

УДК 622.625.28

Франчук В.П., д-р техн. наук, професор,
Зіборов К.А., к-т техн. наук, доцент
(ДВНЗ «НГУ»)

ВНУТРІШНЯ ДИНАМІКА ЛАНОК ПРИВОДУ ШАХТНОГО ЛОКОМОТИВА З ПРУЖНИМИ ЗВ'ЯЗКАМИ

Франчук В.П., д-р техн. наук, професор,
Зіборов К.А., к-т техн. наук, доцент
(ГВУЗ «НГУ»)

ВНУТРЕННЯЯ ДИНАМИКА ЗВЕНЬЕВ ПРИВОДА ШАХТНОГО ЛОКОМОТИВА С УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ

Franchuk V.P., D. Sc. (Tech.), Professor,
Ziborov K.A., Ph.D. (Tech.), Associate Professor
(SHEI NMU)

INTERNAL DYNAMICS OF DRIVE LINKS WITH ELASTIC CONNECTIONS IN THE MINE LOCOMOTIVE

Анотація. Використовуючи рівняння Лагранжа в узагальнених координатах складена динамічна модель приводу шахтного локомотива, що реалізує тягове зусилля в точці контакту колеса і рейки. Визначено кінетична, потенційна енергії складної електромеханічної системи. Для залежності, що відображає особливості фрикційного контакту пари колесо - рейка для різних умов експлуатації запропонована аналітична модель, отримана на підставі експериментальних залежностей О.О. Ренгевича.

Постановка завдання в даному виді дозволяє при конкретних характеристиках динамічної моделі вирішувати завдання вибору параметрів компоновальних схем і пружно-дисипативних зв'язків при проектуванні приводів шахтного локомотива, а також оцінити резерви підвищення використання сили тяги і виробити заходи, спрямовані на їх реалізацію.

Ключові слова: шахтний локомотив, внутрішня динаміка, привод, тягове зусилля.

Вступ. Шахтні локомотиви можна віднести до складних динамічних систем. Рух шахтних локомотивів у виробітках і виконання ними технологічних процесів по транспортуванню гірської маси відбувається під дією зовнішніх і внутрішніх сил [1, 2].

До внутрішніх сил слід віднести, перш за все, рушійні сили, що розвиваються приводним двигуном, різні сили опорів, які супроводжують взаємодію ланок приводу, що утворюють кінематичні пари, а також пружні і непружні опори, обумовлені фізико-механічними властивостями матеріалів цих ланок. Зовнішні сили - це, в першу чергу, сили технологічного опору, що виникають при виконанні механічної системою її основних функцій (для шахтного локомотива це переміщення гірської маси, яка транспортується по гірничих виробітках).

До зовнішніх сил відносяться також сили тяжіння, що діють на локомотив в цілому, а також сили тертя (дисипативні), що виникають в місцях, які утворюють кінематичні пари, і визначаються умовами фрикційної взаємодії між ланками цих пар. При цьому реалізується технологічний процес, для якого призначена машина.

Незважаючи на значні конструктивні відмінності, загальною характерною рисою майже всіх гірничих транспортних машин є наявність процесів взаємодії вихідних ланок і зовнішнього середовища з метою переміщення зруйнованої гірської маси. Ці процеси супроводжуються коливаннями навантажень, як на вихідних ланках (для шахтних локомотивів – це колеса колісних пар), так і в елементах передавальних механізмів, приводу [2, 3]. Разом з тим, ці навантаження визначають основні розміри машин, їх експлуатаційні характеристики, надійність і працездатність. Тому вивчення формування навантажень у ланках передавальних механізмів, ходової частини і приводу в цілому є важливою проблемою при виборі параметрів і розробці (модернізації) конструкції гірничих транспортних машин.

При виконанні інженерних розрахунків і конструюванні шахтних локомотивів виходять із припущення, що навантаження на вихідних ланках по амплітуді і частоті відповідають навантаженням в елементах приводу [1, 2]. З цього випливає, що коефіцієнти жорсткості елементів ходової частини нескінченно великі, а характеристика двигуна абсолютно жорстка. При цьому вважається, що швидкість руху елементів механічної передачі строго задана, а, отже, динамічні параметри механічної системи не впливають на навантаження її ланок.

Однак, як показали подальші дослідження і експлуатація шахтних локомотивів [3, 4], елементи зв'язків ланок мають кінцеву жорсткість, що призводить до появи пружних деформацій елементів машини, нерівномірності їх руху, виникнення коливальних процесів і появи динамічних складових навантаження. В результаті цього навантаження в елементах приводу можуть значно відрізнятись від навантажень на вихідних ланках і від розрахункових навантажень, отриманих звичайними (статичними) методами. Все це вказує на те, що розрахунок шахтних локомотивів можна здійснювати без врахування інерційності їх рухомих мас, пружності елементів трансмісії і характеристики двигуна.

Рішення спільного, комплексного завдання визначення характеристик шахтного локомотива з урахуванням зовнішньої і внутрішньої динаміки пов'язано з великими труднощами і громіздкістю розрахункових схем. Тому вивчення явищ, що визначають їх внутрішню і зовнішню динаміку, в даній статті автори пропонують виконати окремо.

