

2. Система виброизоляции смесителя должно быть «мягкой», чтобы уменьшить собственную частоту колебаний, это достигается подбором оптимальных параметров виброизолятора и выбором подходящей марки резины.

3. Система виброизоляции с применением металлорезиновых виброизоляторов ВРМ-903М является эффективной, долговечной и надёжной; применение системы виброизоляции позволило эксплуатировать смесители в рамках санитарных норм на вибрационную безопасность.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булат А.Ф., Дырда В.И., Звягильский Е.Л., Кобец А.С. Прикладная механика упруго-наследственных сред. В 3-х томах. – К.: Наук. думка, 2011. – Т. 1. Механика деформирования и разрушения эластомеров. – 2011. – 463 с.
2. Булат А.Ф., Дырда В.И., Звягильский Е.Л., Кобец А.С. Прикладная механика упругонаследственных сред. В 3-х томах. – К.: Наук. думка, 2012. – Т. 2. Методы расчёта эластомерных деталей. – 2012. – 616 с.
3. Костецкий В.И. Надёжность и долговечность машин / В.И. Костецкий, И.Г. Носовский, Л.И. Бершадский. – Киев: Техніка, 1975. – 400 с.
4. Дырда В.И., Шолин М.К., Твердохлеб Т.Е. Прогнозирование надёжности металлорезиновых виброизоляторов машин при длительных циклических нагрузениях // Геотехническая механика. – 2003. – Вып. 45. – С. 92-131.
5. Заключение о техническом состоянии строительных конструкций, рекомендации и технические решения по усилению поврежденных конструкций, паспорт технического состояния корпуса обжиги и окомкования ЦПО-2 ОАО «Сев.ГОК», г. Кривой Рог: Отчет о НИР (заключительный) / КП «Харьковский Промстройпроект». – Харьков. – 2000. – Том 2 (договор № 2911 от 15.12.1999 г.).
6. ГОСТ 12.1.012-90. ССБТ. Вибрационная безопасность. Общие требования; Введен 01.01.92. – М.: Госстандарт, 1990. – 46 с.

УДК 678.4.06:621.81

Кобец А.С., Дырда В.И., Калганков Е.В., Цаниди И.Н.

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ИЗНОСА АНТИФРИКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Наведено методику та результати визначення ступеня зносу матеріалу за енергетичним критерієм руйнування. Обчислено енергію руйнування в одиниці об'єму матеріалу. Пропонується отримані дані використовувати в розрахунку довговічності матеріалів.

### POWER ESTIMATION OF WEAR OF ANTI-FRICTION MATERIALS

The methodology and results of estimation of material wear by using the destruction energy criterion are presented. The destruction energy in the unit of material volume is calculated. It is offered to use received data for determination of materials' operating life.

В данной ситуации одним из важнейших вопросов является создание теории износа (абразивно-усталостного разрушения резиновых футеровок).

Проблеме трения и износа твёрдых тел посвящена многочисленная литература. В разное время этой проблемой занимались: И.В. Крагельский, М.М. Резниковский, Г.М. Бартенев, Д.Н. Гаркунов, В.Ф. Евстратов, Н.С. Пенкин, В.Г. Копченков, Е.Ф. Непомнящий, П.А. Ковалёв, М.М. Хрущов и другие; из зарубежных исследователей: Шалламах, Мур, Палмгрен, Нильсон, Утияма, Грош и другие [1-11].

Первые работы по исследованию трения и износа полимеров и резины относятся к первой половине XX века. В 1941 году вышла книга И.В. Крагельского «Трение волокнистых веществ», в которой дан обзор работ до 1940 г., приведены зависимости, связывающие коэффициент трения со скоростью износа, давлением, твёрдостью и модулем упругости резины [12, 13]. В 1972 году вышла обзорная статья [14] того же автора, в которой рассматриваются различные теории трения и изнашивания материалов. При этом автор, отмечая общность механизмов внешнего трения и изнашивания, предлагает рассматривать их отдельно.

**Природа внешнего трения резины.** Следует различать сухое трение и трение со смазкой. В настоящее время существует несколько теорий внешнего трения; наиболее разработанной является молекулярно-кинетическая теория трения, основы которой были заложены Шалламахом и Г.М. Бартеневым [15-18]. Согласно этой теории сила трения  $F$  равна

$$F = F_1 + F_2; \quad (1)$$

$$F_1 = \mu_{\text{мех}} N; \quad (2)$$

$$F_2 = \mu_{\text{мол}} (N + N_0), \quad (3)$$

где  $F_1$  – сила трения, связанная непосредственно с механическим зацеплением неровностей трущихся поверхностей;

$F_2$  – сила трения, связанная с молекулярным взаимодействием трущихся поверхностей;

$\mu_{\text{мех}}$  и  $\mu_{\text{мол}}$  – коэффициенты трения, связанные соответственно с механическим зацеплением и с молекулярным взаимодействием трущихся поверхностей;

$N$  – нормальная нагрузка между трущимися телами;

$N_0$  – сила молекулярного взаимодействия в поверхностях контакта.

