учитывается влияние вертикальных тектонических движений, возникающих как вследствие движения тектонических плит, так и в результате процессов физико-химической дифференциации вещества в недрах Земли. В дальнейшем рассмотрении мы конкретизируем выбор  $V_e$  и  $V_i$ , как функций от  $h$ .

В работе [3] приведена эмпирическая связь между вертикальным смещением –  $h$ , потенциалом силы тяжести –  $g$  и внешним потенциалом –  $V_e$ :

$$h = \frac{V_e}{g}, \quad (2)$$

Принимая во внимание тот факт, что потенциал силы тяжести в большей мере зависит от изменений внешнего потенциала, нежели от других факторов, (т.е.  $g$  является функцией от  $V_e$ ), полагаем следующую связь между ними:

$$g \sim (V_e)^\alpha, \quad \alpha > 0. \quad (3)$$

Данное предположение свидетельствует о том, что с увеличением воздействия внешнего потенциала сила тяжести также растет, а скорость роста зависит от выбора параметра  $\alpha > 0$ , который, вообще говоря, может зависеть от многих факторов. Таким образом, из соотношения (2) и нашего предположения (3) находим следующую зависимость  $h$  от  $V_e$ :

$$h \sim (V_e)^{1-\alpha} \Rightarrow V_e \sim h^{1/(1-\alpha)},$$

откуда нетрудно увидеть, что параметр  $\alpha$  должен быть меньше 1, т.е.  $0 < \alpha < 1$ . В случае  $\alpha > 1$  ( $\alpha = 1$ ) с увеличением  $V_e$  вертикальное смещение уменьшалось бы или оставалось бы постоянным, что противоречит эмпирическим данным по измерению вариации силы тяжести [4].

Далее мы предполагаем, что действие соответствующего внутреннего потенциала  $V_i$  соответствует действию потенциала силы тяжести:

$$V_i \sim g \sim (V_e)^\alpha \sim h^{\alpha/(1-\alpha)},$$

т.е. рост силы тяжести вызывает возрастание внутреннего потенциала. Та-

ким образом, в силу наших предположений о поведении массовых сил, уравнение (1) приводится к нелинейному уравнению колебаний пластины вида:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = \frac{\mu}{\rho} \Delta h + c_1 h^{\beta-1} - c_2 h^\beta, \quad 0 < c_i < \infty, 0 < \beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}, 0 < \alpha < 1. \quad (4)$$

Данное модельное уравнение учитывает зависимость вертикального смещения, а, следовательно, напряжения в земной поверхности, от взаимодействия внешнего и внутреннего суммарных потенциалов. Мы считаем, что основной вклад в формирование и развитие земной поверхности привносит именно “конкуренция” между этими потенциалами.

Нелинейные уравнения в частных производных широко используются при моделировании различных процессов в теории упругих деформаций, динамике течения жидкостей, теории горения, физике плазмы и т.д. Например, существует модель, описывающая эволюцию тонкой жидкой пленки, распространяющейся по твердой поверхности под действием конкурирующих сил гравитации и поверхностного натяжения. С помощью этой модели хорошо описывается эффект вязких «пальцев», т.е. возникновение на поверхности пленки определенных периодических структур. Определенная аналогия с этим эффектом прослеживается и в нашем модельном уравнении (4).

В данной работе изучается поведение вертикального смещения земной поверхности, описываемого уравнением вида (4), на примере Донецкого бассейна. В качестве основы для математического моделирования использовалась схема глубинных тектонических разломов фундамента Донбасса [5].

В момент времени, выбранный за начальный, мы предполагаем, что массив находится в состоянии покоя. Западная и восточная границы бассейна, соответственно в зонах Мариупольско-Курского и Липецко-Константиновского линейментов, зажаты ( $h = 0$ ), а северная (Северо-Донбасский краевой разлом) и южная (Южно-Донбасский краевой разлом) – свободны ( $\nabla h = 0$ ). Внутри массива, в зависимости от типов разрывных нарушений, задаются три вида разрывов:

$$(\nabla h|_1 - \nabla h|_2) \cdot \vec{n} = 0 \text{ – для слабых разрывов,}$$

$$(\nabla h|_1 - \nabla h|_2) \cdot \vec{n} + h = 0 \text{ – для упругих разрывов,}$$

$$(\nabla h|_1 - \nabla h|_2) \cdot \vec{n} + h = 1 \text{ – для упругих разрывов со смещением,}$$

где  $\vec{n}$  - вектор нормали к линии разрыва.

Получающаяся при этом начально-краевая задача решается методом численного моделирования в наиболее простой ситуации, когда в уравнении (4) младшие нелинейные слагаемые ведут себя линейным образом. Соответствующий численный результат, представляющий собой картограмму изолиний амплитуд инверсионного подъема на территории Донецкого бассейна в условных единицах (у. е.), показан на рис. 1.