Мета роботи. Визначити внутрішню динаміку ланок приводу шахтного локомотива з пружними зв'язками, що реалізує тягове зусилля в точці контакту колеса і рейки.

Матеріал і результати досліджень. Неповна ясність причинних зв'язків в процесах, що відбуваються в зоні контакту коліс локомотивів з рейками і впливають на їх зчеплення, відсутність вироблених критеріїв оцінки параметрів, що описують ці процеси, і різноманіття діючих випадкових факторів [3, 5, 6] не дозволяють поки застосовувати повні просторові нелінійні розрахункові схеми, які описують в комплексі всі види коливань, що впливають на основний рух локомотива, і встановити залежності, необхідні для розрахунку його параметрів.

Тому розмірність математичної моделі в цілому повинна відповідати поставленим завданням і по можливості повинна бути мінімальною. Результати розрахунків, отримані за допомогою раніше застосовуваних і апробованих структур, повинні бути порівняні і не повинні суперечити наявним експериментальним даним.

Внутрішня динаміка шахтного локомотива може бути розглянута на основі динамічної (наведеної) розрахункової схеми, котра включає в себе маси (моменти інерції) ходової частини, передавального механізму і приводу, жорсткості пружних сполучних елементів і зовнішні сили (моменти зовнішніх сил), що діють на ці маси.

Для випадку, коли шахтний локомотив (наприклад, 4КР–600) має в якості приводу індивідуальний електричний двигун з обертовим ротором, елементи трансмісії і вихідні ланки, які також здійснюють обертальний рух, розрахункова схема, що дозволяє аналізувати внутрішню динаміку, матиме вигляд, представлений на рис. 1.

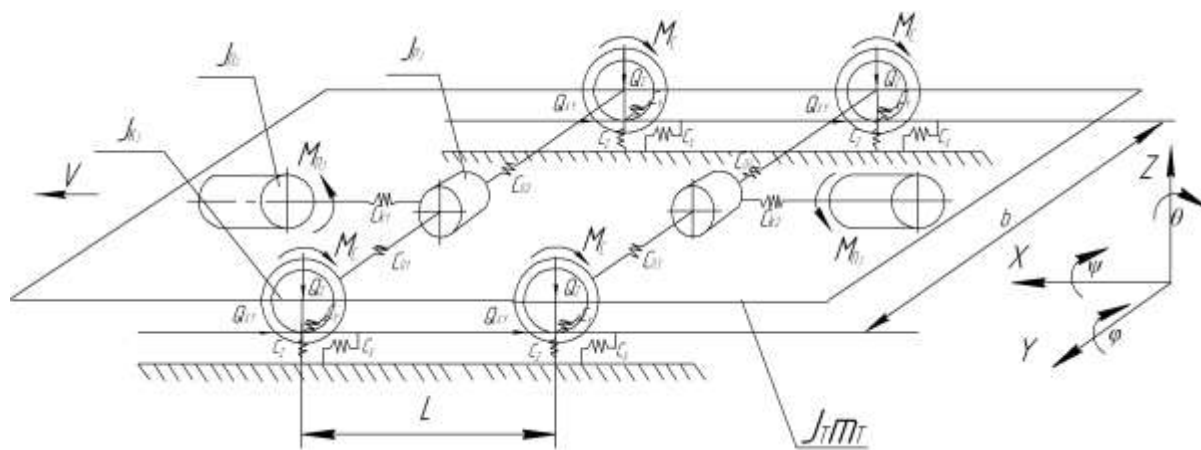


Рисунок 1 – Розрахункова схема шахтного локомотива з індивідуальним приводом

Привід даного локомотива складається з тягового електродвигуна з фланцевим кріпленням до редуктора, двоступеневого циліндро-конічного редуктора, рами і колісної пари [3]. Тут (рис. 1) позначені тільки маси (моменти інерції), лінійні (крутильні) жорсткості в тому числі елементів приводу і трансмісії.

Рух локомотива в цілому, як і рух будь-якого твердого тіла в просторі, може бути описано системою шести рівнянь, що враховують як прямолінійні, так і

поворотні переміщення. Так як кожна ступінь свободи призводить, як правило, до диференціальних рівнянь другого порядку, то для математичного опису системи потрібно $6N$ диференціальних рівнянь, де N означає число компонент динамічної системи. Рішення сукупності цих диференціальних рівнянь не тільки трудомістке, але в багатьох випадках не є необхідним.

Тому, незважаючи на те, що в силу специфіки накладених зв'язків і несиметрії системи всі ці коливання можуть виявитися взаємно пов'язаними, часто їх можна розглядати окремо.

Так для оцінки тягових властивостей локомотива в динамічній моделі можуть враховуватися ступеня свободи, відповідні коливанням посмикування, галопування, виляння, бокового віднесення і, в меншій мірі, бічної хитавиці [5, 6].

Теоретичною основою досліджень коливань неголономних систем з кінцевим числом ступенів свободи служать рівняння Лагранжа в узагальнених координатах. Щоб скористатися формою рівнянь Лагранжа записуються вирази для визначення кінетичної (по теоремі Кеніга), потенційної (по теоремі Клапейрона) енергії системи і роботи непотенційних сил на можливих переміщеннях.