В 1953 году Шалламах [16] предложил следующую формулу для расчёта силы трения  $F$  в зависимости от скорости скольжения  $V$  и температуры  $T$

$$F = \frac{1}{\gamma} \left( U_0 + kT \ln \frac{V}{B} \right); \quad (4)$$

позже Г.М. Бартенев [15] уточнил эту формулу для гладких поверхностей контакта трущихся поверхностей

$$F = \frac{2N_{\kappa}}{\lambda} \left( U_0 + kT \ln \frac{V}{V_0} \right) \quad (5)$$

где  $\gamma$  – постоянная, зависящая от свойств резины;

$U_0$  – энергия активации процесса разрушения;

$k$  – постоянная Больцмана;

$N_{\kappa}$  – среднее статистическое число цепей резины, находящихся в контакте с контртелом;

$V_0 \cong 1000$  м/с – скорость звука в застеклованной резине;

$\lambda$  – постоянная резины ( $\lambda \cong 5 \cdot 10^{-7}$  с).

Как видно, несмотря на усилия многих учёных молекулярно-кинетическая теория внешнего трения резины носит в основном феноменологический характер; при этом экспериментальные данные и определяют эмпирические уравнения, связывающие в единое целое информационные параметры. Что же касается трения резины со смазкой, то в существующей литературе серьёзных теоретических исследований нет [15, 19, 20, 21].

**Природа истирания резины.** Из многочисленных работ в этой области (обзоры в [14, 22, 23, 24, 25]) следует, что износ является более сложным процессом, чем внешнее трение, и представляет собой результат взаимно – функционального воздействия механических и физико-химических процессов, протекающих в основном в поверхностном слое контактируемых тел. Исследователи [25, 26, 27] различают пять видов истирания резин: абразивное, усталостное, износ посредством «скатывания», термическое и коррозионное.

**1. Абразивный износ.** При вдавливании в резину острого выступа контртела впереди него возникает эффект сжатия материала, а позади – большие деформации растяжения. Всё это приводит к тому, что позади выступа контртела возникают раздиры резины и на её поверхности образуются полосы, которые по направлению совпадают с направлением скольжения. Износостойкость резины при абразивном износе определяется преимущественно прочностью материала. Следует подчеркнуть, что аналитический расчёт износостойкости резины при абразивном износе с учётом внешних факторов практически отсутствует ввиду его сложности. Элементарный акт абразивного износа рассматривался Шалламахом [17, 18] и другими авторами.

**2. Усталостный износ.** Это наиболее распространённый вид износа для резиновых футеровок. Теория его наиболее полно разработана И.В. Крагельским и М.М. Резниковским [14]. Согласно их теории при элементарном акте усталостного износа резины происходит разрушение поверхностного слоя материала в результате многократно повторяющихся деформаций от действия контртела. Для характеристики износа известны уравнения И. В. Крагельского

$$I = A \left( \frac{\mu E}{\sigma_0} \right)^\beta \left( \frac{p}{E} \right)^{1+\delta\beta} \quad (6)$$

и М.М. Резниковского

$$I = A \left( \frac{z}{r} \right)^{2\beta-5} \frac{E^{2/3(\beta-1)}}{\sigma_0^\beta} p^{1/3(\beta+2)} \quad (7)$$

где  $I$  – интенсивность истирания;

$E$  – модуль упругости резины;

$p$  – нормальное давление;

$\beta$  – коэффициент усталостной выносливости;

$\sigma_0$  – сопротивление раздиру;

$\delta, z, r$  – параметры, характеризующие геометрию истирающей поверхности.

Для определения числа циклов  $n$ , при котором происходит разрушение резины, М.М. Резниковский [14, 28] предложил уравнение вида

$$n = \left( \frac{\sigma_0}{\sigma} \right)^\beta, \quad (8)$$

где  $\sigma_0$  – сопротивление разрыву при однократном нагружении;

$\sigma$  – амплитуда динамического напряжения;

$\beta$  – коэффициент стойкости резины к повторным нагружениям.

Как видно из приведённых полуэмпирических уравнений, усталостный износ увеличивается с ростом давления и модуля упругости, с ухудшением усталостных свойств резины и уменьшением сопротивления раздиру.

**3. Износ вследствие скатывания.** Характерен для высокоэластичных материалов, возникает в результате увеличения силы трения, температуры и скорости скольжения. Разрушение поверхности резины начинается с возникновения трещин, их рост приводит к образованию «скатки» и, в конечном итоге, к отделению частиц от массива. Процесс практически не изучен, в известной литературе отсутствуют какие-либо аналитические зависимости.

**4. Коррозионный износ.** В пределах эксплуатации барабанных мельниц этот износ в чистом виде практически не встречается; резина достаточно хорошо сопротивляется активной внешней среде. Однако на процесс разрушения футеровки внешняя среда всегда действует неблагоприятно.

**5. Температурный износ.** В области контакта резины и контр тела всегда возникает температурное поле. По мнению автора работы [27] температура в зоне контакта может превышать 70°C; в редких случаях доходить до 100°C и больше.

Из многочисленных публикаций, часть которых цитируется в настоящей работе, можно сделать следующие выводы.