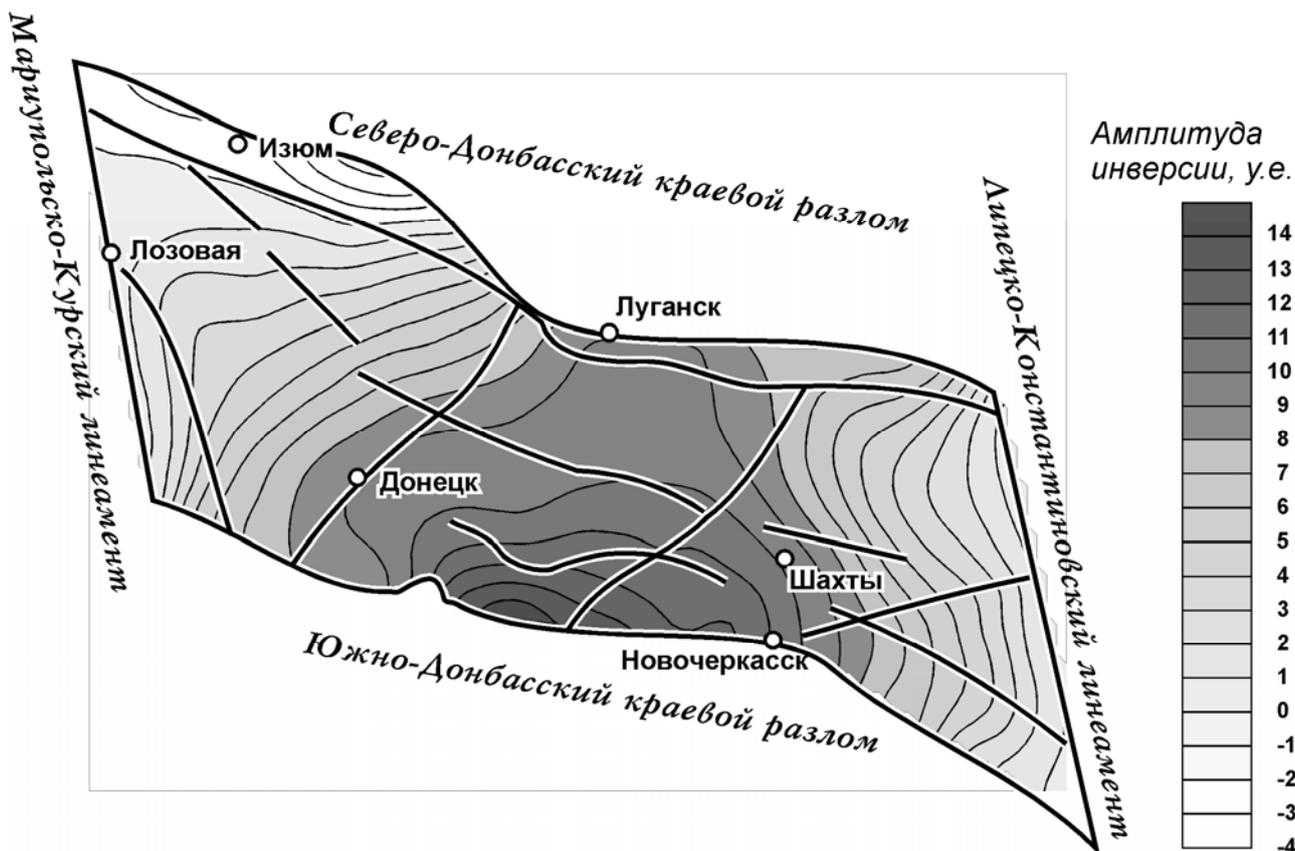


Рис. 1 – Модельная реконструкция амплитуд инверсионного подъема ( $h_{\text{мод}}$ ), предшествовавшего складкообразованию в уральскую фазу складчатости герцинского орогенического цикла, на территории Донецкого бассейна

Сопоставление полученных результатов с известными реконструкциями интенсивности денудации в Донбассе [6,7] показывает, что соответствующий численный результат моделирования ( $h_{\text{мод}}$ ), удовлетворительно описывает плановое распределение асимметричного инверсионного подъема ( $h_{\text{факт}}$ ) в пределах тектонического блока между поперечными Донецко-Кадиевским и Еланчик-Ровенецким глубинными разломами, которое предшествовало складкообразованию в уральскую фазу складчатости герцинского орогенического цикла. Между фактическими [6] и модельными данными установлена значимая корреляционная зависимость  $h_{\text{факт}} = 0,933 \exp(0,195h_{\text{мод}})$ , коэффициент корреляции  $r = 0,76$ .

Для того, чтобы аналитически прокомментировать получающийся результат, рассмотрим соответствующее (4) уравнение

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + c_1 h^{\beta-1} - c_2 h^{\beta}, \quad 0 < c_i < \infty. \quad (5)$$

при  $\beta = 1$  (т.е.  $\alpha = 1/2$ ). Будем искать решение в виде бегущей волны, а именно:

$$h(x,t) = f(x - \sqrt{\mu/\rho} t).$$

Для функции  $f$ , соответственно, получаем обычное дифференциальное уравнение:

$$\frac{2\mu}{\rho} f'' + c_1 - c_2 f = 0.$$

Общее решение этого уравнения имеет вид:

$$f(\xi) = a \exp(\sqrt{c_2 \rho / (2\mu)} \xi) + b \exp(-\sqrt{c_2 \rho / (2\mu)} \xi) + c_1 / c_2 \quad \forall a, b \in R^1,$$