Відповідно до обраної системи координат механічної системи тягового приводу і ходової частини шахтного локомотива з індивідуальним приводом, яка представлена на рис. 1, після перетворень отримаємо систему з 14 диференціальних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами такого вигляду:

$$\begin{aligned}
 J_{I_1} \cdot \ddot{\varphi}_1 + Ck_1(\varphi_1 - \varphi_2) &= M_{I_1} \\
 J_{P_1} \cdot \ddot{\varphi}_2 - Ck_1(\varphi_1 - \varphi_2) + C_{01}(\varphi_2 - \varphi_3) + C_{02}(\varphi_2 - \varphi_4) &= 0 \\
 J_{K_1} \cdot \ddot{\varphi}_3 - C_{01}(\varphi_2 - \varphi_3) + C_{x1}R_1 \left[R_1\varphi_3 + \frac{b}{2}\varphi_z + X \right] H \left[-\kappa_m - \left(\kappa_w + \frac{R_1\dot{\varphi}_3}{V} \right) \right] &= 0 \\
 J_{K_2} \cdot \ddot{\varphi}_4 - C_{02}(\varphi_2 - \varphi_4) + C_{x2}R_2 \left[R_2\varphi_4 - \frac{b}{2}\varphi_z + X \right] H \left[-\kappa_m - \left(\kappa_w + \frac{R_2\dot{\varphi}_4}{V} \right) \right] &= 0 \\
 J_{I_2} \cdot \ddot{\varphi}_5 + Ck_2(\varphi_5 - \varphi_6) &= M_{I_2} \\
 J_{P_2} \cdot \ddot{\varphi}_6 - Ck_2(\varphi_5 - \varphi_6) + C_{03}(\varphi_6 - \varphi_7) + C_{04}(\varphi_6 - \varphi_8) &= 0 \\
 J_{K_3} \cdot \ddot{\varphi}_7 - C_{03}(\varphi_6 - \varphi_7) + C_{x3}R_3 \left[R_3\varphi_7 + \frac{b}{2}\varphi_z + X \right] H \left[-\kappa_m - \left(\kappa_w + \frac{R_3\dot{\varphi}_7}{V} \right) \right] &= 0 \\
 J_{K_4} \cdot \ddot{\varphi}_8 - C_{04}(\varphi_6 - \varphi_8) + C_{x4}R_4 \left[R_4\varphi_8 - \frac{b}{2}\varphi_z + X \right] H \left[-\kappa_m - \left(\kappa_w + \frac{R_4\dot{\varphi}_8}{V} \right) \right] &= 0 \\
 J_X \cdot \ddot{\varphi}_x + C_{z1} \frac{b}{2} \left(Z + \frac{b}{2}\varphi_x + \frac{L}{2}\varphi_y \right) - C_{z2} \frac{b}{2} \left(Z - \frac{b}{2}\varphi_x + \frac{L}{2}\varphi_y \right) + C_{z3} \frac{b}{2} \left(Z + \frac{b}{2}\varphi_x - \frac{L}{2}\varphi_y \right) - \\
 - C_{z4} \frac{b}{2} \left(Z - \frac{b}{2}\varphi_x - \frac{L}{2}\varphi_y \right) &= \frac{(M_{I_1} + M_{I_2})}{u} \\
 J_Y \cdot \ddot{\varphi}_y + C_{z1} \frac{L}{2} \left(Z + \frac{b}{2}\varphi_x + \frac{L}{2}\varphi_y \right) + C_{z2} \frac{L}{2} \left(Z - \frac{b}{2}\varphi_x + \frac{L}{2}\varphi_y \right) - C_{z3} \frac{L}{2} \left(Z + \frac{b}{2}\varphi_x - \frac{L}{2}\varphi_y \right) - \\
 - C_{z4} \frac{L}{2} \left(Z - \frac{b}{2}\varphi_x - \frac{L}{2}\varphi_y \right) &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& J_Z \cdot \ddot{\varphi}_z + C_{y1} \frac{L}{2} \left(Y + \frac{L}{2} \varphi_z \right) + C_{y2} \frac{L}{2} \left(Y + \frac{L}{2} \varphi_z \right) - C_{y3} \frac{L}{2} \left(Y - \frac{L}{2} \varphi_z \right) - C_{y4} \frac{L}{2} \left(Y - \frac{L}{2} \varphi_z + \delta \right) + \\
& + C_{\delta y1} \frac{L}{2} \left(Y + \frac{L}{2} \varphi_z - \delta \right) H \left(Y + \frac{L}{2} \varphi_z - \delta \right) + C_{\delta y2} \frac{L}{2} \left(Y + \frac{L}{2} \varphi_z + \delta \right) H \left[- \left(Y + \frac{L}{2} \varphi_z + \delta \right) \right] - \\
& - C_{\delta y3} \frac{L}{2} \left(Y - \frac{L}{2} \varphi_z - \delta \right) H \left(Y - \frac{L}{2} \varphi_z - \delta \right) - C_{\delta y4} \frac{L}{2} \left(Y - \frac{L}{2} \varphi_z + \delta \right) H \left[- \left(Y - \frac{L}{2} \varphi_z + \delta \right) \right] + \\