1. Износ резины определяется совокупностью целого ряда факторов: параметров нагружения, свойств абразивной (или гидроабразивной) среды, активностью внешней среды, температурой, коэффициентом трения, степенью поврежденности материала, физико-механическими характеристиками резины и т.д. (Бартенев Г.М., Резниковский М.М., Крагельский И.В., Ратнер С.Б., Евстратов В.Ф., Пенкин Н.С., Копченков В.Г., Непомнящий Е.Ф., Палмгрен, Шалламах, Мур, Нильсон, Грош, Утияма и другие).

2. На интенсивность изнашивания материала влияют: давление контртела, скорость движения, температура, агрессивная среда и ряд других факторов; при этом, что весьма важно, соблюдается принцип температурно-временной суперпозиции, т.е. адекватность влияния температуры и скорости.

3. В реальных условиях эксплуатации всегда наблюдается сложный характер износа, объединяющий все упомянутые механизмы; в конкретных случаях один из видов может преобладать или со временем переходить в другой.

4. Абразивный износ и износ вследствие скатывания относятся к «катастрофическим» случаям и в практике их стараются не допускать.

5. Наиболее распространённым видом износа является абразивно-усталостный износ. Именно этот механизм износа в дальнейшем будет рассматриваться более подробно.

**Выводы по обзору.** Как видно, все изложенные теории, физические модели и математическая интерпретация результатов экспериментальных исследований, как правило, рассматривают процесс износа избирательно; во всех случаях только один доминирующий механизм рассматривается подробно, а все остальные механизмы, неизбежно при этом присутствующие, либо заведомо не учитываются, либо о них упоминается как об известном факте. Такая постановка вопроса вполне правомерна; более того, только при таком подходе можно углублённо рассмотреть физико-химическую сторону основного механизма износа, например, для уплотнений, сальников и т.д. Для резин, используемых в качестве покрытий такой подход не совсем приемлем, вернее, приемлем в ограниченных случаях, когда необходимо рассмотреть какой-либо доминирующий механизм износа для конкретных целей: выбора марки резины или для рассмотрения характеристики износа резин при эксплуатации в специфических условиях. Во всех остальных случаях необходимо рассматривать синергетический эффект износа материала от действия многих механизмов: абразивного износа, удара, вдавливания контртел в поверхность резины, усталости, старения, влияния температуры и т.д. Все эти механизмы в своём взаимно-функциональном взаимодействии и порождают обобщённый механизм разрушения от износа резины, как в объёме, так и на поверхности. Следует также учитывать эффект эмерджентности: т.е. два механизма, действуя совокупно, приводят совершенно к разным скоростям разрушения, чем в случае, когда они действуют порознь.

Таким образом, абразивно-усталостное разрушение резин в целом представляет собой весьма сложный многофакторный, нелинейный процесс, протекающий одновременно по нескольким механизмам. Если же учесть, что эти механизмы будут различны для различного типа мельниц, грансостава перерабатываемого сырья, его крупности и абразивности, скорости движения в барабане и многих других факторов, то задача определения долговечности резин существенно усложняется.

Всё это приводит исследователей к весьма важному выводу: для оценки механизмов разрушения резин необходима интегральная величина, т.е. интегральный информационный параметр, наиболее полно характеризующий разрушение футеровки в целом. По мнению авторов [26] такой интегральной величиной может служить энергия разрушения от абразивно-усталостного механизма износа. Такой приём в последние годы получил довольно широкое распространение, как для резин [29], так и для других материалов.

Ранее [26] с учётом энергетического критерия рассматривалась синергетическая модель разрушения РФ и обобщённый критерий расчёта её долговечности. Было получено уравнение для определения долговечности  $t^*$  локального объёма в виде

$$\Delta U_p^* = \Delta U_y^* + \Delta U_{uz}^* = \int_0^{t^*} (\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{q} + \dot{\xi} + \dot{\chi}) dt, \quad (9)$$

где  $\Delta U_p^*$  – приращение энергии разрушения резины;

$\Delta U_y^*$ ,  $\Delta U_{uz}^*$  – приращение энергия разрушения соответственно от усталостного механизма, и от абразивного износа;

$\dot{q}$  – тепловой поток;

$\dot{\xi}$ ,  $\dot{\chi}$  – энергия разрушения соответственно от абразивного износа, и от действия внешней активной среды.

Первая составляющая этого уравнения  $\Delta U_y^*$  подробно описана в [29]; вторая составляющая  $\Delta U_{uz}^*$  представляет собой часть энергии, идущей на разрушение поверхностного слоя резины от абразивного износа; в известной литературе данные о величине такой энергии отсутствуют.

Ниже приводится построение физической модели абразивного износа резин; построение алгоритма определения энергии разрушения от абразивного износа; определение энергии разрушения  $\Delta U_{uz}^*$  при прямых экспериментальных исследованиях.

**Целью** исследований является построение обобщенной теории абразивно-усталостного износа упруго-наследственных сред с помощью двухкритериального уравнения долговечности.

**Феноменологическая модель абразивного износа резины.** Абразивный износ резины, также как и других твердых тел, можно представить как процесс механического отрыва некоторых частиц (агрегатов) материала и износостойкость при этом, естественно, будет обусловлена прочностными свойствами резины. Износостойкость также будет зависеть от температуры и в целом, как и прочность резины, будет следовать концепции температурно-временной суперпозиции [30]. Этот факт имеет довольно важное значение, т.к. он указывает на общую вязко-эластичную природу разрушения резин при механических разрывах и истирании, что позволяет для описания процесса применять одни и те же физические модели, алгоритмы расчёта и критерии разрушения.