где  $\xi = x - \sqrt{\mu/\rho} t$ . Таким образом, общее решение исходного уравнения (5) при  $\beta = 1$  будет:

$$h(x,t) = a \exp(\sqrt{c_2 \rho / (2\mu)} (x - \sqrt{\mu/\rho} t)) + b \exp(-\sqrt{c_2 \rho / (2\mu)} (x - \sqrt{\mu/\rho} t)) + c_1 / c_2.$$

для  $\forall a, b \in R^1$ . Из вида решения видно, что оно представляет собой семейство волн, движущихся на поверхности упругой пластины со скоростью  $\sqrt{\mu/\rho}$ . В нелинейной ситуации решение уравнения (5) при  $\beta \neq 1$  имеет вид:

$$h(x,t) = F^{-1}(\pm \xi + b) \quad \forall b \in R^1, \quad \xi = x - \sqrt{\mu/\rho} t,$$

где функция  $F^{-1}(\cdot)$  – обратная к функции

$$F(f) := \int_{f_0}^f \frac{df}{\sqrt{a + \rho/\mu [c_2(\beta + 1)^{-1} f^{\beta+1} - c_1 \beta^{-1} f^\beta]}} \quad \forall a \in R^1.$$

В этих рассуждениях не учитывались разрывы. Учет разрывов приводит, естественно, не к таким простым ответам, но для понимания качественной картины достаточно наблюдать за поведением бегущих на поверхности волн.

Результаты численных расчётов начально-граничных задач для уравнения (4) позволяют определять вариации вертикальных морфотектонических смещений в ходе геологической истории развития трансформированных инверсией осадочных бассейнов.

Применительно к Донецкому бассейну этот подход позволит в дальнейшем рассчитать пространственно-временные вариации напряженного состояния горного массива в момент инверсии и на последующих этапах тектонической эволюции бассейна. Поскольку инверсионный режим вызывает подъем отло-

жений, активизирует эрозионные процессы, нарушает системы первичного кливажа и приводит к перераспределению сформировавшихся на доинверсионной стадии углеводородных газов, полученные результаты могут быть использованы при реконструкциях процессов миграции и формирования скоплений метана в угленосной толще, а также для прогнозирования локализации газодинамических явлений в угольных шахтах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Морис Г., Мюллер А. Вращение Земли: Теория и наблюдения. – К.: Наук. думка, 1992. – 512 с.
2. Whipple K X., Tucker G.E. Dynamics of the stream-power river incision model: implications for height limits of mountain ranges, landscape response timescales, and research needs // Journ. Geophys. Res. – 1999. – Vol. 104. – P. 17661-17674.
3. Мельхиор П. Земные приливы. – М.: Мир, 1988. – 246 с.
4. Теркот Д.Л., Шуберт Дж. Геодинамика: Геологические приложения физики сплошных сред. Ч. 1: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 376 с.
5. Привалов В.А., Панова Е.А., Азаров Н.Я. Тектонические фазы в Донецком бассейне: пространственно-временная локализация и характер проявления // Геологія і геохімія горючих копалин, 1998. – № 4. – С. 11-18.
6. Нагорный Ю.Н., Нагорный В.Н. Особенности геологического развития Донецкого бассейна // Геотектоника – 1976. – № 1. – С. 74-86.
7. Привалов В.А., Саксенхофер Р., Жикаляк Н.В., Писковой М.А., Панова Е.А. Тепловые потоки в геологической истории Донбасса: результаты моделирования // Наук. праці ДонНТУ: Серія гірн.-геолог., 2001. – Вип. 32. – С. 14-21.

УДК 622.3.013:658.27

Докт. техн. наук Л.Н. Ширин,  
с.н.с. Л.Н. Посулько,  
асп. В.А. Расцветаев

(Национальный горный университет)

### ОЦЕНКА ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОДВЕСНЫХ МОНОРЕЛЬСОВЫХ ДОРОГ

Наведені результати досліджень експлуатаційних параметрів підвісних монорейкових доріг. Процес переміщення укрупнених вантажних одиниць монорейковими дорогами уперше розглядається як система «бічні породи – аркове кріплення – рухомий склад».

### THE ESTIMATION OF OVERHEAD MONORAIL PERFORMANCE

The results of monorail road operational pendant parameters research are considered in the article. The process of large cargo elements moving on monorail roads is shown as – “adjoining rock – support arch – rolling train” system for the first time.

В результате масштабного внедрения механизированных очистных комплексов нового поколения и интенсификацией горных работ на шахтах страны возникли проблемы своевременного обеспечения фронта очистных работ. Анализ работы 45 проходческих бригад шахт ОАО «Павлоградуголь» показал, что планируемые сроки подготовки выемочных столбов могут быть обеспечены комбайновым способом проведения пластовых выработок, однако при этом необходимо кардинально изменить действующие схемы вспомогательного транспорта. Традиционные схемы, рекомендуемые ранее нормативными документами для обеспечения подготовки запасов угольных шахт, базируются на приме-