& + C_{x1} \frac{b}{2} \left[R_1 \varphi_3 + \frac{b}{2} \varphi_z + X \right] H \left[-\kappa_m - \left(\kappa_{\omega} + \frac{R_1 \dot{\varphi}_3}{V} \right) \right] - C_{x2} \frac{b}{2} \left[R_2 \varphi_4 - \frac{b}{2} \varphi_z + X \right] H \left[-\kappa_m - \left(\kappa_{\omega} + \frac{R_2 \dot{\varphi}_4}{V} \right) \right] + \\
& + C_{x3} \frac{b}{2} \left[R_3 \varphi_7 + \frac{b}{2} \varphi_z + X \right] H \left[-\kappa_m - \left(\kappa_{\omega} + \frac{R_3 \dot{\varphi}_7}{V} \right) \right] - C_{x4} \frac{b}{2} \left[R_4 \varphi_8 - \frac{b}{2} \varphi_z + X \right] H \left[-\kappa_m - \left(\kappa_{\omega} + \frac{R_4 \dot{\varphi}_8}{V} \right) \right] = 0 \\
& m_T \cdot \ddot{X} + C_{x1} \left[R_1 \varphi_3 + \frac{b}{2} \varphi_z + X \right] H \left[-\kappa_m - \left(\kappa_{\omega} + \frac{R_1 \dot{\varphi}_3}{V} \right) \right] + C_{x2} \left[R_2 \varphi_4 - \frac{b}{2} \varphi_z + X \right] H \left[-\kappa_m - \left(\kappa_{\omega} + \frac{R_2 \dot{\varphi}_4}{V} \right) \right] + \\
& + C_{x3} \left[R_3 \varphi_7 + \frac{b}{2} \varphi_z + X \right] H \left[-\kappa_m - \left(\kappa_{\omega} + \frac{R_3 \dot{\varphi}_7}{V} \right) \right] + C_{x4} \left[R_4 \varphi_8 - \frac{b}{2} \varphi_z + X \right] H \left[-\kappa_m - \left(\kappa_{\omega} + \frac{R_4 \dot{\varphi}_8}{V} \right) \right] = -Q_{xy} \\
& m_T \cdot \ddot{X} + C_{x1} \left[R_1 \varphi_3 + \frac{b}{2} \varphi_z + X \right] H \left[-\kappa_m - \left(\kappa_{\omega} + \frac{R_1 \dot{\varphi}_3}{V} \right) \right] + C_{x2} \left[R_2 \varphi_4 - \frac{b}{2} \varphi_z + X \right] H \left[-\kappa_m - \left(\kappa_{\omega} + \frac{R_2 \dot{\varphi}_4}{V} \right) \right] + \\
& + C_{x3} \left[R_3 \varphi_7 + \frac{b}{2} \varphi_z + X \right] H \left[-\kappa_m - \left(\kappa_{\omega} + \frac{R_3 \dot{\varphi}_7}{V} \right) \right] + C_{x4} \left[R_4 \varphi_8 - \frac{b}{2} \varphi_z + X \right] H \left[-\kappa_m - \left(\kappa_{\omega} + \frac{R_4 \dot{\varphi}_8}{V} \right) \right] = -Q_{xy} \\
& m_T \cdot \ddot{Y} + C_{y1} \left(Y + \frac{L}{2} \varphi_z \right) + C_{y2} \left(Y + \frac{L}{2} \varphi_z \right) + C_{y3} \left(Y - \frac{L}{2} \varphi_z \right) + C_{y4} \left(Y - \frac{L}{2} \varphi_z \right) + \\
& + C_{\delta y1} \frac{L}{2} \left(Y + \frac{L}{2} \varphi_z - \delta \right) H \left(Y + \frac{L}{2} \varphi_z - \delta \right) + C_{\delta y2} \frac{L}{2} \left(Y + \frac{L}{2} \varphi_z + \delta \right) H \left[- \left(Y + \frac{L}{2} \varphi_z + \delta \right) \right] - \\
& - C_{\delta y3} \frac{L}{2} \left(Y - \frac{L}{2} \varphi_z - \delta \right) H \left(Y - \frac{L}{2} \varphi_z - \delta \right) - C_{\delta y4} \frac{L}{2} \left(Y - \frac{L}{2} \varphi_z + \delta \right) H \left[- \left(Y - \frac{L}{2} \varphi_z + \delta \right) \right] = 0 \\
& m_T \cdot \ddot{Z} + C_{z1} \left(Z + \frac{b}{2} \varphi_x + \frac{L}{2} \varphi_y \right) + C_{z2} \left(Z - \frac{b}{2} \varphi_x + \frac{L}{2} \varphi_y \right) + C_{z3} \left(Z + \frac{b}{2} \varphi_x - \frac{L}{2} \varphi_y \right) + \\
& + C_{z4} \left(Z - \frac{b}{2} \varphi_x - \frac{L}{2} \varphi_y \right) = Q,
\end{aligned}$$