**Определение энергии разрушения при абразивном износе резин.** Как уже отмечалось [26, 27], разрушение резины происходит по абразивно-усталостному механизму. Рассмотрим абразивную составляющую этого довольно сложного многопараметрического процесса. Известно [26, 31], что в основе абразивного износа лежат следующие составляющие:

- износ, обусловленный разрушением внутренних когезионных связей материала;
- адгезии, обусловленной молекулярными силами;
- деформации, обусловленной преимущественно диссипативными силами.

Современные возможности эксперимента позволяют выделить в основном адгезионную составляющую износа, которая обусловлена разрывом «молекулярных агрегатов» (термин, используемый Шалламахом [17, 18], Грошем [32], Хетфилдом, Ратманом [31] и другими [33, 34]) резины, находящейся в контакте с контртелом. Ниже будет использоваться термин «агрегат резины», более подходящий для процесса макроразрушения при абразивном износе резины.

Здесь следует отметить, что термин «агрегат резины» с определёнными допущениями соответствует терминам «локальный объём» или «характерный объём», широко используемый в механике разрушения резин [29]. Это такие объёмы материала, такие первичные элементы, которые обусловлены природой и структурой материала; они должны удовлетворять двум правилам – с одной стороны быть настолько малыми, чтобы каждый элемент считался точкой сплошной среды; с другой – настолько большими, чтобы обладать свойствами этой среды. Эти термины также хорошо согласуются с дилатонной моделью прочности, используемой в механике разрушения конструкционных материалов [35]. Согласно термофлуктуационной концепции прочности элементарный акт разрушения происходит из-за «накачки энергии из окружающей среды в разрушающуюся флуктуацию плотности – дилатон». Такая дилатонная модель с единых позиций удовлетворительно объясняет и вязкое разрушение резин и хрупкое разрушение металлов. Имеется ещё один важный аспект этой модели: она с позиций фундаментальной теории прочности подтверждает прочностную природу износостойкости конструкционных материалов, в рассматриваемом случае резин, что вполне оправдывает применение в настоящей работе энергетической концепции абразивного износа.

Примем следующие важные допущения, которые не искажают общие представления о механизме разрушения резины вследствие абразивного износа и не выходят за рамки принятой феноменологической модели:

- будем считать, что между матрицей и контртелом существует однородное относительное скольжение со скоростью  $V$ ;
- температура в зоне контакта не превышает допускаемую температуру ( $T < [T]$ ) для рассматриваемого типа резины;
- для исследуемого процесса характерна совместимость с принципом эквивалентности скорости и температуры, т.е. величина  $A(V, T)$ , зависящая от скорости и температуры, подчиняется принципу температурно-временной суперпозиции (так называемое уравнение ВЛФ – Вильямса – Ландела – Ферри); для деформационных характеристик резин этот принцип изложен в работе, для характеристик при износе в работах [18, 34].
- будем считать, что отрыв агрегата резины от матрицы, т.е. разрыв связи, происходит в то время, когда энергия, накопленная агрегатом во время процесса износа, достигнет некоторого критического значения  $U_0$ ; Шалламах, Грош, позже Хетфилд при исследовании единичных актов износа (царапание иглой) напол-

ненных резин показали (в том числе подтвердили экспериментально), что энергия, поглощённая «молекулярным агрегатом» во время износа, по порядку совпадает с энергетическим барьером, существующим между свободным и связанным состояниями агрегата; такая концепция разрушения при абразивном износе довольно обстоятельно обоснована в работах [18, 34] при исследовании микропроцессов износа резины и в работах [35, 36, 37, 38, 39] при изучении макропроцессов износа резиновых покрытий;

- будем считать, что для исследуемой резины функция релаксации агрегатов известна и определяется свойствами материала. При этом, зная релаксационную функцию и закон смещения двух находящихся в контакте материалов (однородное относительное скольжение с заданной скоростью), на основании интеграла Больцмана [40-42] можно получить уравнение силы связи для элементарного агрегата, что позволит вычислить силу трения (износа) как среднее значение сил связи.

При известном динамическом пределе одной связи (эту величину можно найти экспериментально, исходя из величины трения при скоростях, близких к скорости при нулевом скольжении), полученной силе износа и согласно энергетическому критерию разрушения можно определить критическую энергию разрушения резины при абразивном износе.

**Кинетическое уравнение Больцмана.** Представляет собой уравнение баланса частиц в элементе фазового объёма  $dvdr$  ( $dv = dv_x dv_y dv_z$ ),  $dz = dz dy dz_k$  и выражает факт, что изменение функции распределения частиц  $f(v, r, t)$  со временем происходит вследствие движения их под действием внешнего поля сил и вследствие столкновения между частицами. Это интегро-дифференциальное уравнение, которому удовлетворяют неравновесные одночастотные функции распределения системы из большого числа частиц (например, функции распределения молекул газа  $f(v, r, t)$  по скоростям  $v$  и координатам  $r$ , функции распределения электронов в металле, фотонов, фононов и т.д.).