де m_T – маса екіпажної частини тягового візка; J_X, J_Y, J_Z – моменти інерції тягового візка щодо, відповідно, вісей X, Y, Z ; J_{K_j} – момент інерції i -го колеса тягового візка ($i=1, \dots, 4$); J_{P_j} – момент інерції j -го редуктора колісної пари тягового візка, наведений до тягового зубчастого колеса колісної пари ($j=1, 2$); J_{P_j} – момент інерції ротора j -го двигуна колісної пари тягового візка ($j=1, 2$); φ_i – кутові узагальнені координати переміщення центрів мас ротора двигуна, редуктора, коліс колісної пари тягового візка ($i=1, \dots, 8$); $\varphi_X, \varphi_Y, \varphi_Z$ – кутові узагальнені координати переміщення центру мас тягового візка; X, Y, Z – лінійні узагальнені координати переміщення центру мас рами тягового візка; C_k –

наведена крутильна жорсткість передавального механізму (з урахуванням зубчастих коліс і валів редуктора); C_{0i} – крутильна жорсткість ділянки осі колісної пари довжиною l і діаметром d від зубчастого колеса тягової передачі до центру колеса колісної пари ($i=1, \dots, 4$); C_{zi} – вертикальна жорсткість шахтної рейкової колії при взаємодії з i -м колесом тягового візка ($i=1, \dots, 4$); C_{yi} – поперечна жорсткість шахтної рейкової колії при взаємодії з i -м колесом тягового візка на плямі контакту ($i=1, \dots, 4$); C_{xi} – поздовжня жорсткість шахтної рейкової колії при взаємодії з i -м колесом тягового візка на плямі контакту ($i=1, \dots, 4$); $C_{\delta y_i}$ – бічна жорсткість шахтної рейкової колії при взаємодії з ребордою i -го колеса тягового візка ($i=1, \dots, 4$); b – ширина колії по доріжці кочення коліс колісної пари локомотива; L – колісна база шахтного локомотива; R_i – радіус по колу катання i -го колеса колісної пари тягового візка ($i=1, \dots, 4$); δ – відстань між гребнями коліс в точках контакту їх з рейками при поперечному русі тягового візка локомотива для середнього положення в колії; k, k_m – параметр ковзання (поточний, максимальний) для заданого значення складової тягового навантаження на колесі колісної пари; V – швидкість поступального руху центру мас тягового візка шахтного локомотива.

З точки зору використання сили зчеплення не байдуже за яким законом змінюється сила тяги протягом кожної фази руху і яка тривалість кожної з цих фаз. Тому що в залежності від того, за яким законом зміни сили тяги ми наближаємося до межі зчеплення, залежить закон розподілу дотичних сил по опорній поверхні колеса на рейці, а, отже, і ступінь використання сили зчеплення.

В роботі [5] авторами розроблено аналітичну модель взаємодії колеса і рейки на елементарній ділянці контакту при наявності нормального і дотичного навантаження (режим тяги). Використовуючи аналітичну модель отримана якісна залежність, яка відображає особливості фрикційного контакту пари колесо–рейка для різних умов експлуатації, де характер взаємодії контактуючої пари істотно відрізняється. Математичний опис процесу засновано на шахтних експериментальних дослідженнях залежності тягового зусилля від швидкості відносного руху (неповне прослизання - так званий режим кріпа, зрив зчеплення і повне ковзання, що несе за собою зниження сили тяги) О.О. Ренгевича:

$$Q_{xy} = \mu_0 \alpha Q_z \chi$$

де $\chi = \frac{k_m}{\delta k_m^2 V + \beta k_m + \lambda}$ – коефіцієнт форми взаємодії тіл з рухомою точкою контакту.

Користуючись даним аналітичним рішенням для умов взаємодії тіл з рухомою точкою контакту, і виходячи з реальних розмірів плями контакту пари колесо–рейка, можна визначити поздовжню C_{xi} і поперечну C_{yi} жорсткості на плямі контакту для різних умов взаємодії:

$$C_{xi} = \frac{Q}{4\pi a k_m} \mu_0 \alpha \frac{-\kappa_m}{\delta \kappa_m^2 V + \beta \kappa_m + \lambda}; \quad C_{yi} = \frac{Q}{4\pi b k_m} \mu_0 \alpha \frac{-\kappa_m}{\delta \kappa_m^2 V + \beta \kappa_m + \lambda} .$$

Якісна залежність, яка відображає особливості фрикційного контакту пари колесо–рейка для шахтних умов експлуатації (рис. 2), описує умови взаємодії контактує пари шахтного локомотиву (при швидкості руху рейкового екіпажу $V = 14$ км/год (~ 4 м/с)). Облік непружних опорів, представлених у вигляді комплексного модуля пружності [7], дозволяє оцінити ступінь впливу фізико-механічних властивостей і температури контактуючих поверхонь на реалізацію максимального тягового зусилля.