Кинетическое уравнение Больцмана – основное уравнение микроскопической теории необратимых процессов, позволяет вычислить кинетические коэффициенты и получать макроскопические уравнения для различных процессов переноса (вязкости, диффузии, теплопроводности).

Для газа, состоящего из частиц одного сорта кинетическое уравнение Больцмана имеет вид [40]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \left( v \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{m} \left( F \frac{\partial f}{\partial v} \right) = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{cm}, \quad (10)$$

где  $f(v, r, t)$  – одночастотная функция распределения, нормированная так, что  $f(v, r, t)dvdr$  даёт среднее значение числа частиц в элементе фазового объёма  $dvdr$  около точки  $(v; r)$ ;

$F = F(r, t)$  – сила, действующая на частицу (может зависеть от скорости);

$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{cm}$  – изменение функции распределения вследствие столкновений (интеграл столкновений).

Второй и третий члены уравнения (10) представляют изменение функции распределения при движении частиц без столкновений.

Решение кинетических уравнений являются математически сложной задачей (нелинейные интегро-дифференциальные уравнения), поэтому для их решения используются, как правило, приближённые методы. Для некоторых практических задач оказывается достаточным простое приближение интеграла столкновений:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{cm} = -\frac{f - f_0}{\tau_c}, \quad (11)$$

где  $f_0$  – функция распределения при тепловом равновесии;  
 $\tau_c$  – время релаксации.

Если внешние воздействия на систему отсутствуют (или внезапно исчезают) при условии, что  $\tau_c = \text{const}$ , то функция распределения  $f(t)$  принимает равновесное значение  $f_0$  за время порядка времени релаксации  $\tau$  [40, 42], так как

$$f(t) - f_0 = (f(0) - f_0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_c}\right). \quad (12)$$

Величину  $\tau_c$  можно оценить с помощью оператора столкновений [42].

Этот подход нашёл применение при решении поставленной задачи.

**Энергетический критерий разрушения резины при абразивном износе.** В случае отрыва агрегата резины от матрицы, предполагается, что функция релаксации резины  $r(t)$  известна (т.е. известны механические параметры резины) и между нагрузкой и футеровкой существует однородное относительное движение, в большинстве случаев с постоянной и ограниченной малыми величинами скоростью –  $V$ , то, используя интеграл Больцмана, можно получить уравнение силы связи для элементарного агрегата резины и затем определить силу трения (износа) как среднее значение сил связи.

Пусть  $n$  – общее число агрегатов, подвергающихся действию сил связи вблизи поверхности контакта;  $n_0$  и  $n_1$  – число агрегатов соответственно в связанном и свободном (т.е. после разрыва) состоянии;  $t_0$  и  $t_1$  – время, в течение которого агрегат находится соответственно в связанном и свободном состоянии; эти величины связаны статистическими соотношениями

$$\frac{n_0}{t_0} = \frac{n_1}{t_1} = \frac{n}{t_0 + t_1}. \quad (13)$$

Предположение, что время, в течение которого агрегат находится в свободном состоянии, пропорционально времени релаксации  $\tau$  агрегата,

$$t_1 = a\tau, \quad (14)$$

где  $a$  – некоторая постоянная, будет справедливо, если принять, что время, необходимое для достижения агрегатом известного динамического уровня, пропорционально  $\tau$ , а смещение при этом будет пропорционально скорости  $V$ .

С учётом приведённых предположений, силу связи  $f(t)$  агрегатов определим, пользуясь интегралом Больцмана [42]

$$f(t) = V \int_0^t r(t-t') dt' \quad (15)$$

Динамический предел связи  $f_0$  одного агрегата резины можно определить экспериментально, исходя из величины трения при скоростях, близких к скорости при нулевом скольжении (например, при применении смазки) из выражения



$$f_0 = \frac{2F(0)}{n_0}, \quad (16)$$

где  $F(0)$  – сила трения при нулевом скольжении.

Предполагая, что связь между агрегатами резины исчезает, когда сила достигает величины  $f_0$ , уравнение (15) можно записать в виде

$$f(t_0) = f_0. \quad (17)$$

В этом случае общая сила трения как среднее значение сил связи агрегатов, находящихся в контакте с контртелом, будет

$$F = \frac{n_0}{t_0} \int_0^{t_0} f(t) dt. \quad (18)$$

Положим [26, 31], что резина характеризуется функцией релаксации вида

$$r(t) = E_0 (1 - be^{-t/\tau}), \quad (19)$$

где  $E_0$  – модуль упругости резины;

$\tau$  – время релаксации;

$b$  – некоторая постоянная;

$t$  – текущее время.

Элементарную силу связи каждого агрегата определим с учётом релаксационной функции (13) из выражения

$$f(t) = vtE_0 + \tau vbE_0 - vbE_0 \tau e^{-t/\tau}. \quad (20)$$

Вводя обозначения

$$L = v \cdot \tau \text{ и } \alpha = \frac{t}{\tau}, \quad (21)$$

где  $L$  – длина релаксации агрегата молекул материала;

$\tau$  – время релаксации.