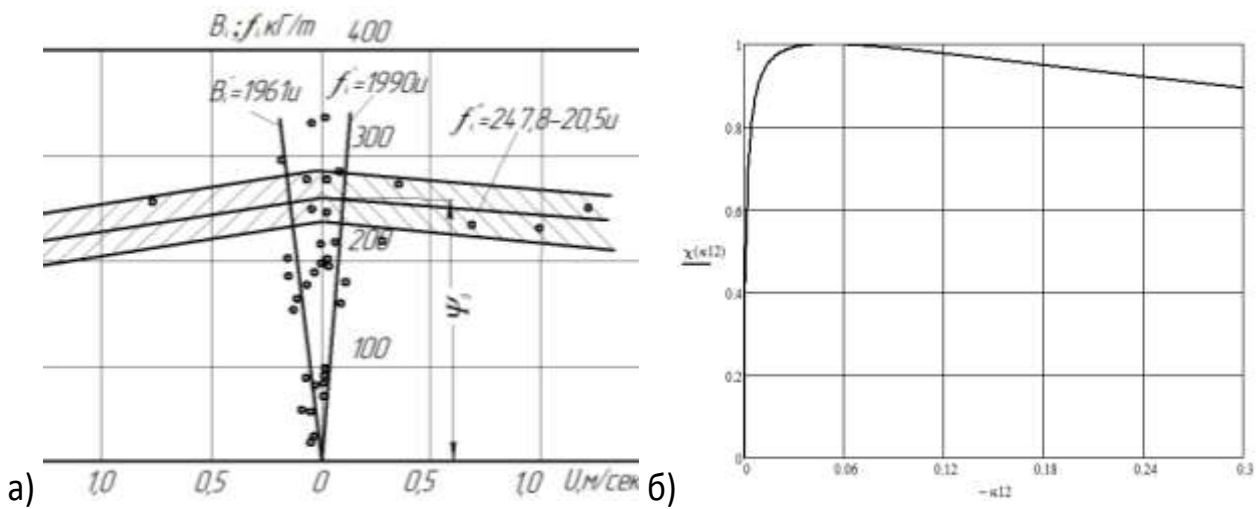


Рисунок 2 – Експериментальна (а) і апроксимуюча (б) залежності для шахтних локомотивів

Для вивчення внутрішньої динаміки представленої на рис.1 системи необхідно задати чисельні значення параметрів, що визначають інерційні і пружні властивості ланок. Дослідження поведінки ланок приводу шахтного локомотива зводиться до проведення різноманітних розрахунків даної багатомасової системи при вихідних і змінених чисельних значеннях її параметрів.

Для вирішення даного завдання прийняті числові значення параметрів шахтного локомотива 4КР–600: $m_T = 4 \cdot 10^3$ кг; $J_X = 1400$ кг·м²; $J_Y = 8243$ кг·м²; $J_Z = 8577$ кг·м²; $J_{K_i} = 7,1$ кг·м²; $J_{P_i} = 27,1$ кг·м²; $J_{\Pi_i} = 1,125$ кг·м²; $C_k = 10^5$ Н·м/рад; $C_0 = 2,8 \cdot 10^5$ Н·м/рад; $C_{z_i} = 147 \cdot 10^6$ Н/м; $C_{y_i} = 40,4 \cdot 10^6$ Н/м; $b = 600$ мм; $L = 900$ мм; $R_i = 270$ мм.

Виконавши перетворення представленої математичної моделі, переведемо систему з 14 диференціальних рівнянь в матричну форму з відповідними коефіцієнтами при доданках алгебраїчних рівнянь (рис. 3):

Коливання транспортних машин з позицій аналітичної механіки можна класифікувати як малі коливання [8], тому що, отримуючи досить мале початкове обурення, транспортна система в подальшому русі перебуває в найближчій околиці незбуреного рівноважного стану або при відповідних умовах

повертається в рівноважний стан, здійснюючи біля нього більш-менш швидко затухаючі коливання.

$$M14 := \begin{pmatrix} a1(\omega) & a_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{2,1} & a2(\omega) & a_{2,3} & a_{2,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{3,2} & a3(\omega) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{3,11} & a_{3,12} & 0 & 0 \\ 0 & a_{4,2} & 0 & a4(\omega) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{4,11} & a_{4,12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a5(\omega) & a_{5,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{6,5} & a6(\omega) & a_{6,7} & a_{6,8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{7,6} & a7(\omega) & 0 & 0 & 0 & a_{7,11} & a_{7,12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{8,6} & 0 & a8(\omega) & 0 & 0 & a_{8,11} & a_{8,12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a9(\omega) & 0 & a_{9,11} & 0 & 0 & a_{9,14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{10,9} & a10(\omega) & 0 & 0 & 0 & a_{10,14} \\ 0 & 0 & a_{11,3} & a_{11,4} & 0 & 0 & a_{11,7} & a_{11,8} & 0 & 0 & a11(\omega) & a_{11,12} & a_{11,13} & 0 \\ 0 & 0 & a_{12,3} & a_{12,4} & 0 & 0 & a_{12,7} & a_{12,8} & 0 & 0 & a_{12,11} & a12(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{13,11} & 0 & a13(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{14,9} & a_{14,10} & 0 & 0 & 0 & a14(\omega) \end{pmatrix} \quad V14 := \begin{pmatrix} \text{МП1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \text{МП2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\text{МП} \\ 0 \\ \text{П11} \\ -Qx \\ \text{П13} \\ Q \end{pmatrix}$$

Рисунок 3 – Лістинг програмного рішення математичної моделі

Чисельне рішення системи виконано за допомогою стандартної програми Mathcad 14. Для заданих початкових умов даної системи можна визначити переміщення, деформації окремих ланок приводу, а, отже, при вирішенні інженерних задач [9,10] фактичні напруги, деформації ланок, їх працездатність (рис. 4).