Зависимость (20) будет иметь вид

$$f(t) = LE_0 [\alpha + b(1 - e^{-\alpha})]. \quad (22)$$

Величины  $\tau$  и  $L$  (по порядку значений) совпадают: длина релаксации  $L$  – со средней длиной свободного пробега агрегатов резины, а время релаксации  $\tau$  – со средним временем их свободного пробега [17, 31, 32].

С учётом принятых обозначений (21), из условий (17)

$$f_0 = f(t - t_0) = E_0 L [\alpha_0 + b(1 - e^{-\alpha_0})], \quad (23)$$

и пользуясь уравнением высшего порядка

$$L = \frac{f_0}{E_0} [\alpha_0 + b(1 - e^{-\alpha_0})]^{-1}, \quad (24)$$

можно определить  $t_0$  (а также  $\alpha_0$ ).

Сила трения  $F$ , как общая сила, определится усреднением сил связи агрегатов резин по формуле

$$F = \frac{n_0}{t_0} \int_0^{t_0} f(t) dt. \quad (25)$$

После интегрирования уравнение общего трения (25) будет иметь вид

$$F = \frac{n_0 E_0 L}{\alpha_0} \left[ \frac{\alpha_0^2}{2} + b(\alpha_0 + e^{-\alpha_0} - 1) \right], \quad (26)$$

или с учётом (13)

$$F = \frac{n E_0 L}{\alpha_0 + a} \left[ \frac{\alpha_0^2}{2} + b(\alpha_0 + e^{-\alpha_0} - 1) \right]. \quad (27)$$

При исследовании изменения адгезионной составляющей трения в зависимости от скорости скольжения  $F(L)$ , достаточно исключить  $\alpha_0$  совместным решением уравнений (24) и (27) и исследовать получаемые таким образом результаты.

С учётом изложенного можно утверждать следующее: энергетический критерий разрушения резины, постулирующий, что разрыв связи агрегата с матрицей происходит, когда энергия, накопленная агрегатом во время износа резины, достигает некоторого критического значения  $U_0$ , определяет величину  $t_0$  согласно уравнению

$$U_0 = V \int_0^{t_0} f(t) dt, \quad (28)$$

или с учётом (18), (21)

$$U_0 = \frac{V t_0 F}{n_0}. \quad (29)$$

Согласно принятой пропорциональности (13)

$$\frac{n_0}{t_0} = \frac{n}{t_0 + t_1} = \frac{n}{\alpha_0 \tau + a \tau} = \frac{n}{\tau(\alpha_0 + a)}, \quad (30)$$

зависимость (29) преобразуется к виду:

$$U_0 = \frac{L(\alpha_0 + a)}{n} F, \quad (31)$$

или через силу трения

$$F = \frac{n U_0}{L(\alpha_0 + a)}. \quad (32)$$

Для резины, функция релаксации которой имеет вид (19), с учётом вычисленного интеграла (27), выражение для параметра  $L$  по зависимостям (31) или (32) будет

$$L = \sqrt{\frac{U_0/E_0}{\frac{\alpha_0^2}{2} + b(\alpha_0 + e^{-\alpha_0} - 1)}}. \quad (33)$$

Исследование изменения силы трения  $F$  как функции скорости  $F(L)$  проводят решением приведённой ниже системы уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} L = \sqrt{\frac{U_0/E_0}{\frac{\alpha_0^2}{2} + b(\alpha_0 + e^{-\alpha_0} - 1)}} \\ F = \frac{n U_0}{L(\alpha_0 + a)} \end{array} \right. \quad (34)$$

Таким образом, для наполненных резин, при абразивно-усталостном механизме износа определение энергии разрушения целесообразно проводить по формуле (29) при известной релаксационной кривой и экспериментально найденных параметрах износа модельных образцов.

**Экспериментальные исследования.** Такие исследования наиболее целесообразно проводить согласно ГОСТ 426-77 (Метод определения сопротивления истиранию при скольжении [43]). Использовался экспериментальный стенд МИ-2 и стандартные образцы из футеровочной резины 541933-1 размером 20×20×8 мм; образцы присоединялись к специальной рамке-держателю и истирались на шлифовальной шкурке (по ГОСТ 344-74). Для статистической обработки данных проводилось не менее девяти испытаний. Полученные таким образом результаты были следующие:

- сила трения  $F = 16$  Н;
- время истирания  $t = 150$  с;
- скорость истирания  $V = 0,285$  м/с.

Количество частиц износа  $n = 60 \cdot 10^3$  (усреднённое значение по результатам девяти испытаний; усреднённая масса частиц – 0,5 г; при усреднённом диаметре частиц  $d = 0,4$  мм количество частиц в одном кубическом метре  $n^* = 22 \cdot 10^9$  1/м<sup>3</sup>).