		0		0	
φ ₁	x =	0	8.666·10 ⁻³	0	8.665·10 ⁻³ 6.896i·10 ⁻⁵
φ ₂		1	1.603·10 ⁻³	1	1.602·10 ⁻³ 1.275i·10 ⁻⁵
φ ₃		2	3.412·10 ⁻⁴	2	3.412·10 ⁻⁴ 2.715i·10 ⁻⁶
φ ₄		3	3.412·10 ⁻⁴	3	3.412·10 ⁻⁴ 2.715i·10 ⁻⁶
φ ₅		4	8.666·10 ⁻³	4	8.665·10 ⁻³ 6.896i·10 ⁻⁵
φ ₆		5	1.603·10 ⁻³	5	1.602·10 ⁻³ 1.275i·10 ⁻⁵
φ ₇		6	3.412·10 ⁻⁴	6	3.412·10 ⁻⁴ 2.715i·10 ⁻⁶
φ ₈		7	3.412·10 ⁻⁴	7	3.412·10 ⁻⁴ 2.715i·10 ⁻⁶
φ _x		8	-5.339·10 ⁻⁵	8	-5.338·10 ⁻⁵ +4.248i·10 ⁻⁷
φ _y		9	0	9	0
φ _z		10	0	10	0
X		11	0	11	0
Y		12	0	12	0
Z	13	6.673·10 ⁻⁴	13	6.673·10 ⁻⁴ 5.31i·10 ⁻⁶	

Рисунок 4 – Лістинг результатів програмного рішення математичної моделі внутрішньої динаміки шахтного локомотива

Внутрішня і зовнішня динаміка машини тісно пов'язані між собою. Так, зміна швидкості руху шахтного локомотива викликає зміну навантаження на вихідних ланках, появу коливальних процесів в передавальному механізмі і виникнення динамічних навантажень в його ланках (внутрішня динаміка). У свою чергу, зміна навантаження на вихідних ланках (різка зміна характеру фрикційної взаємодії) може привести до того, що кінетична енергія рухомих ланок передавального механізму і приводу перетвориться в потенційну енергію деформації трансмісії і зміну положення локомотива в колії (зовнішня динаміка).

Тому, строго кажучи, процеси, що характеризують внутрішню і зовнішню динаміку гірничої машини, повинні розглядатися спільно. Однак рішення задачі внутрішньої динаміки дозволяють встановити закономірності взаємодії між окремими ланками приводу шахтного локомотива і вибрати для подальшого дослідження найбільш раціональну (з мінімальною розмірністю) структуру математичної моделі системи екіпаж–тяговий електропривод–рейка для конкретної конструкції локомотива.

Дати об'єктивну оцінку того чи іншого типу приводу, визначити галузь його застосування і перспективи розвитку можна тільки після порівняння їх характеристик, визначених за результатами аналітичних досліджень і натурних випробувань в експлуатації або на фізичних моделях максимально наближених до експлуатаційних режимів.

Висновки. Розглянуті вище рівняння руху механічної системи можна використовувати при моделюванні поведінки цієї системи при різних значеннях її параметрів. Рішення окремого завдання визначення внутрішньої динаміки шахтного локомотива дозволяє в подальшому при конкретних характеристиках динамічної моделі та умовах руху по гірничих виробітках вирішувати завдання вибору параметрів компоновальних схем і пружно-дисипативних зв'язків при проектуванні приводів шахтного локомотива.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРЫ

1. Біліченко, М.Я. Транспорт на гірничих підприємствах / М.Я. Біліченко, Г.Г. Півняк, О.О. Ренгевич [та ін.]. Підручник для вузів. – 3-є вид. – Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2005. – 636 с.
2. Волотковский, С.А. Рудничная электровозная тяга / С.А. Волотковский – М.: Недра, 1981. – 389 с.
3. Шахтарь, П.С. Рудничные локомотивы / П.С. Шахтарь – М.: Недра, 1982. – 296 с.
4. Франчук, В.П. Взаємодія тіл з рухомою точкою контакту / В.П. Франчук, К.А. Зіборов. – Дніпро: НГУ, 2017. – 96 с. – Режим доступу: <http://www.nmu.org.ua>.
5. Голубенко, А.Л. Сцепление колеса с рельсом / А.Л. Голубенко – 2-е изд. доп. и пер. – Луганск: Изд-во ВУГУ, 1999. – 476 с.
6. Гарг В.К., Дуккипати Р.В. Динамика подвижного состава: Пер. с англ. / Под ред. Н.А.Панькина. – М.: Транспорт, 1988. – 391 с.
7. Сорокин, Е.С. К теории внутреннего трения при колебаниях упругих систем / Е.С. Сорокин – М.: Госстройиздат, 1960. – 132 с.
8. Марков, Д.П. Трибология и ее применение на железнодорожном транспорте / Труды ВНИИЖТ. – М.: Интекст, 2007. – 408 с.
9. Сладковский, А.В. Решение задач механики железнодорожного транспорта с помощью МКЭ / А.В. Сладковский, М. Ситаж, Ю.Р. Мартыненко – Днепропетровск: Новая идеология, 2002. – 219 с.
10. Зіборов, К.А. Опыт создания и построения семейства секционных шахтных локомотивов /