В этом случае энергия разрушения для одного фрагмента резины (т.е. энергия отделения его от матрицы) согласно уравнению (29) будет

$$U_0 = \frac{Fvt}{n} = \frac{16 \cdot 0,285 \cdot 150}{6,0 \cdot 10^3} = 114 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.} \quad (35)$$

Плотность энергии разрушения от абразивного износа, т.е. энергия разрушения в единице объёма материала, будет

$$\Delta U_{из} = U_0 n^* = 114 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} \cdot 22 \cdot 10^9 = 0,25 \cdot 10^{10} \text{ Дж/м}^3. \quad (36)$$

Важным параметром экспериментальных исследований является количество и размеры агрегатов резины при абразивном износе образцов. Абразивный механизм износа резины подтверждался наличием параллельных полос на поверхности резины [25], а количество и линейный размер подбором шлифовальной шкурки по ГОСТ 344-74. В процессе подбора параметров износа добивались диаметра агрегатов примерно (0,35-0,42) мм, т.е. с такими линейными размерами, которые соответствовали аналогичным частицам, полученным при разрушении реальной резиновой футеровки. Следует отметить, что агрегаты резины имели вид неправильного шара диаметром (0,3-0,42) мм (линейные размеры и количество определялись с помощью инструментального микроскопа); примерно (9-12) % агрегатов имели диаметр (0,1÷0,2) мм. Такой разброс вполне закономерен и объясняется структурой резины, технологическими особенностями изготовления футеровки, стохастической природой износа и т.д.

Поскольку авторы не ставили своей задачей исследование статистического распределения агрегатов резины по крупности, в дальнейших расчётах для резины 541933-1 принималась усреднённая величина диаметра агрегатов ( $d_a = 0,4$  мм). Такое допущение не искажает общего определения энергии разрушения резины от абразивного износа и находится в рамках уже принятых допущений.

### Выводы

Экспериментальные исследования показывают, что даже для материала из одной партии плит резиновой футеровки плотность энергии разрушения находится в пределах  $(0,22 \div 0,28) \cdot 10^{10}$  Дж/м<sup>3</sup>, что вполне объяснимо, учитывая стохастический

характер износа и технологические факторы. Влияет на величину энергии разрушения также и температура внешней среды.

Таким образом, можно считать, что для резины 541933-1 получена плотность энергии разрушения и при температурах  $T \leq [T]$  её можно считать постоянной материала; для дальнейших расчётов долговечности реальных конструкций резиновых футеровок при абразивно-усталостном механизме износа будет принята следующая величина энергии разрушения  $\Delta U_{из} = 0,25 \cdot 10^{10}$  Дж/м<sup>3</sup>.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дьяков В.Г. Некоторые вопросы теории абразивного износа // Коррозия, материалы, покрытия: Труды Гипронефтемаш. – М.: Недра, 1967. – № 4.
2. Таненбаум М.М. Износостойкость конструкционных материалов и деталей машин. – М.: Машиностроение, 1966.
3. Копченков В.Г. Энергетический подход к оценке износостойкости резины. – Ставрополь: Изд. СевКавГТУ, 2003. – 198 с.
4. Козырев С.П. Гидроабразивный износ металлов при кавитации. – М.: Машиностроение, 1971. – 240 с.
5. Конвисаров Д.В. Трение и износ металлов. – М.: Машгиз, 1947. – 182 с.
6. Тейбор Д. Износ. Краткий исторический обзор // Проблемы трения и смазки. – 1977. – № 4. – С. 6-16.
7. Кашеев В.Н., Вольф Э.Л. // Трение и износ. – 1982. – Т. 2, № 4. – С. 655-660.
8. Стеллер Е.Е., Ратнер С.Б. Закономерности ударного трения и изнашивания полимерных материалов // Труды ВНИИПТУглемаш. – М., 1979. – Вып. 31. – С. 34-66.
9. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.
10. Тамуж В.П., Куксенко В.С. Микромеханика разрушения полимерных материалов. – Рига: Зинатне, 1978. – 294 с.
11. Шилов П.М., Чижик Е.Ф. Повышение износостойкости оборудования горно-обогатительных комбинатов Кривбасса // Известия ВУЗов, Горный журнал. – 1974. – № 10. – С. 116-119.
12. Основы расчётов на трение и износ / Крагельский И.В. и др. – М.: Машиностроение, 1977. – 570 с.
13. Крагельский И.В. Трение и износ. – М.: Машиностроение, 1968. – 480 с.
14. Крагельский И.В. О природе трения полимеров // Механика полимеров. – 1972. – № 5. – С. 797-808.
15. Бартенев Г.М., Лаврентьев В.В. Трение и износ полимеров. – Л.: Химия, 1972. – 250 с.
16. Schallamach A. // Proc. Phus. Soc. – 1953. – V. 66. – 386 p.
17. Schallamach A. A theory of dynamic rubber friction // Wear. – 1963. – 6. – Pp. 375-...
18. Schallamach A. Recent advances in knowledge of rubber friction and tire wear // Rubber Chem. technol. – 1968. – 41. – Pp. 200-244.
19. Мур Д.Ф. Трение и износ резин и шин // Тр. Международной конференции по каучуку и резине. – Киев, 1979. – Т. 6.
20. Трение и износ материалов на основе полимеров / В.А. Белый, А.И. Свириденко, М.И. Петраковец и др. – Минск: Наука и техника, 1976. – 430 с.
21. Утияма Е. Процесс истирания полимерных материалов // Дзюнкацу. – 1973. – Т. 18, № 4. – С. 294-304.
22. Маляров П.В. Исследование режимов работы шаровых мельниц с целью разработки износостойких профилей футеровочных плит: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.05.06. – Ленинград, 1980.
23. Вибрация в технике / Под ред. Фролова В.К. – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 6. – 465 с.
24. Пенкин Н.С. Износостойкость гуммированных деталей машин в абразивных средах: Автореф. дис. ... доктора техн. наук: 05.02.04. – М., 1978. – 47 с.
25. Palmgren Hans. Rubber in the mining industry // Mining magazine. – April 1971. – Vol. 124, № 4. – Pp. 293-301.
26. Чижик Е.Ф., Маркелов А.Е., Дырда В.И. Защитные футеровки барабанных рудоизмельчительных мельниц. – Днепропетровск, 2002. – 204 с.
27. Чижик Е.Ф. Барабанные рудоизмельчительные мельницы с резиновой футеровкой. – Днепропетровск: Новая идеология, 2005. – 361 с.
28. Евстратов В.Ф., Бродский Г.И., Сахновский Н.Л. Современное состояние проблемы истирания протекторных резин // Каучук и резина. – 1969. – № 11. – С. 17-22.
29. Дырда В.И. Прочность и разрушение эластомерных конструкций в экстремальных условиях. – К.: Наук. думка, 1988. – 239 с.
30. Ферри Д. Вязкоупругие свойства полимеров. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 536 с.
31. Hatfield M.R., Rathmann G.B. Application of the absolute rate theory to adhesion // J. Phys. chem. – 1956. – V.60, № 19. – Pp. 957-961.
32. Grosch K.A. Viscoelastic properties and the friction of solids. Friction of polymers: Influence of speed and temperature // Nature. – 1963. – 197. – Pp. 856-863.
33. Savkoor A.R. On the friction of rubber // Wear. – 1965. – 8. – Pp. 222-231
34. Grosch K.A., Schallamach A. // Rubber chem. Technol. – 1966. – 39. – P. 287.
35. Сорокин Г.М., Григорьев С.П., Голова А.Г. О природе ударно-абразивного изнашивания сталей // Проблемы прочности. – 1991. – № 4. – С. 73-76.
36. Механика деформирования и разрушения упруго-наследственных сред / В.И. Дырда, А.С. Кобец, А.А. Демидов. – Днепропетровск: Герда, 2009. – 584 с.



37. Голощапов Н.Н. Термокинетика газообразивного износа высокоэластичных материалов и разработка износоустойкого гуммированного пневмотранспортного оборудования: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.02.04. – Ростов-на-Дону, 1989. – 19 с.
38. Копченков В.Г. Энергетический подход к оценке износостойкости резины. – Ставрополь: Изд. СевКавГТУ, 2003. – 198 с.
39. Копченков В.Г. Трение и изнашивание эластомеров в условиях контактно-динамического нагружения: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.02.04 / ДГТУ. – Ростов-на-Дону, 2004. – 39 с.
40. Больцман Л. Лекции по теории газов. – М., 1956.
41. Челменс С., Каулинг П. Математическая теория неоднородных газов. – М., 1960.
42. Гуревич Л.Э. Основы физической кинематики. – М.; Л., 1940.
43. ГОСТ 426-77. Резина. Метод определения сопротивления истиранию при скольжении; Введ. 01.01.78 до 01.01.90. – М.: Изд-во стандартов, 1988. – 9 с.

УДК 622.73:621.926.002.75

Дырда В.И., Твердохлеб Т.Е., Костандов Ю.А., Колбасин В.А.

## РАСЧЁТ РЕЗИНО-МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УНИВЕРСАЛЬНОГО КОНСТРУКТИВНО-ДЕФОРМАЦИОННОГО ПАРАМЕТРА $\beta$

Розглядаються особливості розрахунку гумометалевих елементів при їх квазистатичному навантаженні з урахуванням особливостей на торцях.

### CALCULATION OF RUBBER-METAL ELEMENTS WITH THE USE OF UNIVERSAL CONSTRUCTIVE-DEFORMATION PARAMETER $\beta$

The features of calculation of rubber-metal elements in their quasistatic loading, taking into account peculiar properties at the ends, are considered.

#### 1 Введение

Известно [1-25], что механические характеристики образцов (особенно при деформациях сжатия) отличаются от механических свойств исходного материала. Причиной является так называемый фактор формы или положение на торцах. При сжатии образца сила трения между торцами и примыкающей арматурой может быть настолько значительной, что касательные усилия, возникающие на поверхности контакта, делают расширение торцов образца невозможным. Вследствие этого размер торцов остаётся неизменным, часть боковой поверхности образца приходит в соприкосновение с металлической арматурой и происходит как бы его ужесточение.

Такой эффект наблюдается практически для всех материалов: полимеров, резины, металлов, горных пород и т.д. Наиболее полно он проявляется для резины при больших (более 10 %) деформациях сжатия.

Гебель [10] предложил оценивать величину его влияния на жёсткость изделий, так называемым, фактором формы. Для цилиндрических деталей фактор формы будет равен

$$\Phi = \frac{\pi D^2}{4\pi Dh} = \frac{D}{4h},$$

для деталей прямоугольной формы

$$\Phi = \frac{ab}{2(a+b) \cdot h},$$

где  $D$  – диаметр цилиндра;

$h$  – высота;

$a$  и  $b$  – стороны прямоугольного основания детали.