К.А. Зиборов, В.В. Процив, Э.М. Шляхов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Геология. Нефтегазовое и горное дело. – 2014. – № 13. – С. 69–76. DOI: 10.15593/2224-9923/2014.13.7

REFERENCES

1. Bilichenko, M.Ya., Pivnyak, H.H., Rengevych, O.O. (2005), *Transport na hirnychykh pidpryyemstvakh* [Transportation of mining enterprises], NMU, Dnipropetrovsk, UA.
2. Volotkovskiy, S.A. (1981), *Rudnichnaya elektrovoznaya tyaga* [Mine electric traction], Nedra, Moscow, SU.
3. Shakhtar, P.S. (1982), *Rudnichnyye lokomotivy* [Miner locomotives], Nedra, Moscow, SU.
4. Franchuk, V.P. and Ziborov, K.A. (2017), *Vzayemodiya til z rukhomoyu tochkoyu kontaktu* [Interaction of bodies with a moving point of contact], NMU, Dnipro, UA.
5. Golubenko, A.L. (1999), *Stsepleniye koleasa s rel'som* [Coupling of the wheel to the rail], 2nd ed., VUGU, Lugansk, UA.
6. Garg, V.K. and Dukkipati, R.V. (1988), *Dinamika podvizhnogo sostava* [Dynamics of rail-way vehicle systems], Transport, Moscow, SU.
7. Sorokin, Ye.S. (1960), *K teorii vnutrennego treniya pri kolebaniyakh uprugikh sistem* [On the theory of internal friction in vibrations of elastic systems], Gosstroyizdat, Moscow, SU.
8. Markov, D.P. (2007), *Tribologiya i yeye primeneniye na zheleznodorozhnom transporte* [Tri-bology and its application in railway transport], Intekst, Moscow, Russia.
9. Sladkovskiy, A.V. (2002), *Resheniye zadach mekhaniki zheleznodorozhnogo transporta s pomoshch'yu MKE* [Solution of problems of mechanics of railway transport with the help of FEM], Novaya ideologiya, Dnipropetrovsk, UA.
10. Ziborov, K.A., Protsiv, V.V., Shlyakhov, E.M. (2014), «The experience of creating and constructing a family of sectional mine locomotives», *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledova-tel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Geologiya. Neftgazovoye i gornoye delo*, n.13, pp. 69–76.

Про авторів

Франчук Всеволод Петрович, доктор технічних наук, професор, професор кафедри гірничих машин та інжинірингу, Державний вищий навчальний заклад «Національний гірничий університет» (ДВНЗ «НГУ»), Дніпро, Україна, e-mail: franchuk@nmu.org.ua

Зіборов Кирило Альбертович, кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри основ конструювання механізмів і машин, Державний вищий навчальний заклад «Національний гірничий університет» (ДВНЗ «НГУ»), Дніпро, Україна, e-mail: ziborov@nmu.org.ua

About the authors

Franchuk Vsevolod Petrovich, Doctor of Technical Sciences (D. Sc.), Professor, Professor of Department of Mining Machines and Engineering, State Higher Educational Institution «National Mining University» (SHEI «NMU»), Dnipro, Ukraine, e-mail: franchuk@nmu.org.ua

Ziborov Kirill Albertovich, Candidate of Technical Sciences (Ph.D), Associate Professor, Head of Department of Machinery Design Fundamentals, State Higher Educational Institution «National Mining University», Dnipro, Ukraine, e-mail: ziborov@nmu.org.ua

Аннотация. Используя уравнения Лагранжа в обобщенных координатах составлена динамическая модель привода шахтного локомотива, реализующего тяговое усилие в точке контакта колеса и рельса. Определена кинетическая, потенциальная энергии сложной электромеханической системы. Для зависимости, отражающей особенности фрикционного контакта пары колесо – рельс для различных условий эксплуатации предложена аналитическая модель, полученная на основании экспериментальных зависимостей А.А. Ренгевича.

Постановка задачи в данном виде позволяет при конкретных характеристиках динамической модели решать задачи выбора параметров компоновочных схем и упруго-диссипативных связей при проектировании приводов шахтного локомотива, а также оценить резервы повышения использования силы тяги и выработать меры, направленные на их реализацию.

Ключевые слова: шахтный локомотив, внутренняя динамика, привод, тяговое усилие.

Annotation. By using the Lagrange equations in generalized coordinates, a dynamic model of drive for mine locomotive is created, which realizes tractive force in the contact point between the wheel and rail. Kinetic potential energy of a complex electromechanical system is determined. For the dependence, which reflects specificity of frictional contact of the wheel-rail pair for various operating conditions, an analytical model is proposed, which was created on the basis of the A.A. Rengevich experimental dependences.

Formulation of the problem in this form makes it possible, with specific characteristics of the dynamic model, to solve the problems of choosing parameters for layout schemes and elastic-dissipative constraints in the design of drives for the mine locomotives, as well as to estimate reserves for more intensive use of tractive force and to elaborate measures for their realization.

Keywords: mine locomotive, internal dynamics, drive, tractive force

Статья поступила в редакцию 1.12.2017

Рекомендовано к печати д-ром техн. наук В.Ф. Монастырским